Краткий курс теории сверхпроводимости

В.И. Марченко

16 апреля 2017 г.

Настоящий семестровый курс лекций посвящен максимально простому изложению теории сверхпроводимости для будущих физиков-экспериментаторов.

Камерлинг-Оннес [1] в 1911 году вскоре после получения им жидкого гелия и достижения градусного диапазона температур обнаружил, что электрическое сопротивление ртути скачком исчезает. Мейсснер В 1933 году обнаружил [2], что слабое магнитное поле не проникает в сверхпроводник, т.е. сверхпроводники являются идеальными диамагнетиками. К настоящему времени известно множество чистых металлов и соединений, в которых имеется сверхпроводящая фаза. Природа сверхпроводимости оставалась непонятной более 40 лет. В этот период времени была создана квантовая механика и постепенно было осознано, что сверхпроводимость есть макроскопическое квантовое явление.

1. **Квантовая механика электрона**

Прежде чем непосредственно приступать к изучению теории сверхпроводимости полезно освежить в памяти основные понятия квантовой механики. Наблюдаемые свойства электрона находят объяснение только, если предположить, электрон описывается комплексной волновой функцией ψ, причем теория должна быть калибровочно инвариантна. А именно, уравнения квантовой механики не должны измениться, если вместо функции ψ в них подставить функцию $e^{i\alpha}\psi$, где α – действительное число.

Уравнение Шредингера можно получить из условия экстремума функционала действия

$$\mathcal{S} = \int (\mathcal{K} - \mathcal{U}) dV dt, \tag{1}$$

где

$$\mathcal{K} = i\frac{\hbar}{2}(\dot{\psi}\psi^* - \psi\dot{\psi}^*) \tag{2}$$

кинетическая энергия (здесь есть производные по времени $\dot{\psi}$) и

$$\mathcal{U} = \frac{\hbar^2}{2m}\nabla\psi\nabla\psi^* + U\psi\psi^* \tag{3}$$

потенциальная энергия.

Вариация действия $\delta\mathcal{S} =$

$$\int \left(i\frac{\hbar}{2}(\dot{\psi}\delta\psi^* - \psi\delta\dot{\psi}^*) - \frac{\hbar^2}{2m}\nabla\psi\nabla\delta\psi^* - U\psi\delta\psi^* \right) dV dt + c.c., \tag{4}$$

здесь $c.c.$ – комплексно сопряженная часть. Интегрируя по частям члены с временными и пространственными производными от $\delta\psi^*$ ($\delta\psi$), получим

$$\delta\mathcal{S} = \int \left(i\hbar\dot{\psi} + \frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi - U\psi \right) \delta\psi^* dV dt + c.c., \tag{5}$$

откуда и следует уравнение Шредингера

$$i\hbar\dot{\psi} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + U\psi. \qquad (6)$$

Величина $\rho = \psi\psi^*$ задает вероятность нахождения электрона в элементе объема dV, т.е. представляет собой электронную плотность. Согласно уравнению Шредингера выполняется уравнение непрерывности

$$\dot{\rho} + div\mathbf{j} = 0, \qquad (7)$$

где $\mathbf{j}$ – плотность тока

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi) \qquad (8)$$

Если представить ψ в виде $\sqrt{\rho}e^{i\varphi}$, то

$$\mathbf{j} = \frac{\hbar}{m}\rho\nabla\varphi. \qquad (9)$$

Заметим, что уравнение непрерывности (7) получается при варьировании действия по фазе волновой функции $\delta\varphi$.

При наличии магнитного поля градиентный член в потенциальной энергии (3) изменяется

$$\frac{\hbar^2}{2m}\nabla\psi\nabla\psi^* \to \frac{1}{2m}(i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A})\psi(-i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A})\psi^* \qquad (10)$$

Такая форма соответствует локальной калибровочной инвариантности квантовой механики и электродинамики: уравнения не должны измениться при одновременном замене фазы и векторного потенциала

$$\varphi \to \varphi + f,\ \mathbf{A} \to \mathbf{A} + \frac{\hbar c}{e}\nabla f, \qquad (11)$$

где f – произвольная функция координат. Природа этой инвариантности остается непонятной в современной теории, однако все наблюдаемые согласуются с ее следствиями.

В соответствии с изменением (10) уравнение Шредингера приобретает вид

$$i\hbar\dot{\psi} = \frac{1}{2m}(i\hbar\nabla + \frac{e}{c}\mathbf{A})^2\psi + U\psi, \tag{12}$$

а выражения для потока

$$\mathbf{j} = \frac{i\hbar}{2m}(\psi\nabla\psi^* - \psi^*\nabla\psi) - \frac{2e}{mc}\psi\psi^*\mathbf{A}. \tag{13}$$

2. **Калибровочная инвариантность и сверхпроводимость**

Основная идея теории сверхпроводимости, а также родственного явления - сверхтекучести, сводится к спонтанному нарушению калибровочной инвариантности. Полагается, что состояние сверхпроводника характеризуется некоторым комплексным параметром порядка ψ и его калибровочное преобразование соответствует калибровочному преобразованию электронных волновых функций.

Свободная энергия сверхпроводника минимальна при однородном его состоянии, когда фаза параметра порядка постоянна. При возникновении слабой неоднородности фазы свободная энергия повышается на величину

$$F_{\nabla} = \int \frac{g}{2}(\nabla\varphi)^2 dV, \tag{14}$$

$g > 0$. Из условия калибровочной инвариантности (11) следует, что в магнитном поле этот член должен приобрести вид

$$F_{\nabla} = \int \frac{g}{2}\left(\nabla\varphi - \frac{\tilde{e}}{\hbar c}\mathbf{A}\right)^2 dV \tag{15}$$

Здесь введено обозначение $\tilde{e}$ вместо заряда электрона, поскольку в макроскопической теории неясна связь между калибровочными преобразованиями параметра порядка и ψ–функции электронов (см. ниже).

Магнитное поле вносит и обычный вклад в свободную энергию

$$F_B = \int \frac{\mathbf{B}^2}{8\pi\mu} dV = \int \frac{(rot\mathbf{A})^2}{8\pi\mu} dV \tag{16}$$

Равновесные состояния сверхпроводника соответствуют минимуму свободной энергии. Варьируя сумму вкладов (15) и

(16) по векторному потенциалу получим уравнение Максвелла

$$rot\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \quad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu}, \tag{17}$$

со следующим выражением для электрического тока

$$\mathbf{j} = \frac{\tilde{e}g}{\hbar}\left(\nabla\varphi - \frac{\tilde{e}}{\hbar c}\mathbf{A}\right). \tag{18}$$

Эта формула получена Ландау в 1941 г. (см. §9 в работе [3]). Она описывает возможность бездиссипативного переноса электрического заряда.

Варьируя энергию (15) по фазе, имеем

$$\frac{1}{\tilde{e}}\int \mathbf{j}\nabla\delta\varphi dV = \frac{1}{\tilde{e}}\int \left(\nabla\{\delta\varphi\mathbf{j}\} - \delta\varphi div\mathbf{j}\right) dV. \tag{19}$$

Отсюда получаются уравнение непрерывности $div\mathbf{j} = 0$ и естественное граничное условие на свободной границе сверхпроводника – отсутствие нормальной компоненты тока $j_n = 0$.

С помощью уравнений (17,18) можно вывести уравнение в котором фигурирует только поле $\mathbf{B}$. Применим операцию rot к уравнению (17)

$$rot\,rot\mathbf{H} = \frac{4\pi}{c}rot\mathbf{j}.$$

Левую часть преобразуем с помощью формулы "$BAC - CAB$"

$$rot\,rot\mathbf{H} = [\nabla[\nabla\mathbf{H}]] = \nabla(\nabla\mathbf{H}) - \nabla^2\mathbf{H} = -\Delta\mathbf{H} = -\frac{1}{\mu}\Delta\mathbf{B}$$

Здесь использовано, что в силу уравнения Максвелла

$$div\mathbf{B} = 0 \tag{20}$$

имеем $(\nabla\mathbf{H}) \equiv div\mathbf{H} = \mu^{-1}div\mathbf{B} = 0$. В правой же части, используя выражение (18), находим

$$rot\mathbf{j} = \frac{\tilde{e}g}{\hbar}rot\left(\nabla\varphi - \frac{\tilde{e}}{\hbar c}\mathbf{A}\right) = -\frac{\tilde{e}^2 g}{\hbar c}rot\mathbf{A} = -\frac{\tilde{e}^2 g}{\hbar c}\mathbf{B}.$$

В результате получаем искомое уравнение

$$\Delta \mathbf{B} = \frac{\mathbf{B}}{\delta^2}, \tag{21}$$

где δ – параметр размерности длины

$$\delta = \frac{\hbar c}{2\tilde{e}\sqrt{\pi g \mu}}.$$

Уравнение (21) для сверхпроводников было введено братьями Лондонами в 1935г. Параметр δ называется лондоновской глубиной проникновения поля. Обычно эта длина существенно превосходит межатомное расстояние $\delta \sim 10^{-6} - 10^{-5}$см., что обеспечивает осмысленность уравнения (21).

Рассмотрим задачу о распределении магнитного поля внутри сверхпроводника вблизи плоской границы с вакуумом в случае, когда поле однородно в плоскости границы и зависит лишь от координаты x нормальной к границе. Уравнение Лондонов в этом случае имеет общее решение

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_- e^{-x/\delta} + \mathbf{B}_+ e^{+x/\delta}. \tag{22}$$

Растущую вглубь (полагаем, что сверхпроводник занимает полпространства $x > 0$) сверхпроводника экспоненту следует отбросить, так как мы ищем минимум суммы энергии магнитного поля (16) и энергии (14). В силу уравнения (20) $\partial_x B_x = 0$, поэтому нормальная к поверхности компонента $\mathbf{B}_-$ должна быть равной нулю. Тангенциальная же компонента $\mathbf{B}_-$ связана граничным условием с внешним полем $\mathbf{H} = \mathbf{B}_-/\mu$.

Таким образом, приповерхностные сверхпроводящие токи экранируют внешнее магнитное поле, что объясняет наблюдаемый идеальный диамагнетизм сверхпроводников. С другой стороны, согласно уравнения Лондонов возможен результирующий сверхпроводящий ток. Можно считать, что задано не внешнее поле, а электрический ток, например, ток по проводу из сверхпроводящего материала. Тогда, создающееся током магнитное поле выталкивается из металла. Ток течет лишь вблизи поверхности металла на глубине $\sim \delta$ без какой-либо диссипации.

Задача 1. Шар из сверхпроводящего материала помещен в область слабого магнитного поля H. Определить максимум поля.

Задача 2. Определить поле внутри сверхпроводящей пластинки в условиях, когда с одной ее стороны поле равно H_0, а с другой нулю.

3. **Квантование магнитного потока**

Пусть в дырке просверленной в сверхпроводящем образце имеется постоянное магнитное поле. Сверхпроводящие токи не дадут проникнуть полю в сверхпроводник на глубину значительно превосходящую δ. В такой геометрии поле может ориентироваться лишь вдоль оси дырки (z). Поток магнитного поля равен

$$\Phi = \int B_z dS = \int rot_z \mathbf{A} dS = \oint \mathbf{A} d\mathbf{l}. \tag{23}$$

Последний интеграл следует брать по контуру далеко от дырки, где поле $\mathbf{B}$ исчезает. Здесь исчезает и ток $\mathbf{j}$, и, поэтому,

$$\Phi = \int B_z dS = \oint \mathbf{A} d\mathbf{l} = \frac{\hbar c}{\tilde{e}} \oint \nabla \varphi d\mathbf{l}. \tag{24}$$

Набег фазы по замкнутому контуру у непрерывной комплексной функции должен быть равным $2\pi n$, где n– целое число. Поэтому рассматриваемый магнитный поток может быть равен только целому числу квантов потока $\Phi = n\Phi_0$, где

$$\Phi_0 = 2\pi \frac{\hbar c}{\tilde{e}}. \tag{25}$$

Этот факт отмечен Ф. Лондоном 1950г. в книге [4] (см. сноску на стр. 152).

Сверлить дырку в сверхпроводнике, однако, не обязательно. Линия, при обходе вокруг которой фаза имеет набег, является топологическим дефектом, таким как, например, дислокация в кристалле, т.е. устранить ее можно только выводя ее на поверхность образца, либо сводя с линией с противоположным набегом фазы. Такие дефекты могут существовать в любом сверхпроводнике. Они полностью аналогичны вихрям в сверхтекучей жидкости. На оси таких дефектов модуль комплексного параметра порядка неизбежно должен обращаться в нуль, так что на некотором расстоянии, называемом длинной когерентности ξ, параметр порядка существенно отличается от равновесного объемного значения.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Квант магнитного потока (25), помимо мировых констант $\hbar$ и c зависит от эффективного заряда $\tilde{e}$. Если $\tilde{e}$ является материальной константой, то, в частности, он должен зависеть от температуры. При этом могло бы наблюдаться несохранение магнитного потока в случае, когда в образце имелся бы градиент температуры. Избежать столь неуютной ситуации можно, если $\tilde{e} = \alpha e$, где α некоторое универсальное для данной сверхпроводящей фазы число. То, что это действительно так выясняется в микроскопической теории сверхпроводимости (см. ниже).

В сверхпроводниках у которых $\delta \gg \xi$ возможно дальнейшее выяснение свойств вихрей в рамках обсуждаемого приближения. На расстояниях $r \gg \xi$ модуль параметра порядка остается не возмущенным и верно выражение для тока (18). Пользуясь калибровочной инвариантностью выберем фазу в виде $\varphi = n\theta$, где θ азимутальный угол вокруг линии центра вихря. Магнитное поле существенно меняется на расстояниях порядка δ и вблизи центра вихря $r \ll \delta$ практически постоянно $\mathbf{B} \approx \mathbf{B}_0 \sim n\Phi_0/\delta^2$. Соответственно, вектор потенциал здесь можно выбрать равным $\mathbf{A} = [\mathbf{r}\mathbf{B}_0]/2$. Тогда, при вычислении вклада в энергию вихря члена (14) на расстояниях $\xi \ll r \ll \delta$ можно пренебречь вкладом векторного потенциала, и, в результате, получить

$$\varepsilon_n = \frac{g}{2}\int(\nabla\varphi)^2 dS = \frac{g}{2}\int\left(\frac{n}{r}\right)^2 2\pi r dr = \pi g n^2 ln\frac{\delta}{\xi}. \qquad (26)$$

Логарифмически расходящийся интеграл следует обрезать на малых расстояниях на радиусе $\sim \xi$, где модуль параметра порядка существенно уменьшается, и на больших расстояниях на радиусе $\sim \delta$, где экранирующий ток исчезает. Вкладом энергии магнитного поля (16) можно пренебречь, так как в нем нет логарифмической расходимости. Результат (26) показывает, что в пределе $\delta \gg \xi$ выгоден распад вихрей на изолированные одноквантовые: энергия n-квантового вихря равна $\varepsilon_n = n^2\varepsilon$, где

$$\varepsilon = \pi g l n \frac{\delta}{\xi} \tag{27}$$

энергия одноквантового вихря. Энергия же n изолированных одноквантовых вихрей равна $n\varepsilon$.

4. **Сверхпроводники первого и второго рода**

Формула (26) верна пока число n не слишком велико. По мере роста n величина магнитного поля в вихре возрастает и сверхпроводимость в конце концов должна быть разрушена внутри некоторого цилиндра радиуса $R \gg \xi$. Внутри цилиндра реализуется нормальное состояние металла, его свободная энергия равна

$$\mathcal{F}_n = \int \left(F_n + \frac{B^2}{8\pi\mu} \right) dV \tag{28}$$

и магнитное поле здесь постоянно. Отметим, что величина магнитной проницаемости μ у большинства металлов мало отличается от единицы, и, поэтому, в литературе по сверхпроводимости обычно полагают $\mu = 1$, не различая поля $\mathbf{B}$ и $\mathbf{H}$.

При $r > R$ после некоторой переходной области с толщиной порядка ξ (или δ, если $\delta \gg \xi$) поле исчезает и восстанавливается равновесный сверхпроводящий параметр порядка. Свободная энергия единицы объема здесь равна F_s, которая, очевидно, должна быть меньше F_n, иначе сверхпроводящее состояние вообще не реализовалось бы. Величина магнитного поля внутри нормальной области находится из условия минимума свободной энергии рассматриваемой структуры при заданном магнитном потоке.

Проведем эту минимизацию с учетом вклада в свободную энергию переходного слоя между нормальной и сверхпроводящей фазами. Для правильного выделения поверхностного вклада следует ввести некоторое точное определение границы. Так, например, по границу газ-жидкость чистого вещества определяют (см [5] §154) так, чтобы поверхностное число частиц было равно нулю. В сверхпроводниках удобно определить границу между нормальной и сверхпроводящей фазами (ns-границу) условием отсутствия магнитного потока, приписывая весь магнитный поток нормальному состоянию

$$\Phi = BS_n = \pi R^2 B. \tag{29}$$

Это определение, при заданной величине поля, точно фиксирует радиус R.

В расчете на единицу длины вдоль оси рассматриваемого цилиндра для свободной энергии системы имеем

$$\mathcal{F} = \left(F_n + \frac{B^2}{8\pi\mu}\right) S_n + F_s(S - S_n) + 2\pi R\sigma_{ns}, \tag{30}$$

где σ_{ns} свободная энергия единицы площади ns-границы. Минимизация выражения (30) по радиусу R при фиксированном потоке, т.е. при условии, что

$$2BR\delta R + R^2\delta B = 0,$$

приводит следующему соотношению

$$F_n - F_s - \frac{B^2}{8\pi\mu} + \frac{\sigma_{ns}}{R} = 0 \tag{31}$$

Это условие есть условие термодинамического сосуществования сверхпроводящей и нормальной фазы. Определяемое им поле при пренебрежении капиллярной поправкой $\propto 1/R$ обозначим $B_c \, (\equiv \mu H_c)$:

$$\frac{B_c^2}{8\pi\mu} = F_n - F_s. \tag{32}$$

Энергия рассматриваемой системы равна

$$\mathcal{F} = F_s S + \left(F_n - F_s + \frac{B_c^2}{8\pi\mu}\right) S_n = F_s S + \frac{B_c^2}{4\pi\mu} S_n. \tag{33}$$

Площадь S_n определяется числом квантов потока $n\Phi_0/B_c$. Поэтому, энергия потраченная на проникновение магнитного потока в сверхпроводник в расчете на один квант потока равна

$$\frac{\Phi_0 B_c}{4\pi\mu}. \tag{34}$$

Если эта энергия меньше энергии одно-, двух-, и, вообще, n-квантовых вихрей, то выгодно проникновение магнитного потока в сверхпроводник в виде макроскопических нормальных областей. Такие сверхпроводники называются сверхпроводниками первого рода. Остальные сверхпроводники называются сверхпроводниками второго рода. В них магнитный поток раздроблен до масштабов порядка δ. Такое состояние сверхпроводников называется смешанным, термин возник в те времена когда микроскопическая структура магнитного потока ещё не была известна.

Обычно в металлах отличие μ от единицы мало. Поэтому, в дальнейшем будем полагать $\mu = 1$.

5. **Промежуточное состояние сверхпроводников I рода**

Рассмотрим поведение сверхпроводника первого рода в виде пластинки во внешнем магнитном поле параллельном плоскости пластинки. В слабом поле, пренебрегая эффектами неоднородности поля у краев пластинки, имеем однородное магнитное поле в вакууме и сверхпроводящее состояние в пластинке. В поле H_c сверхпроводящее и нормального состояния могут сосуществовать, т.е. должен произойти фазовый переход первого рода. Энергия ns-границ σ_{ns} в сверхпроводниках I рода должна быть положительна для возможности сосуществования сверхпроводящей и нормальной фаз. Благодаря этой энергии, как обычно при фазовых переходах первого рода, возможны метастабильные состояния металла: нормальное – в полях $H < H_c$, и сверхпроводящее – в полях $H > H_c$. В равновесии же в поле H_c образец разобьется на две области сверхпроводящую и нормальную, разделенные плоской границей параллельной магнитному полю и перпендикулярной к плоскости границы, с тем чтобы площадь границы была минимальна (согласно микроскопической теории разница в поверхностной энергии пластинки в нормальном и сверхпроводящем состоянии мала по сравнению с σ_{ns}).

Качественно иное поведение будет наблюдаться в магнитном поле перпендикулярном пластинке. Диамагнитное обтекание образца магнитным потоком приведет к значительному усилению амплитуды поля на краях пластинки. Поэтому, уже при малых полях его величина на краях может превысит критическое и магнитный поток станет проникать в пластинку в виде макроскопических нормальных областей. В результате, как показал Ландау [6], в образце возникнет периодическая структура чередующихся сверхпроводящих и нормальных слоев. В пластинке с толщиной $L \gg \xi$ период структуры a оказывается малым $a \ll L$. В этих условиях практически на всей глубине, исключая расстояния от поверхности пластинки $\sim a$, ns-границы будут плоскими, и внутри нормальных областей магнитное поле постоянно и равно H_c. Из условия сохранения магнитного потока доля нормальной фазы

$$c_n = \frac{a_n}{a} = \frac{H}{H_c}, \tag{35}$$

где H – внешнее поле, a_n – толщина нормального слоя. Вблизи выхода на поверхность пластинки, на расстояниях порядка периода, ns-границы должны отклонятся от вертикальной ориентации. Ландау [6] нашел точное решение задачи о профиле ns-границ в предположении об однородности структуры вдоль пластинки в направлении перпендикулярном к направлению периодичности. Ключевым для решения является условие равенства величины магнитного поля на ns-границы критическому значению (капиллярные эффекты не учитывались).

Зависящая от периода структуры часть энергии сверхпроводника в промежуточном состоянии в расчете на один период и на единицу длины вдоль направления, в котором структура однородна, состоит из двух вкладов, энергии ns-границ равной в пренебрежение искажением границ $2\sigma_{ns}L$ и так называемой энергии выхода $f(H/H_c)H_c^2a^2$, связанной с неоднородностью поля вблизи поверхности пластинки на расстояниях порядка периода. Минимизируя плотность этой части энергии

$$2\frac{\sigma_{ns}L}{a} + fH_c^2a$$

по периоду, найдем $a \sim \sqrt{L}$. Предположение об однородности структуры по третьему направлению, однако, оказывается неверным. В глубине промежуточное состояние действительно представляет собой периодическую слоистую структуру с плоскими ns-границами. Это было доказано экспериментально в тонких экспериментах Шарвина [?]. Вблизи же выхода ns-граница начинает извиваться с амплитудой порядка периода, причем наблюдается сложная, по-видимому, фрактальная структура выхода ns-границ. Энергия выхода при этом значительно понижается, так как характерное расстояние на котором поле неоднородно становится значительно меньше периода. Теория такой структуры пока не построена.

Отметим, что, как показал Дзялошинский [7], точное решение Ландау для структуры промежуточного состояния (при надлежащей модификации) должно реализоваться в пластинке помещенной в наклонном поле, когда поле почти параллельно пластинке. В этих условиях извивы ns-границ невыгодны.

6. **Смешанное шубниковское состояние**

При обтекании магнитного потока образца сверхпроводника второго рода мейснеровское состояние становится неустойчивым относительно проникновения вихрей при некотором поле $H_{c1} < H_c$. Действительно, рассмотрим вихревую петлю конечной длины L внесенную в сверхпроводник вблизи участка поверхности, где поле максимально. Проигрыш энергии при этом будет равен εL. Выигрыш же связан с уменьшением энергии магнитного поля в вакууме, так как часть магнитного потока будет перенесена вихрем. Этот выигрыш будет максимален, когда вихрь будет проходить почти параллельно границе, так что расстояние между входом и выходом вихря будет равно почти L, и равен $\Phi_0 HL$, что очевидно из аналогии с электростатикой (разница потенциалов HL на "заряд" Φ_0). При

$$H > H_{c1} = \frac{\varepsilon}{\Phi_0} \tag{36}$$

проникновение вихрей становится выгодным. При малом расстоянии L становится важным кулоновское притяжение магнитных зарядов, поэтому, хотя рождение длинных вихрей и выгодно, необходимо преодоление энергетического барьера (барьер Бина-Левингстона), т.е. возможно наблюдение метастабильности мейснеровского состояния в полях $H > H_{c1}$.

В случае пластинки перпендикулярной магнитному полю, так же как и в сверхпроводниках первого рода, магнитный поток проникает в сверхпроводники второго рода уже при очень малом значении внешнего поля. Обычно вихри отталкиваются на всех расстояниях, и, в результате, наблюдается треугольная вихревая решетка.

7. Эффект Джозефсона

Пусть между двумя металлами имеется прослойка диэлектрического материала. Если толщина прослойки заметно превосходит атомный размер, то при низких температурах электроны из одного металла в другой могут проникать лишь благодаря квантовому туннелированию. Если металлы находятся в сверхпроводящем состоянии, то в таких туннельных контактах наблюдается явление бездиссипативного протекания тока.

При слабой туннельной связи взаимное влияние сверхпроводников сводится к следующей поправке в энергии контакта

$$E_D = \int \alpha(\psi_1 \psi_2^* + \psi_1^* \psi_2) dS = 2 \int \alpha |\psi_1 \psi_2| \cos(\varphi_1 - \varphi_2) dS, \quad (37)$$

здесь ψ_1 и ψ_2 значения параметра порядка сверхпроводников на двух берегах контакта. Заметим, что минимуму энергии контакта (37) при $\alpha < 0$ соответствует равенство фаз $\varphi_2 = \varphi_1$, а при $\alpha > 0$ имеем т.н. π-контакт $\varphi_2 = \varphi_1 + \pi$.

При вариировании энергии системы по фазе $\delta\varphi_1$, с учетом результата (19), получим следующее выражение для плотности джозефсоновского тока протекающего через контакт

$$j_D = D \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (38)$$

где $D = 2\alpha|\psi_1 \psi_2|$. Если площадь контакта S мала по сравнению с глубиной проникновения магнитного поля δ, для полного тока через контакт получаем

$$J_D = J_0 \sin(\varphi_2 - \varphi_1), \quad (39)$$

где $J_0 = DS$. Таким образом, постоянный электрический ток $J < |J_0|$ протекает через контакт сверхпроводящим образом, без диссипации и без приложения разницы потенциалов (стационарный эффект Джозефсона).

Список литературы

[1] The superconductivity of Mercury. H. Kamerling-Onnes. Comm.Phys.Lab.Univ.Leiden, vols **122**, **124** (1911)

[2] Mejsner

[3] Теория сверхтекучести гелия II. Л.Д. Ландау, ЖЭТФ **11**, 592 (1941); Собрание трудов, Наука, Москва (1969)

[4] Superfluids. F. London, Willey, New York (1950)

[5] Статистическая физика. Часть 1. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Наука, Москва (1995)

[6] К теории сверпроводимости. Л.Д. Ландау, ЖЭТФ **7**, 371 (1937); Собрание трудов, Наука, Москва (1969)

[7] И.Е. Дзялошинский, ДАН СССР **195**, 244 (1955)

[8] Электродинамика сплошных сред. Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Наука, Москва (1982)