
Е. Л. Косарев

ОТКРЫТЫЙ РЕЗОНАТОР С ЭШЕЛЕТНОЙ РЕШЕТКОЙ *

Исследован открытый резонатор, образованный плоским зеркалом и дифракционной решеткой типа эшелетт. За счет угловой дисперсии решетки происходит дополнительное разрежение спектра по сравнению с обычным открытым резонатором с плоскими зеркалами. Экспериментально исследовался резонатор в восьмимиллиметровом диапазоне с решеткой, имевшей 11 элементов и работавшей во втором порядке дифракционного спектра. В диапазоне частот 27,7—40 ГГц ($\lambda=10,8-7,5$ мм) обнаружено только одно основное колебание с добротностью $Q=6000$ и два колебания высших типов, отличающиеся распределением поля в поперечном направлении и имеющие добротности 1500 и 600 соответственно. Измерена зависимость добротности основного колебания от частоты при перестройке резонатора изменением наклона решетки и расстояния ее до плоского зеркала. Измерено также распределение поля колебаний.

ВВЕДЕНИЕ

Разрежение спектра открытых резонаторов имеет большое значение. Так, например, в квантовых генераторах уменьшение числа собственных частот открытого резонатора в диапазоне генерации приводит к увеличению стабильности и повышению мощности генерируемых колебаний. Открытые резонаторы с редким спектром могут также использоваться в качестве монохроматоров или волномеров в инфракрасном и субмиллиметровом диапазонах, имея разрешающую способность, равную добротности резонатора, намного превосходящую разрешающую способность обычно используемых в этом диапазоне систем с дифракционными решетками.

В настоящей работе описывается открытый резонатор, образованный плоским зеркалом и дифракционной отражательной решеткой — эшелеттом Вуда [1] (см. рис. 1 и 2). При определен-

* Статья поступила 21 июня 1965 г.

ном выборе параметров такая решетка обладает свойством сосредотачивать почти все отраженное излучение в одном дифракционном спектре. При автоколлимационном расположении, т. е. когда направления падающей и отраженной волн совпадают, решетка может выполнять функцию одной из отражающих пластин открытого резонатора. Принципиальное отличие такого открытого резонатора от обычного состоит в том, что решетка обладает угловой дисперсией, благодаря чему излучение с длиной волны, не соответствующей выбранным параметрам решетки, рассеивается в сторону и соответствующее собственное колебание имеет малую добротность. Это приводит к дополнительному разрежению спектра по сравнению с обычным открытым резонатором с плоскими зеркалами.

В работах [2] и [3] описаны подобные резонаторы. Однако применявшиеся в них решетки имели низкий коэффициент отражения и поэтому добротность была невысокой.

§ 1. РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ НА ЭШЕЛЕТТЕ

Теория рассеяния плоской волны на эшелеттной решетке имеет общий интерес в связи с широким использованием таких решеток в оптике. Характеристики решетки также в значительной степени определяют свойство открытого резонатора с решеткой.

Рассмотрим эшелеттную решетку, бесконечную по осям y и z (рис. 1), на которую под углом ψ к нормали M падает плоская волна, каждая компонента которой пропорциональна величине

$$e^{ik(-x \cos \psi + y \sin \psi)}. \quad (1)$$

Зависимость от времени мы берем в виде $e^{-i\omega t}$. Тогда, как известно, отраженное решеткой поле представляет собой сумму дифракционных спектров различных порядков

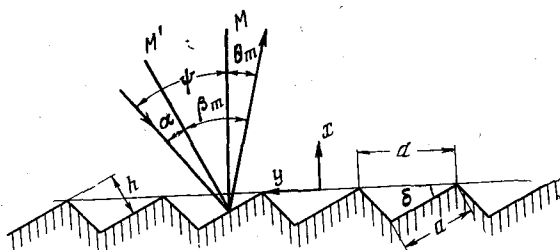
$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} R_m e^{ik(x \cos \theta_m + y \sin \theta_m)}. \quad (2)$$

Здесь R_m — амплитуда m -го дифракционного спектра, θ_m — угол дифракции, который определяется из следующего уравнения:

$$\sin \theta_m = \sin \psi + \frac{m\lambda}{d}. \quad (3)$$

Рис. 1. Эшелеттная решетка

M —нормаль к решетке; M' —нормаль к рабочей грани; ψ , α —углы падения; θ_m , β_m —углы дифракции; d —период решетки; a —ширина рабочей грани; h —высота ступеньки; δ —угол блеска



В выражении (2) только те слагаемые представляют собой распространяющиеся плоские волны, т. е. собственно дифракционные спектры, для которых выполняется неравенство

$$\left| \sin \psi + \frac{m\lambda}{d} \right| \leq 1. \quad (4)$$

Остальные слагаемые представляют собой поверхностные волны, экспоненциально затухающие при удалении от решетки. Амплитуды распространяющихся спектров удовлетворяют условию

$$\sum_{m_{\min}}^{m_{\max}} |R_m|^2 \cos \theta_m = \cos \psi, \quad (5)$$

которое выражает закон сохранения энергии.

Точное вычисление амплитуд R_m при произвольном соотношении между длиной волны и периодом решетки представляет собой трудную задачу теории дифракции, не решенную в общем виде до настоящего времени. Приводимые ниже выражения для $|R_m|^2$ получены методом физической оптики. Этот метод состоит в том, что сначала вычисляют поверхностный ток на решетке

$$\mathbf{i} = \frac{c}{2\pi} [\mathbf{nH}^0], \quad (6)$$

приближенно считая, что он определяется только невозмущенным удвоенным магнитным полем падающей волны. Отраженное поле является результатом излучения этого тока. Мы рассмотрим падающую волну с компонентами

$$\begin{aligned} E_x^0 &= E_0 \sin \psi e^{ik(-x \cos \psi + y \sin \psi)}, \\ E_y^0 &= E_0 \cos \psi e^{ik(-x \cos \psi + y \sin \psi)}, \\ H_z^0 &= -E_0 e^{ik(-x \cos \psi + y \sin \psi)}. \end{aligned} \quad (7)$$

Эта поляризация (вектор E перпендикулярен канавкам решетки) использовалась в эксперименте. Учитывая излучение тока (6) только с рабочих граней ширины a , получаем следующие результаты. Если

$$m_0 = -\frac{d}{\lambda} (\cos \psi + \cos \theta_{m_0}) \operatorname{tg} \delta \quad (8)$$

есть целое число, то

$$|R_{m_0}|^2 = \left(\frac{a \cos \beta_{m_0}}{d \cos \theta_{m_0}} \right)^2, \quad R_m = 0 \text{ при } m \neq m_0. \quad (9)$$

Если же m_0 не целое число, то

$$|R_m|^2 = \left(\frac{a \cos \beta_m}{d \cos \theta_m} \right)^2 \frac{\sin^2 U_m}{U_m^2}, \quad (10)$$

где

$$U_m = \frac{\pi a}{\lambda} (\sin \alpha + \sin \beta_m) \quad (11)$$

и

$$\alpha = \delta - \psi, \quad \beta_m = \delta + \theta_m. \quad (12)$$

При автоколлимационном расположении решетки, когда угол дифракции и угол падения связан условием

$$\theta_{m_0} = -\psi \quad (13)$$

и когда при этом угол падения ψ равен углу блеска решетки (см. рис. 1)

$$\psi = \delta, \quad (14)$$

условие (8) сводится к условию

$$d \sin \delta = -m_0 \frac{\lambda}{2}, \quad (15)$$

означающему, что высота ступеньки должна составлять целое число полуволн. В случае прямоугольной канавки, когда $a = d \cos \delta$, формула (9) дает

$$|R_{m_0}|^2 = 1. \quad (16)$$

Равенство единице коэффициента отражения в этом случае есть точный результат, который может быть получен прямо из урав-

нений Максвелла, так как рабочие грани решетки располагаются вдоль силовых линий электрического поля, а нерабочие грани перпендикулярны вектору E .

О точности формулы (10) можно сказать следующее. Как и вообще метод физической оптики, формула (10) имеет точность, увеличивающуюся с ростом отношения d/λ . Уже при $d/\lambda > 2$ распределение интенсивности по спектрам, рассчитанное по формуле (10), совпадает с точностью до 10% с экспериментальными данными, приведенными в работе [4] для поляризации с вектором E , перпендикулярным канавкам. При другой поляризации, когда вектор E падающей волны параллелен канавкам решетки, опытные результаты не согласуются с приведенной выше простой теорией.

В формуле (10) характерна зависимость $|R_m|^2 \sim \frac{1}{\cos^2 \theta_m}$, дающая неограниченный рост амплитуды скольльзящих спектров (при $\theta_m \rightarrow \pm \frac{\pi}{2}$). Разумеется, в силу закона сохранения энергии (5) это невозможно, что указывает на ограниченную применимость формулы (10). Однако скольльзящие спектры в действительности имеют большую амплитуду (аномалии Вуда), поэтому в открытом резонаторе такого типа необходимо избегать появления скольльзящих спектров.

Приведенные в этом параграфе формулы позволяют выбрать параметры решетки.

§ 2. СПЕКТР ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА С ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЕТКОЙ

В открытых резонаторах всегда реализуется дифракция Френеля, так как размеры зеркал D , расстояние между ними L и длина волны λ удовлетворяют условию

$$\frac{\sqrt{L\lambda}}{D} \ll 1. \quad (17)$$

При этом условии дифракционное распыление плоских волн на пути от одного зеркала до другого относительно мало. Как показано в работе [5], собственное колебание в открытом резона-

торе с плоскими зеркалами приближенно является суперпозицией плоских волн, распространяющихся под малым углом

$$\varepsilon_n \approx \frac{n\lambda}{2D} \quad (n=1, 2, \dots) \quad (18)$$

к оси резонатора, так что собственная частота $\omega = ck$ может быть получена из соотношения

$$k \approx \frac{\pi q}{L} \left[1 + \left(\frac{nL}{qD} \right)^2 \right]. \quad (19)$$

В формулах (18) и (19) q — продольный индекс колебания, n — поперечный. Радиационная добротность колебаний высших типов быстро убывает с ростом n

$$Q_n \sim \frac{1}{n^2}, \quad (20)$$

так что соседние собственные колебания с наибольшей добротностью имеют разность частот

$$\Delta\omega \approx \frac{\omega}{q}. \quad (21)$$

Это выражение определяет густоту спектра обычного открытого резонатора с плоскими зеркалами.

Перейдем теперь к резонатору с дифракционной решеткой вместо одной из отражающих пластин. Здесь существенна угловая дисперсия решетки, описываемая уравнением (3), благодаря которой при изменении длины волны угол дифракции меняется на величину

$$\Delta\theta_m = \frac{m\Delta\lambda}{d \cos \theta_m}. \quad (22)$$

При условии

$$\Delta\theta_m \gtrsim \varepsilon \quad (23)$$

или при

$$L \ll \frac{D\lambda}{d} \frac{m}{\cos \theta_m} \quad (24)$$

дифракционная решетка выделяет из спектра открытого резонатора с плоскими зеркалами только те колебания, которые отражаются от решетки точно навстречу падающей волне. В диапазоне длин волн

$$\frac{h}{m_0 + 1} < \frac{\lambda}{2} < \frac{h}{m_0} \quad (25)$$

(h — высота ступеньки) имеется только одно основное колебание. Добротность основного колебания, обусловленная неполным отражением от решетки, приближенно может быть вычислена по формуле

$$Q = \frac{4\pi\bar{q}}{1 - |R_{m_0}|^2}. \quad (26)$$

При выводе этой формулы принято, что плоское зеркало имеет коэффициент отражения, равный единице, и учтено синусоидальное распределение поля на решетке; \bar{q} — число полуволн между плоским зеркалом и серединой решетки.

Изложенные выше соображения оказываются достаточными для объяснения экспериментальных результатов, к изложению которых мы и перейдем.

§ 3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Мы использовали в открытом резонаторе эшелеттную решетку со следующими параметрами: период $d = (18,29 \pm 0,02)$ мм, порядок спектра $m_0 = -2$, угол блеска $\delta = 27^\circ 43' \pm 2'$, ширина рабочей грани $a = (15,72 \pm 0,02)$ мм, высота ступеньки $h = (8,52 \pm 0,02)$ мм, число ступенек решетки $N = 11$.

Резонатор состоял из плоского зеркала размером 178×178 мм, выполненного из меди, и медной решетки тех же поперечных размеров. Зеркало и решетка укреплялись на катетометре, описанном в работе [6], на минимальном расстоянии от 4 до 100 мм друг от друга. Фотография резонатора приведена на рис. 2. Возбуждение и прием колебаний производились через отверстия связи в решетке и плоском зеркале с помощью прямоугольного волновода $7,2 \times 3,4$ мм, ориентированного так, что вектор E был перпендикулярен канавкам решетки. Отверстия связи имели диаметр 3,2 мм и толщину 1 мм. Схема установки изображена на рис. 3. Добротность измерялась с точностью $\pm 10\%$; как и в работе [6], применялся метод модуляции клистронного генератора напряжением с частотой 5—15 Мгц. Коэффициент связи резонатора с волноводом измерялся по коэффициенту отражения от резонатора при резонансе с помощью направленного ответвителя и составлял 0,1—0,3.

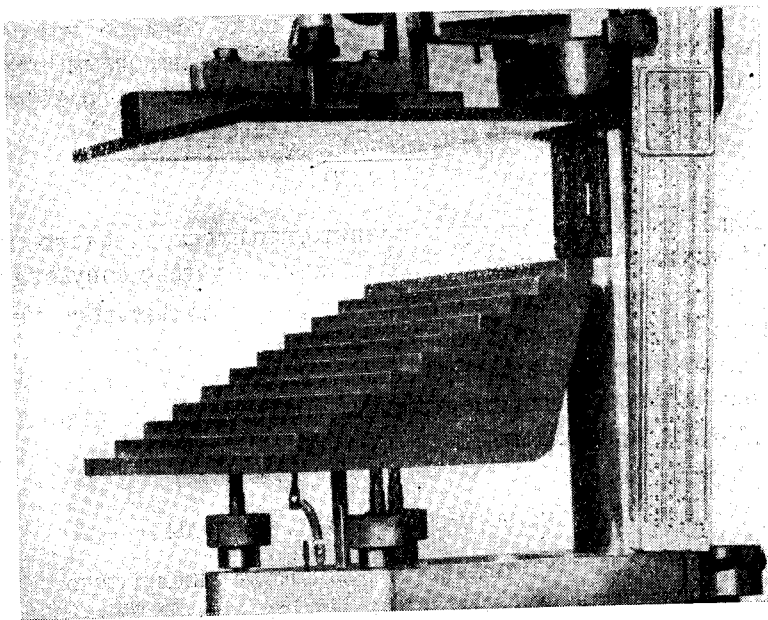


Рис. 2. Открытый резонатор с эшелеттной решеткой

Настройка открытого резонатора с решеткой производится следующим образом. Сначала устанавливают требуемый угол наклона решетки согласно уравнению (3), после чего изменением расстояния между решеткой и плоским зеркалом добиваются резонанса. После получения резонанса на длине волны 8,52 мм

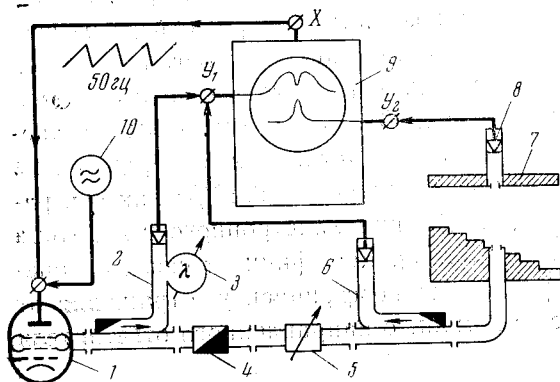


Рис. 3. Схема измерительной установки

1 — клистронный генератор; 2 — направленный ответвитель для индикации мощности; 3 — волномер; 4 — развязка; 5 — измерительный ответвитель; 6 — направленный ответвитель для измерения волны, отраженной от резонатора; 7 — эшелеттный резонатор; 8 — сигнальный детектор; 9 — двухлучевой осциллограф; 10 — генератор радиочастоты 5—15 Мгц

был измерен спектр резонатора в диапазоне частот 27,7—40 Гц. При неизменном угле наклона решетки и фиксированном расстоянии между решеткой и зеркалом мы обнаружили следующие колебания в этом диапазоне:

Спектр резонатора с решеткой в диапазоне 27,7—40 Гц

Частота, Гц	Добротность	Индексы колебания q_{\min}, n_1, n_2
$35,11 \pm 0,005$	6000 ± 10	16, 1, 1
$35,17 \pm 0,02$	1500 ± 20	16, 1, 2
$35,27 \pm 0,05$	600 ± 50	16, 1, 3

В этой таблице q_{\min} — число полуволн между плоским зеркалом и ближайшей к нему ступенькой решетки. Остальные колебания, если они существуют, имеют амплитуду, меньшую уровня шумов в нашей установке.

Для сравнения укажем, что добротность основного колебания в открытом резонаторе с двумя плоскими зеркалами тех же размеров, что и в нашем резонаторе, и с продольным индексом $q=q$ получается равной примерно 9000.

Открытый резонатор с решеткой может перестраиваться по частоте изменением наклона решетки и подбором расстояния до плоского зеркала. Изменение добротности изображено на рис. 4. На том же рисунке изображена зависимость, построенная по формулам (10) и (26). Интересно отметить, что при $\lambda=h$ коэффициент отражения получается равным $|R_{-2}|^2 = 0,945$. Несовпадение экспериментальных точек с теоретической кривой может быть объяснено как неточностью теории рассеяния на эшелетте, так и тем, что величина добротности определяется не только неполным отражением от решетки, но и дифракцией на краях резонатора.

На рис. 5 изображено изменение амплитуды резонансных кривых при изменении частоты и при постоянном наклоне решетки. На каждой частоте подбиралось необходимое для резонанса расстояние от решетки до плоского зеркала. На этом же рисунке отложена вычисленная по формуле (3) половина угла поворота (-2)-го дифракционного спектра, которая равна эффективному

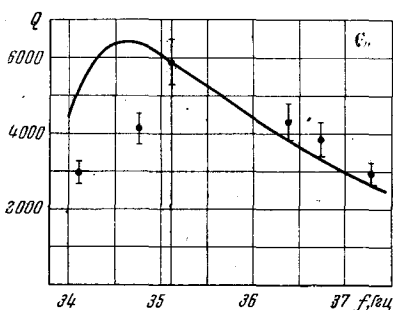


Рис. 4. Измерение добротности резонатора с решеткой в зависимости от частоты

Сплошная кривая построена по формулам (10) и (26). Перестройка по частоте производилась изменением наклона решетки и подбором расстояния от решетки до плоского зеркала

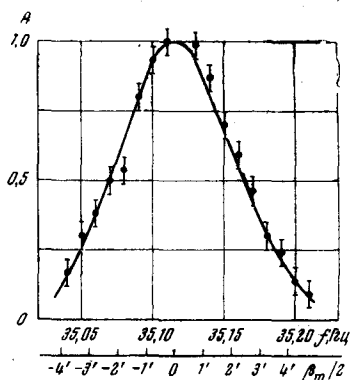


Рис. 5. Амплитуды резонансных кривых как функции частоты при постоянном наклоне решетки

На каждой частоте подбирались необходимые для резонанса расстояние между решеткой и плоским зеркалом; каждая экспериментальная точка представляет амплитуду резонансной кривой, а огибающая вершин резонансных кривых. Через $\beta_m/2$ обозначено эффективное изменение угла наклона решетки вследствие поворота дифракционного спектра

изменению угла наклона решетки. Кривая зависимости амплитуды резонанса от угла перекося практически совпадает с аналогичной кривой, приведенной на рис. 6 работы [6]. Этим подчеркивается сходство колебаний в резонаторе с решеткой и в обычном резонаторе с плоскими зеркалами.

Распределение поля в открытом резонаторе мы измеряли методом рассеивающего тела. В качестве рассеивающего тела мы применяли резонансный диполь диаметром $0,02 \lambda$ и длиной $\lambda/2$ и λ , который протягивался с помощью капроновой нити на расстоянии $\lambda/4$ от плоского зеркала в направлении, перпендикулярном штрихам решетки. Таким образом мы измеряли E^2 .

На рис. 6 приведена запись амплитуды резонанса A основного колебания, которая пропорциональна E^2 при квадратичном детектировании. Обращают на себя внимание характерные местные экстремумы на этой кривой, соответствующие границам

ступенек. Эти экстремумы объясняются изменением поперечного сечения рассеяния волн на диполе в этих положениях. Величины этих экстремумов разные для диполей длиной $\lambda/2$ и λ . На рис. 7 приведено распределение поля основного колебания, полученное обработкой данных рис. 6 по формуле

$$E^2 \sim \sqrt{\frac{A_{\max}}{A}} - 1. \quad (27)$$

На этом же рисунке приведена кривая $\sin^2\left(\pi \frac{l}{l_{\max}}\right)$, описывающая распределение поля основного колебания в обычном резонаторе с двумя плоскими зеркалами. Видно, что это распределение в первом приближении годится и для данного резонатора с решеткой.

На рис. 8 приведено распределение поля колебания с поперечным индексом $n=2$. И здесь это распределение очень похоже на

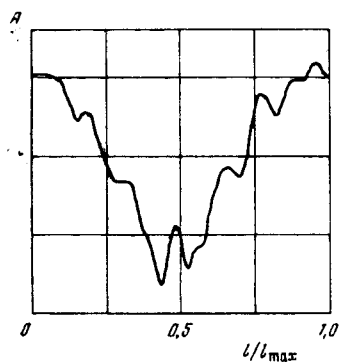


Рис. 6. Запись амплитуды резонанса при перемещении рассеивающего тела вдоль плоского зеркала (для основного колебания в эшелетном резонаторе)

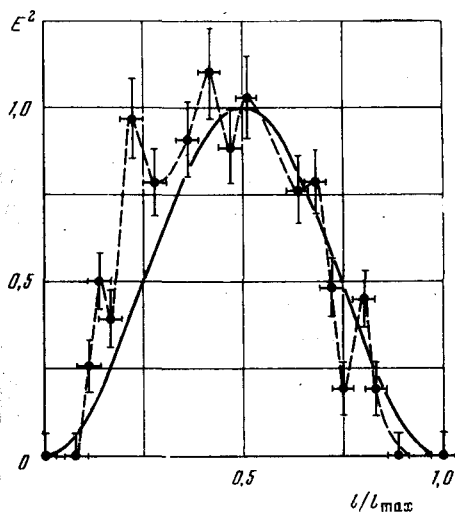


Рис. 7. Распределение поля основного колебания в эшелетном резонаторе, полученное на основании рис. 6 (штриховая кривая). Сплошная кривая — распределение поля в резонаторе с плоскими зеркалами

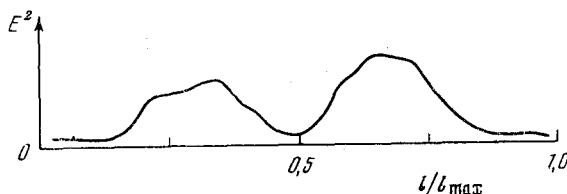


Рис. 8. Распределение поля колебания с поперечным индексом $n=2$ в эшелеттном резонаторе

кривую $\sin^2\left(2\pi\frac{l}{l_{\max}}\right)$, описывающую распределение поля в резонаторе с плоскими зеркалами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе исследован открытый резонатор с отражающей эшелеттной решеткой. Используемая решетка имела (для спектра второго порядка) коэффициент отражения 0,945 по мощности. Резонатор, состоявший из плоского зеркала и такой решетки, имел в исследованном диапазоне частот 27,7—40 Гц только одно основное колебание с добротностью 6000. Комбинируя данный метод разрежения спектра с другими известными способами, можно осуществить открытый резонатор, имеющий вообще только одно собственное колебание в достаточно широком диапазоне. Подобные резонаторы могут применяться в квантовых генераторах и в других приборах, где необходим редкий спектр колебательной системы.

Автор благодарит Л. А. Вайнштейна и В. П. Быкова за интересные дискуссии и ценные замечания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Р. Вуд. Физическая оптика. М.—Л., ОНТИ, 1936, гл. VII.
2. В. П. Шейко. Укр. физич. журн., 7, № 4, 430, 1962.
3. С. И. Аверкиев, Н. И. Фурашов. Изв. вузов. Радиофизика (в печати).
4. J. H. Rohrbaugh, C. Pine, W. Zoellner, R. Hatcher. J. Opt. Soc. Am., 48, N 10, 710—711, 1958.
5. Л. А. Вайнштейн. ЖЭТФ, 44, 1050, 1963.
6. Г. Д. Богомолов. Электроника больших мощностей, сб. 3. М., изд-во «Наука», 1964, стр. 154—175.