Low Temperature Physics/Фізика низьких температур, 2018, т. 44, № 10, с. 1368–1370

Влияние деформации аэрогеля на спиновую диффузию в жидком ^{3}He: как учитывать корреляции?

Л.А. Мельниковский

Институт физических проблем им. П.Л. Капицы РАН
ул. Косыгина, 2, г. Москва, 119334, Россия

E-mail: leva@kapitza.ras.ru

Статья поступила в редакцию 6 июня 2018 г., опубликована онлайн 28 августа 2018 г.

Получен закон преобразования корреляционной функции нематического аэрогеля при его деформации. Предложен метод описания спиновой диффузии в ^{3}He, заполняющем деформированный аэрогель для слабокоррелированного случая. Анизотропия коэффициента диффузии в плоскости, перпендикулярной направлению нитей, остается малой даже при заметных деформациях аэрогеля.

Ключевые слова: нематический аэрогель, спиновая диффузия, жидкий ^{3}He.

1. Введение

Аэрогель — искусственно вносимая в ^{3}He примесь, приводит к ряду интересных явлений. Анизотропия аэрогеля существенно расширяет спектр таких явлений. Это относится не только к сверхтекучим фазам ^{3}He, но и к нормальному состоянию — ферми-жидкости. Анизотропный характер рассеяния квазичастиц в такой системе проявляется экспериментально в зависимости коэффициента спиновой диффузии от направления. В работе [1] приведены результаты измерения и построена теория для описания спиновой диффузии в нематическом аэрогеле при низкой температуре. Этот аэрогель характеризуется высокой одноосной анизотропией: он состоит из практически параллельных нитей (выберем ось Oz в этом направлении).

Оказывается, что нематический аэрогель допускает заметную деформацию (одноосное сжатие) в направлении, перпендикулярном направлению нитей. При этом происходит перераспределение нитей, сами нити, конечно, не деформируются. В настоящей работе предложен способ описания спиновой диффузии в деформированном нематическом аэрогеле и оценена ее анизотропия в плоскости xy, перпендикулярной направлению нитей.

2. Преобразование корреляционной функции

Заметим, что при пренебрежении корреляциями в исходном расположении нитей, дополнительной анизотропии спиновой диффузии от такой деформации не возникает: эта деформация не нарушает аксиальную симметрию системы. Действительно, изменения ориентации нитей при этом не происходит, поэтому достаточно следить за расположением центров нитей в плоскости xy. Рассмотрим корреляционную функцию $w(\boldsymbol{\rho}_2-\boldsymbol{\rho}_1)$, определяющую плотность вероятности обнаружения центра нити в точке $\boldsymbol{\rho}_2$ при условии, что в точке $\boldsymbol{\rho}_1$ находится центр другой нити. Здесь $\boldsymbol{\rho}=(x,y)$ — двумерный радиус-вектор. Отсутствию корреляции [2] соответствует

$$w(\boldsymbol{\rho}) = N = \frac{4(1-p)}{\pi d^2},$$

где d — диаметр нитей, N — их двумерная концентрация, а p — коэффициент пористости. При сжатии в α раз по оси Ox

$$(x,y)\to(\tilde{x},\tilde{y}) = \left(\frac{x}{\alpha}, y\right), \tag{1}$$

такая корреляционная функция останется изотропной

$$\tilde{w}(\tilde{\boldsymbol{\rho}}) = \det\left(\frac{\partial\boldsymbol{\rho}}{\partial\tilde{\boldsymbol{\rho}}}\right) w(\boldsymbol{\rho}) = \alpha N.$$

При учете корреляций аксиальная симметрия деформированного состояния разрушается. Рассмотрим однородный недеформированный (аксиально симметричный) нематический аэрогель. Корреляционная функция в нем $w(\boldsymbol{\rho}) = w\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)$ зависит только от модуля аргумента. Если эта зависимость не сводится к константе, то после деформации (1) изотропия в плоскости xy исчезает:

$$\tilde{w}(x,y) = \alpha w(\alpha x, y),$$

или в полярных координатах

$$\tilde{w}(\phi,\rho) = \alpha w\left(\rho\sqrt{\alpha^2\cos^2\phi+\sin^2\phi}\right) =$$
$$= \alpha w\left(\rho\sqrt{1+\left(\alpha^2-1\right)\cos^2\phi}\right) \equiv \alpha w(\beta\rho), \qquad (2)$$

где $\beta(\phi)=\sqrt{1+\left(\alpha^2-1\right)\cos^2\phi}$. Существенно, что на больших расстояниях корреляционная функция выходит на константу $w(\rho)\to N$ и угловая зависимость пропадает $\tilde{w}(\rho,\phi)\to\alpha N$.

3. Спиновая диффузия

Вычисление коэффициента спиновой диффузии [3] подразумевает решение уравнение Больцмана для квазичастиц. Последние подчиняются статистике Ферми, поправку к их функции распределения можно искать в форме

$$\delta\tilde{n} = \frac{\partial n_0}{\partial\epsilon}\chi(\hat{\mathbf{p}}), \quad \hat{\mathbf{p}} = \mathbf{p}/p,$$

где χ зависит только от направления вектора $\mathbf{p}$. Само линеаризованное кинетическое уравнение [1] принимает вид

$$-\left(\boldsymbol{\psi}\hat{\mathbf{p}}\right) = \int(\chi'-\chi)\mathrm{d}\sigma(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}'),$$

где

$$\psi^m = \left(1+F_0^a\right)\frac{2\pi^2\hbar^3}{p_F m^*}\frac{\partial M}{\partial x^m}.$$

При достаточно низкой температуре можно пренебречь столкновениями квазичастиц друг с другом и учитывать только рассеяние на аэрогеле. Соответствующее дифференциальное сечение рассеяния зависит от направлений импульсов до и после рассеяния

$$\mathrm{d}\sigma(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}') \equiv \frac{Nd}{4}S(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}')\mathrm{d}\hat{\mathbf{p}}'. \qquad (3)$$

Таким образом введенная функция $S(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}')$ является безразмерной усредненной характеристикой вероятности рассеяния одной нитью на разные углы. Например, для случая зеркального отражения [1]

$$S(\hat{\mathbf{p}},\hat{\mathbf{p}}') = \left|\sin\frac{\phi-\phi'}{2}\right|\delta(\theta'-\theta),$$

где углы (θ,ϕ) и (θ',ϕ') задают вектора $\hat{\mathbf{p}}$ и $\hat{\mathbf{p}}'$.

При пренебрежении корреляциями, сечение рассеяния (3) зависит только от средней концентрации нитей N. Если длина свободного пробега много больше корреляционной длины аэрогеля a (т.е. $a\alpha Nd \ll 1$), то учет корреляций можно произвести следующий образом. Будем следить за проекцией движения на плоскость xy. Рассмотрим частицу, проекция которой движется в направлении, задаваемом углом ϕ, после рассеяния на нити в точке $\rho=0$. Обозначим $G(\phi,\rho)$ — вероятность того, что частица долетит до точки ρ не рассеявшись

$$\frac{\mathrm{d}G(\phi,\rho)}{\mathrm{d}\rho} = -G(\phi,\rho)\tilde{w}(\phi,\rho)d. \qquad (4)$$

Это уравнение легко решается

$$G(\phi,\rho) = \exp\left(-d\int_0^\rho \tilde{w}(\phi,\rho')\,\mathrm{d}\rho'\right).$$

Усредняя $\tilde{w}(\phi,\rho)$ по ρ с весом, пропорциональным $G(\phi,\rho)$, получаем «кажущуюся концентрацию нитей»

$$\tilde{N}(\phi) = \frac{\int_0^\infty G(\phi,\rho)\tilde{w}(\phi,\rho)\,\mathrm{d}\rho}{\int_0^\infty G(\phi,\rho)\,\mathrm{d}\rho},$$

которую следует подставить в (3) вместо N. Подынтегральное выражение в числителе, с точностью до константы, совпадает с правой частью (4). Учитывая граничные условия $G(\phi,0)=1$ и $G(\phi,\infty)=0$, получаем

$$\tilde{N}(\phi) = \left(d\int_0^\infty G(\phi,\rho)\,\mathrm{d}\rho\right)^{-1} =$$
$$= \left(d\int_0^\infty \exp\left(-d\int_0^\rho \tilde{w}(\phi,\rho')\,\mathrm{d}\rho'\right)\mathrm{d}\rho\right)^{-1}.$$

Подставим сюда корреляционную функцию деформированного аэрогеля из (2)

$$\left(\tilde{N}(\phi)d\right)^{-1} = \int_0^\infty \exp\left(-\alpha d\int_0^\rho w(\beta\rho')\,\mathrm{d}\rho'\right)\mathrm{d}\rho =$$
$$= \frac{1}{\beta}\int_0^\infty \exp\left(-\frac{\alpha d}{\beta}\int_0^\rho w(\rho')\,\mathrm{d}\rho'\right)\mathrm{d}\rho. \qquad (5)$$

В рассматриваемом приближении малой корреляционной длины можно вычислить первый член в разложении $\tilde{N}(\phi)$ по a. Будем считать, что при $\rho>a$, корреляционная функция выходит на константу $w(\rho)=N$. Тогда выражение (5) преобразуется следующим образом:

$$\left(\tilde{N}(\phi)d\right)^{-1} = \frac{1}{\beta}\int_0^\infty \exp\left(\frac{\alpha d}{\beta}\int_0^\rho\left(N-w(\rho')\right)\mathrm{d}\rho'\right)\exp\left(-\frac{\alpha Nd}{\beta}\rho\right)\mathrm{d}\rho =$$
$$= \frac{1}{\beta}\int_0^\infty\left(1+\frac{\alpha d}{\beta}\int_0^\rho\left(N-w(\rho')\right)\mathrm{d}\rho'\right)\exp\left(-\frac{\alpha Nd}{\beta}\rho\right)\mathrm{d}\rho = \frac{1}{\alpha Nd}\left(1-\frac{\alpha d}{\beta}\int_0^\infty\left(w(\rho')-N\right)\mathrm{d}\rho'\right).$$

Замена верхнего предела внутреннего интегрирования от $(N - w(\rho'))$ на бесконечность приводит к ошибке, пропорциональной a^2.

Окончательно для «кажущейся концентрации» в первом приближении по a получаем

$$\tilde{N}(\phi) = \alpha N + \frac{\alpha^2 NKd}{\beta(\phi)} = \alpha N + \frac{\alpha^2 NKd}{\sqrt{1 + \left(\alpha^2 - 1\right)\cos^2\phi}}, \quad (6)$$

где все корреляционные свойства аэрогеля содержатся в константе

$$K = \int_0^\infty \left(w(\rho) - N\right) \mathrm{d}\rho \sim aN. \quad (7)$$

По-видимости, знак этой константы зависит от конкретных свойств аэрогеля. Из общих соображений определить его не представляется возможным.

Второй член в (6) определяет угловую зависимость сечения рассеяния. Используя (7) и полагая, что в неупорядоченной среде корреляции исчезают на масштабе $a \sim N^{-1/2}$, можно оценить анизотропию коэффициента диффузии

$$\frac{D_x - D_y}{D_x} \sim (\alpha^2 - 1)\alpha Kd \sim (\alpha^2 - 1)\alpha\sqrt{\frac{4(1-p)}{\pi}}. \quad (8)$$

Видно, что даже при значительной деформации $(\alpha^2 - 1 \sim 1)$ аэрогеля с высокой пористостью $(1 - p \ll 1)$, анизотропия оказывается малой.

Я благодарен А.Ф. Андрееву, В.В. Дмитриеву и В.И. Марченко за полезное обсуждение. Работа подготовлена при частичной поддержке Программы Президиума РАН 1.4. «Актуальные проблемы физики низких температур».

1. V.V. Dmitriev, L.A. Melnikovsky, A.A. Senin, A.A. Soldatov, and A.N. Yudin, *JETP Lett.* **101**, 808 (2015).
2. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, *Статистическая физика*, Наука, Москва (1995), ч. 1, § 116.
3. D. Hone, *Phys. Rev.* **121**, 669 (1961).

Вплив деформації аерогелю на спінову дифузію у рідкому ^{3}He: як враховувати кореляції?

Л.А. Мельніковський

Отримано закон перетворення кореляційної функції нематичного аерогелю при його деформації. Запропоновано метод опису спінової дифузії у ^{3}He, що заповнює деформований аерогель для слабкокорельованого випадку. Показано, що анізотропія коефіцієнта дифузії залишається малою навіть при помітних деформаціях аерогелю.

Ключові слова: нематичний аерогель, спінова дифузія, рідкий ^{3}He.

Influence of aerogel deformation on spin diffusion in liquid ^{3}He: how to take correlations into account?

L.A. Melnikovsky

Transformation law for the correlation function of nematic aerogel under deformation is found. We propose an approach to describe spin diffusion in ^{3}He confined in deformed aerogel assuming weak correlations. The spin diffusion coefficient anisotropy in the plane, perpendicular to aerogel strands, remains small even for significant deformation.

Keywords: nematic aerogel, spin diffusion, liquid ^{3}He.