

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт физических проблем им. П. Л. Капицы  
Российской академии наук

На правах рукописи

УДК 536.7

ШЕМЯТИХИН ДМИТРИЙ БОРИСОВИЧ

КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КРИСТАЛЛАХ ГЕЛИЯ-4

01.04.09 – Физика низких температур

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Москва — 2013

Работа выполнена в ИФП РАН.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН К. О. Кешишев.

Официальные оппоненты: Заместитель директора ИФТТ РАН,  
доктор физико-математических наук  
Александр Алексеевич Левченко,  
Ведущий научный сотрудник ИФТ,  
доктор физико-математических наук  
Сергей Евгеньевич Коршунов

Ведущая организация: Кафедра физики низких температур  
и сверхпроводимости МГУ

Защита диссертации состоится «15» мая 2013 г. в 11:30 на заседании диссертационного совета **Д.002.103.01** при Институте физических проблем им. П. Л. Капицы РАН по адресу: Российская Федерация, 119334, Москва, ул. Косыгина, д. 2.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института физических проблем им. П.Л. Капицы РАН.

Автореферат разослан «5» апреля 2013 г.

Учёный секретарь диссертационного совета  
доктор физико-математических наук,  
член-корреспондент РАН



Людмила Андреевна Прозорова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Экспериментальное исследование равновесных свойств поверхности подавляющего большинства веществ является практически невыполнимой задачей из-за трудности получения объекта исследования — равновесной поверхности кристалла.

Твердый гелий во многих отношениях является уникальным объектом для изучения свойств кристаллической поверхности. У него отсутствует большинство барьеров, связанных с кристаллизацией. Во-первых, благодаря квантовым эффектам, кинетический коэффициент роста кристалла при низких температурах становится аномально большим для всех направлений за исключением нескольких выделенных. Во-вторых, при достаточно низкой температуре кристалл окружен сверхтекучей жидкостью, которая может бездиссипативно переносить массу. И в-третьих, мала теплота кристаллизации. В итоге кристалл  $^4\text{He}$  может принять равновесную форму очень быстро, в ряде случаев за времена порядка секунд. Исследуя форму таких образцов, возможно оценить поверхностную энергию кристалла.

В диссертации применен оптический метод измерения энергии ступени на грани (0001) кристалла  $^4\text{He}$ , предложенный Марченко и Паршиным [1]. Метод основан на измерении зависимости краевого угла от угла наклона стенки. Полученная величина хорошо согласуется с более ранними данными, полученными с помощью измерения спектра кристаллизационных волн при  $T < 0,25 \text{ K}$  (Rolley и др. [2]), а также из исследования скорости роста грани при  $T \approx 1,2 \text{ K}$  (Wolf и др. [3]). В диссертации измерена энергия ступени в области температур  $0,5 < T < 0,9 \text{ K}$ , где других экспериментальных данных не имеется.

### Апробация работы.

Основные результаты работы были представлены на научных семинарах ИФП РАН, на 49-й конференции МФТИ (ноябрь 2006), на 34-м совещании по фи-

зике низких температур в Сочи (сентябрь 2006), 50-й конференции МФТИ (ноябрь 2007), на международных конференциях QFS-2007 в Казани (август 2007), LT-25 в Амстердаме (август 2008), CryoConference-2008 в Мадриде (сентябрь 2008).

## **Публикации.**

Результаты работы опубликованы в 3 статьях, а также доложены на 6 конференциях. Список публикаций приведён в конце автореферата.

## **Структура и объем диссертации.**

Диссертация содержит 3 главы, 99 страниц, 38 рисунков, 48 библиографических записей в списке литературы.

Во введении дается обоснование актуальности темы диссертации, представление о капиллярных эффектах в кристаллах, описывается содержание диссертации.

В первой главе «Постановка задачи» приведено теоретическое описание поставленной задачи.

Форма кристалла, при которой его полная энергия, включающая в себя поверхностную, минимальна, называется равновесной. В отсутствие внешних полей эту форму полностью определяет поверхностная энергия  $\alpha$  и граничные условия (например, если кристалл граничит со стенкой).

Энергию вицинальной поверхности кристалла можно представить в виде суммы энергий плоских участков  $\alpha_0$ , отдельных ступеней  $\beta$ , и энергии взаимодействия ступеней:

$$\alpha(\theta) = \alpha_0 \cos \theta + \frac{\beta}{h} |\sin \theta| + \frac{\gamma}{6} |\theta|^3. \quad (1)$$

Здесь  $h$  — высота ступени,  $\gamma$  — константа взаимодействия между ступенями.  $\beta$  нормирована на единицу длины. Теоретически рассмотрено несколько

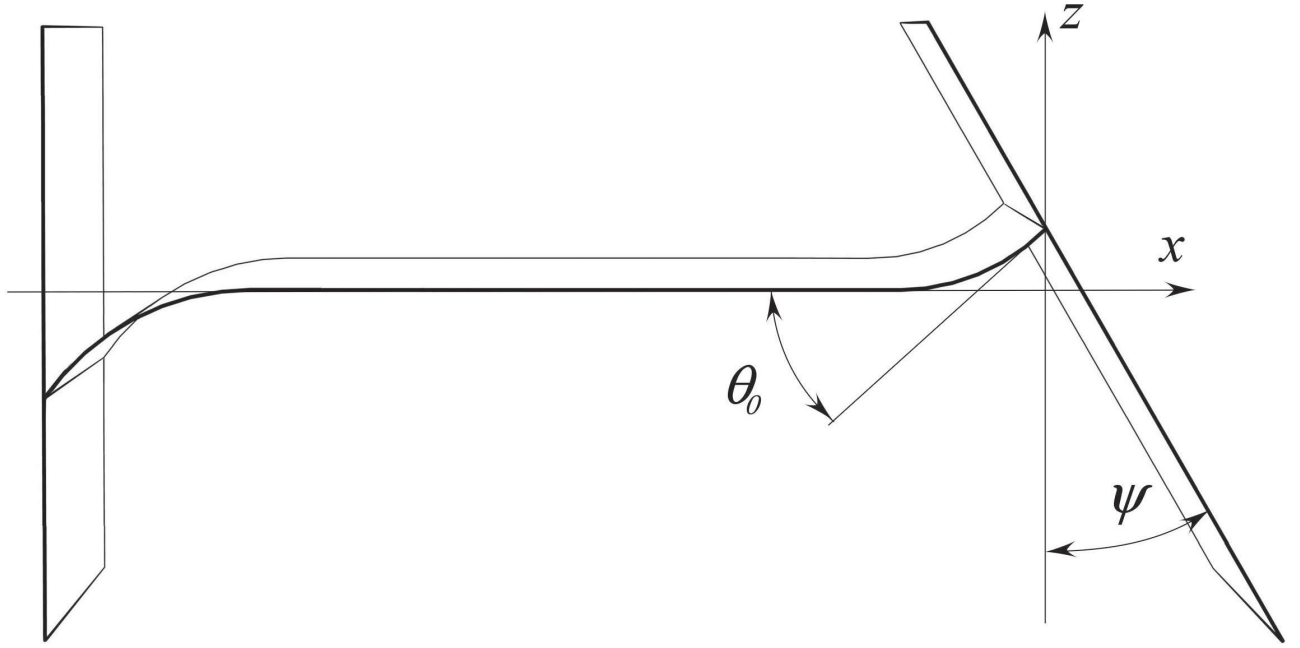


Рис. 1: Равновесная форма границы раздела кристалл-жидкость. При определенных наклонах стенок мениск будет загнут в разные стороны на левом и правом краю.

принципиально разных механизмов взаимодействия ступней. Основными являются упругое (Марченко и Паршин [4]), электростатическое (Воронков [5]) и энтропийное (Воронков [5], Gruber и Mullins [6]). В константу  $\gamma$  эти взаимодействия внесут вклады с разными температурными зависимостями.

Следуя работе [1], рассмотрим кристалл с горизонтальной гранью в гравитационном поле, ограниченного стенками камеры в системе координат, показанной на рис. 1. Ось  $Z$  направлена вертикально,  $x$  — вправо. Форму межфазной границы обозначим  $Z(x)$ . Пусть правая стенка камеры наклонена к нормали к грани кристалла на угол  $\psi$ .

Энергия кристалла, зависящая от формы его поверхности, равна сумме поверхностной, гравитационной, а также поверхностной энергии, связанной с разницей энергий  $\Delta\epsilon$  кристалл-стенка и жидкость-стенка. Равновесная форма кристалла соответствует минимуму этой энергии при фиксированном его объеме. Если отсчитывать высоту от уровня жидкости, где давление равно давлению равновесия плоской горизонтальной границы кристалл-жидкость, то уравнение, минимизирующее энергию кристалла, выглядит следующим

образом:

$$-(\alpha'' + \alpha) \cos \theta \frac{d\theta}{dx} + \Delta\rho g Z = 0. \quad (2)$$

При вариации свободных концов возникают граничные условия (приведены для правой, наклонной стенки):

$$\alpha' \cos(\psi - \theta_0) - \alpha \sin(\psi - \theta_0) + \Delta\varepsilon(\psi) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\theta_0$  — угол наклона поверхности кристалла в точке контакта со стенкой.

После подстановки разложения поверхностной энергии  $\alpha(\theta)$  (1) в это граничное условие, для малых углов  $\theta_0$  получается выражение для зависимости угла  $\theta_0$  от угла наклона стенки  $\psi$ :

$$\theta_0 = \pm \sqrt{\frac{2}{\gamma \cos \psi} \left( \mp \Delta\varepsilon(\psi) \pm \alpha_0 \sin \psi - \frac{\beta}{h} \cos \psi \right)}. \quad (4)$$

Положительное (отрицательное) решение реализуется на правом (левом) краю мениска на рис. 1. Если же угол наклона стенки находится в диапазоне  $\psi_- < \psi < \psi_+$ , границы которого определяются соотношением

$$\alpha_0 \sin \psi_{\pm} - \Delta\varepsilon(\psi_{\pm}) = \pm \frac{\beta}{h} \cos \psi_{\pm}, \quad (5)$$

уравнение (4) не имеет решения, и горизонтальная грань непосредственно контактирует со стенкой.

В результате, если известна поверхностная энергия грани  $\alpha_0$ , а диапазон углов  $\psi_+ - \psi_-$  достаточно мал, так, что можно пренебречь различием  $\varepsilon(\psi_+)$  и  $\varepsilon(\psi_-)$ , измерение зависимости  $\theta_0(\psi)$  с использованием (5) является прямым методом определения энергии ступени

$$\beta = \alpha_0 h \operatorname{tg} \frac{\psi_+ - \psi_-}{2}. \quad (6)$$

При малых углах  $\theta$  в случае S-образного мениска уравнение (2) имеет решение

$$Z_{\pm}(x) = \pm \frac{\Delta\rho g}{18\gamma} |x|^3. \quad (7)$$

То есть оба скругленных края мениска имеют универсальную форму независимо от их размера и знака кривизны.

Вышеприведенные результаты справедливы только при малых углах  $\theta$ , в том случае, когда допустимо разложение (1). При этом поверхностная жесткость линейно зависит от угла,  $\alpha + \alpha'' = \gamma\theta$ . В то же время, из различных экспериментальных данных известно ([2, 3], Андреева и др. [7]), что при температурах выше 0,4 К в диапазоне  $2^\circ < \theta < 10^\circ$  жесткость слабо зависит от ориентации:  $\tilde{\alpha} \approx 0,245$  эрг/см<sup>2</sup>. Отсюда получается ограничение на верхнюю границу ориентаций, при которых имеет смысл говорить о разложении (1): угол  $\theta$  не может быть таким, чтобы жесткость превысила значение 0,245 эрг/см<sup>2</sup>.

При бóльших углах наклона поверхности жесткость  $\tilde{\alpha} \approx 0,245$  эрг/см<sup>2</sup>, и, если пренебречь отличием  $\cos \theta$  от 1 в первом слагаемом выражения (2), уравнение легко интегрируется. Решение представляется в виде

$$Z = C \operatorname{sh} \left( \frac{x - x_0}{\Lambda} \right), \quad Z = C \operatorname{ch} \left( \frac{x - x_0}{\Lambda} \right), \quad (8)$$

Капиллярная длина  $\Lambda$  равна 1,2 мм для твердого <sup>4</sup>He,  $C$  — произвольная константа интегрирования.

Таким образом, профиль мениска в случае S-образной формы должен быть кубическим при малых углах, и описываться гиперболическими функциями при бóльших.

Во второй главе диссертации подробно описана экспериментальная установка, методика и ход измерений.

Предварительные результаты получены на оптическом криостате, созданном ранее [7] для изучения различных свойств кристаллического гелия. Для получения низких температур использовался оптический криостат, снабженный стандартным рефрижератором откачки <sup>3</sup>He с предельной температурой 0,3 К. Данный криостат обладал рядом недостатков. Его оптический тракт проходил через объем с жидким гелием, и плавающие в нем частички замороженного воздуха прилипали к окнам. Это существенно повлияло на точность

предварительных экспериментов. Вторым недостатком была невозможность продолжительной работы в непрерывном режиме, тогда как для экспериментов с кристаллами из-за необходимости их растить медленно требовалось иметь возможность поддерживать низкую температуру по нескольку суток. Дело в том, что в качестве градусной камеры использовался основной объем с жидким гелием. Подлить его, не изменив условия в экспериментальной камере, было невозможно.

Для исправления перечисленных выше недостатков криостат был практически полностью переделан. Без изменений остались только экспериментальная камера, азотный объем и верхняя часть гелиевого стакана. В новой конструкции камера висит в общем для всей установки вакуумном объеме. Комнатный, азотный и гелиевый экраны легко снимаются и открывают доступ к стеклам. В такой конструкции основной объем гелия откачивать до 1 К не обязательно, хотя и возможно. Вместо этого была сделана градусная камера.

Экспериментальная камера представляет собой горизонтально расположенный цилиндр из феррохрома с внутренним диаметром 19 мм и длиной 29 мм. В торцы камеры вмонтированы оптические окна. Медное плоское полированное дно камеры находится в тепловом контакте с рефрижератором посредством гибкого медного холодопровода, к которому припаян угольный термометр сопротивления. В отверстие в верхней части камеры впаян тонкий капилляр, служащий для заполнения камеры рабочим веществом. Внутри камеры в верхней ее части расположен конденсатор, представляющий собой диэлектрический цилиндр  $\varnothing 0,8$  мм, на который бифилярно в один слой намотаны два провода  $\varnothing 30$  мкм в капроновой изоляции. При включении напряжения между проводами  $\sim 1$  кВ напряженность поля между соседними витками составляет величину  $\sim 10^6$  В/см.

К внутренней поверхности камеры приклеены два стеклянных тела с образующими, параллельными оси камеры, основания которых примыкают к переднему и заднему окнам камеры (см. рис. 2). Конфигурация стеклянных



стенок выбрана таким образом, что с увеличением высоты угол  $\psi$  изменяется для левой стенки от  $30^\circ$  до  $57^\circ$ , а для правой — от  $55^\circ$  до  $29^\circ$ . Таким образом, изменяя высоту кристалла, мы можем менять угол наклона стенки в месте касания его поверхности в указанных выше пределах.

На рис. 3 приведен продольный разрез экспериментальной камеры с кристаллом и показан ход лучей. Лучи света, расположенные выше и ниже искривленного около окон камеры мениска, проходят через камеру без отклонений, образуя на фотографии светлые области. Часть пучка света, попавшая на искривленный участок, преломляется, образуя отклоненный вниз сходящийся пучок. Все это приводит к перераспределению света на фотографии: сразу под поверхностью мениска видны темная, а под ней светлая полосы.

Температура измерялась термометрами сопротивления ( $1\text{ к}\Omega\text{ RuO}_2$ ), прокалиброванными по давлению паров  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ . Сопротивление измерялось мостом переменного тока SIM 921, выделяемая мощность не превышала  $10^{-11}$  Вт. Значение температуры выводилось на компьютер. В процессе работы записывались температуры градусной камеры, объема с  $^3\text{He}$ , а также экспериментальной камеры. Точность измерения составляла 2–3 мК.

После охлаждения рефрижератора до температуры 0,9 К камера запол-

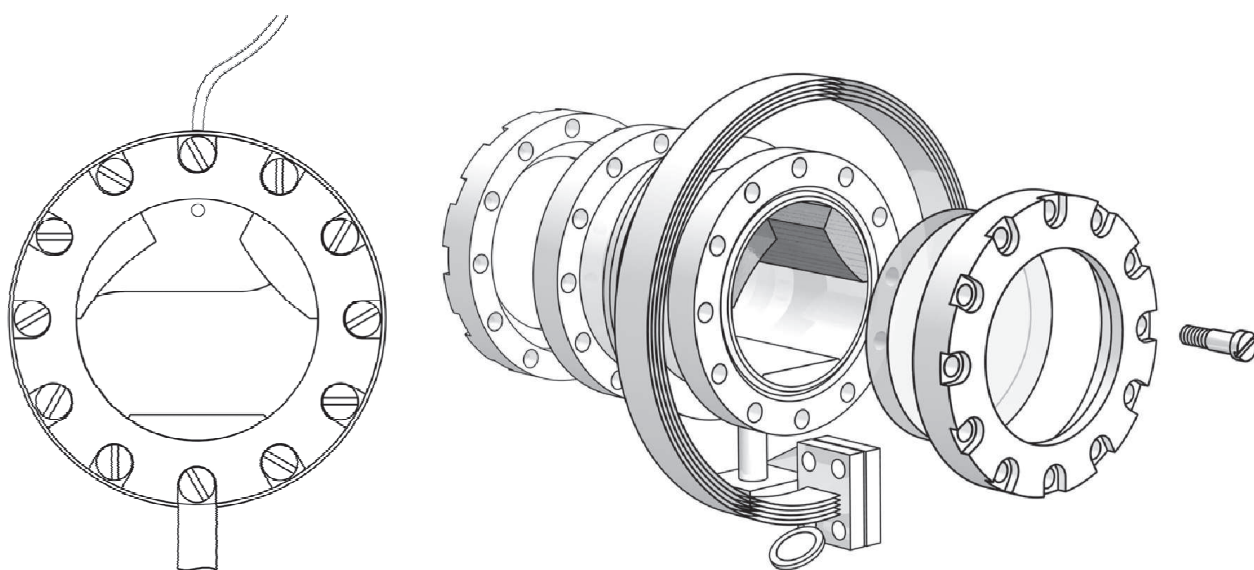


Рис. 2: Экспериментальная камера

нялась жидким  ${}^4\text{He}$ , и давление с помощью газификатора поднималось до величины 25,3 бар при включенном напряжении на конденсаторе. Электрическое поле инициировало возникновение твердой фазы на поверхности конденсатора, и растущий кристалл имел форму тонкой ограниченной пластинки, перпендикулярной оси  $C_6$  кристалла. Достигнув размеров  $\sim 5$  мм зародыш под действием силы тяжести отрывался от конденсатора и, планируя, падал на горизонтальное дно, при этом грань  $(0001)$  с большой вероятностью оказывалась горизонтальной (Кешишев, Паршин, Бабкин [8]). Качество образца контролировалось визуально. Образец признавался удачным, если отклонение грани от горизонтали не превышало  $10^{-2}$  рад. Для получения хорошо ориентированного образца порой требовалось 20–30 попыток. Ориентация контролировалась оптически.

Удачный образец медленно, с характерной скоростью 30 мкм/мин выращивался до необходимой высоты между стеклянными стенками камеры при температуре, соответствующей минимуму на кривой правления. После этого запирался вентиль, находящийся снаружи криостата. Запертый кристалл выдерживался от 10 минут до 10–11 часов, его профиль фиксировался фотоаппаратом. Было замечено, что, будучи запертым, кристалл растет с постоянной скоростью 0,3 мкм/мин, практически не меняя свою форму. Такое

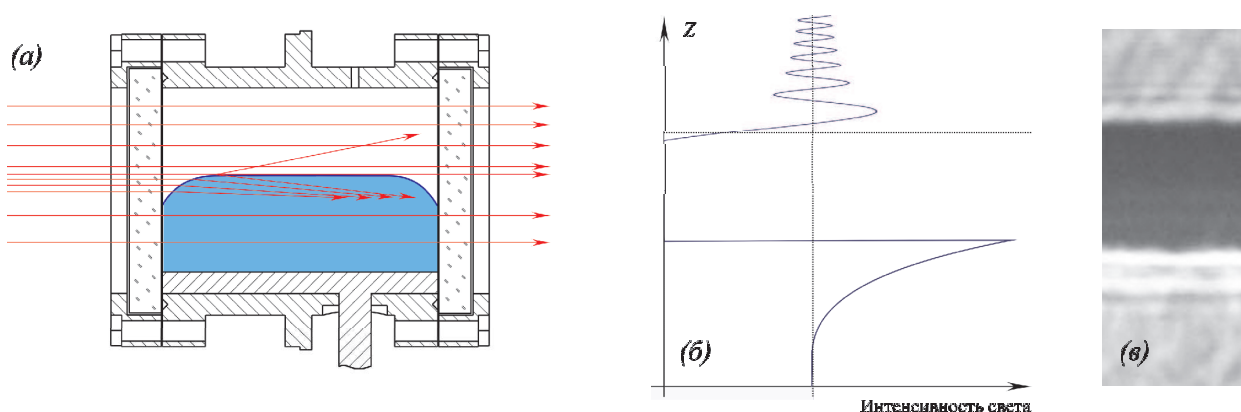


Рис. 3: (а) Оптическая схема установки. Показан продольный разрез камеры. Параллельный свет, попав на мениск, отражается и преломляется на нем. (б) Перераспределение света в результате преломления, отражения и дифракции. (в) Фрагмент экспериментальной фотографии мениска.

поведение объясняется тем, что уровень гелия в 4-градусном объеме постепенно понижается, что приводит к разогреву находящихся над его поверхностью капилляра заполнения ячейки. Это, в свою очередь, обеспечивает поток вещества в ячейку.

После достижения необходимого уровня и установления равновесия фотографировался профиль кристалла. Пример полученной фотографии приведен на рис. 4. Границе раздела между кристаллом (прозрачной областью снизу) и жидкостью (областью сверху) соответствует верхний край темной полосы. Затем кристалл медленно рос либо плавился до следующего уровня, где выдерживался очередные 20, затем 40 минут, после чего делалась очередная фотография. И так далее. В итоге получалась серия профилей с шагом 0,3–0,5 мм с различными углами наклона стенки.

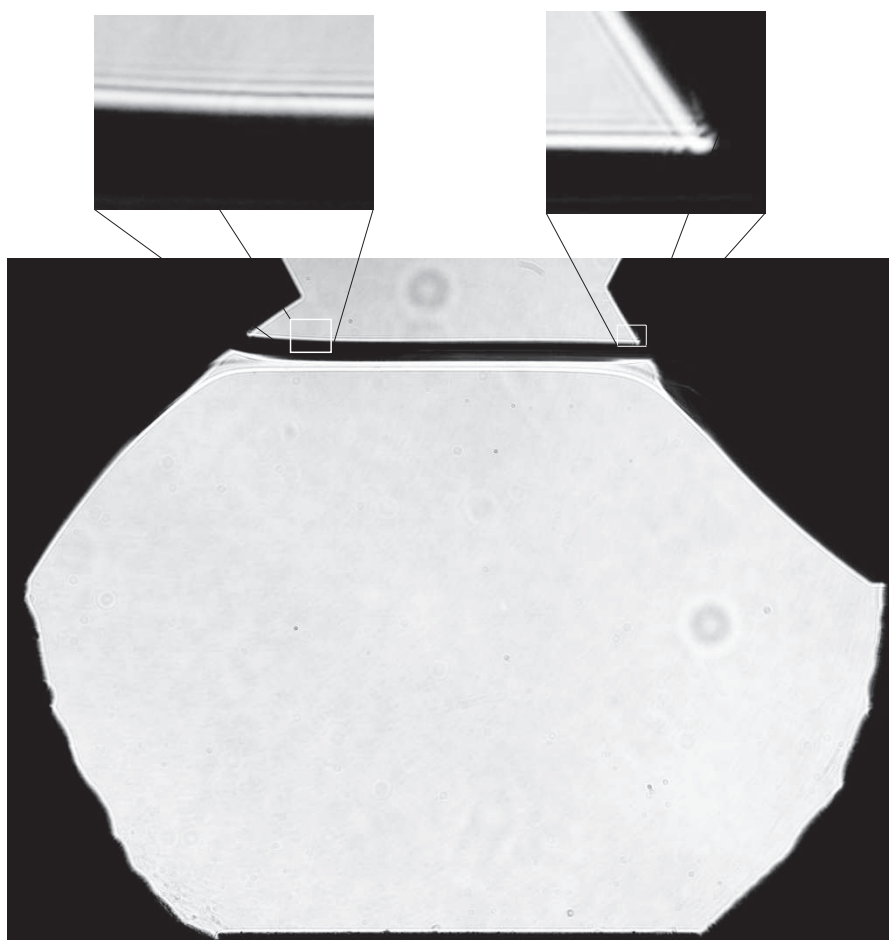


Рис. 4: Пример полученного изображения

На всех фотографиях на краях поверхностей кристалла и цилиндрических стеклянных стенок видна дифракционная картина с характерным масштабом  $\sim 0,1$  мм. Для точного определения положения мениска необходимо было ее «расшифровать», то есть с максимальной точностью определить положение геометрической тени.

Третья глава работы посвящена обработке фотографий и обсуждению полученных результатов.

В первом разделе подробно описаны все шаги и алгоритмы разработанной компьютерной программы, определяющей профиль мениска  $Z(x)$ , а также углы наклона поверхности кристалла в местах касания стенки.

Экспериментальные результаты получены в диапазоне температур 0,5–0,9 К на двух кристаллах. У первого образца базисная плоскость была наклонена в поперечном направлении (относительно оси  $x$ ) на угол  $2 \cdot 10^{-4}$  рад, и в продольном направлении (относительно оси  $y$ ) на угол  $1,2 \cdot 10^{-3}$  рад. Для второго образца поперечный наклон составлял  $8 \cdot 10^{-4}$  рад, а продольный —  $6 \cdot 10^{-4}$  рад. После измерения продольного наклона грани оптическая скамья наклонялась на измеренный угол, в результате чего устранялась непараллельность оптической оси относительно грани.

Первый образец фотографировался в ходе постепенного подплавления, второй последовательно подращивался. В случае первого образца были получены две серии фотографий, соответствующие двум температурам: 0,89 К, 0,61 К, для второго — три серии при температурах 0,9 К, 0,72 К, 0,53 К. Результаты обработки двух из пяти серий представлены на рис. 5 (первый образец,  $T = 0,61$  К и второй образец,  $T = 0,9$  К). Масштаб по оси ординат более чем в 60 раз превышает масштаб вдоль оси абсцисс. Все кривые максимально приближены друг к другу без соблюдения вертикального масштаба. Реальное расстояние по вертикали между серединами верхнего и нижнего профилей составляет  $\sim 5$  мм.

При углах  $\theta \lesssim 10^{-2}$  рад. с точки зрения равновесности формы поверхностей, наблюдаемых во всех сериях, картина выглядит весьма неоднозначно.

Здесь часто возникают немонотонные профили, что свидетельствует об отсутствии равновесия. Протяженность таких участков вдоль оси  $x$  меняется в пределах нескольких миллиметров. Обычно подобные явления связываются с дефектностью кристалла, и мы не можем исключить подобного объяснения. Можно лишь напомнить, что кристаллы выращивались с соблюдением всех необходимых в таких случаях мер предосторожности. Вместе с тем, в ряде случаев форма отдельных фрагментов поверхности вряд ли может быть объяснена наличием дислокаций. Так, например, профиль N 23 (рис. 5) в средней своей части содержит прямолинейный, с нашей точностью, участок протяженностью  $\sim 4$  мм и наклоненный относительно грани (0001) на угол  $0,003$  рад. К сожалению, у нас нет каких-либо конкретных соображений по поводу природы наблюдаемых метастабильных состояний.

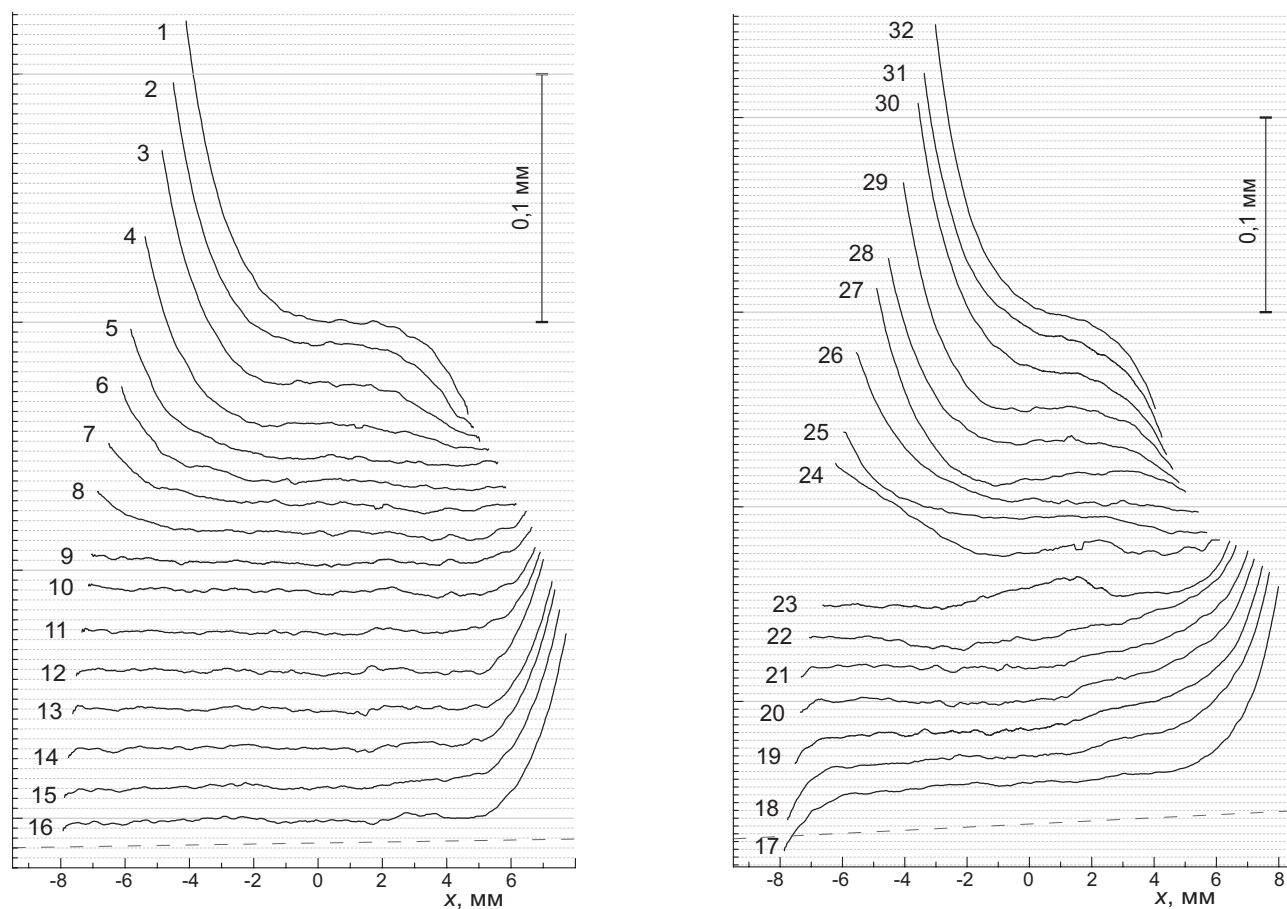


Рис. 5: Две серии менисков кристалла при  $T = 0,61$  К (слева) и  $T = 0,9$  К (справа). Штриховой линией проведено направление грани. Между линиями сетки 4 мкм, что грубо соответствует коридору ошибок.

Что касается области бóльших углов, там ситуация гораздо яснее. При углах  $\theta > 0,02$  рад и температуре  $T > 0,4$  К, все экспериментальные данные по измерению поверхностной жесткости согласуются между собой [7, 2, 3], при этом сама величина жесткости изотропна до не слишком больших углов наклона. Мениск, находящийся в равновесии, должен представлять собой гиперболический синус либо косинус, см. формулы (8).

Действительно, практически все полученные профили при достаточно больших углах с нашей точностью аппроксимировались гиперболическими функциями (8). Для всех данных использовано значение капиллярной длины  $\Lambda = 1,2$  мм, которое согласуется со значением поверхностной жесткости, измеренной в других экспериментах.

Таким образом, можно утверждать, что при не слишком малых углах  $10^{-2} \lesssim \theta \lesssim 10^{-1}$  поверхность находится в равновесном состоянии.

На рис. 6 приведены графики зависимости угла наклона поверхности вблизи стенки от угла наклона стенки  $\theta_0(\psi)$  [11]. Несмотря на имеющийся разброс экспериментальных точек на некоторых графиках, можно утверждать о наличии плато ( $\theta_0 = 0$ ), ширина которого меняется с температурой. Предсказанного корневого поведения графика при  $\psi \rightarrow \psi_{\pm}$  не наблюдается, вместо этого здесь имеется линейная зависимость с различными наклонами слева и справа. Кроме того, наблюдается заметное отклонение правой ветви от прямой линии при достаточно больших углах.

Для интерпретации поведения полученных графиков  $\theta_0(\psi)$  в области углов, где поверхностная жесткость изотропна, поверхностную энергию можно представить при малых углах  $\theta$  в виде

$$\alpha = \alpha_0 + \frac{\beta}{h}|\theta| + (\tilde{\alpha}_0 - \alpha_0)\frac{\theta^2}{2}, \quad (9)$$

где  $\tilde{\alpha}_0 = 0,245$  эрг/см<sup>2</sup> — значение поверхностной жесткости,  $\alpha_0 = 0,172$  эрг/см<sup>2</sup> — поверхностная энергия грани (0001) [9].

Далее, подставив это разложение (9) в уравнение (3), можно, задавшись всего двумя неизвестными величинами  $\beta$  и  $\Delta\varepsilon$  (при этом пренебречь зависи-

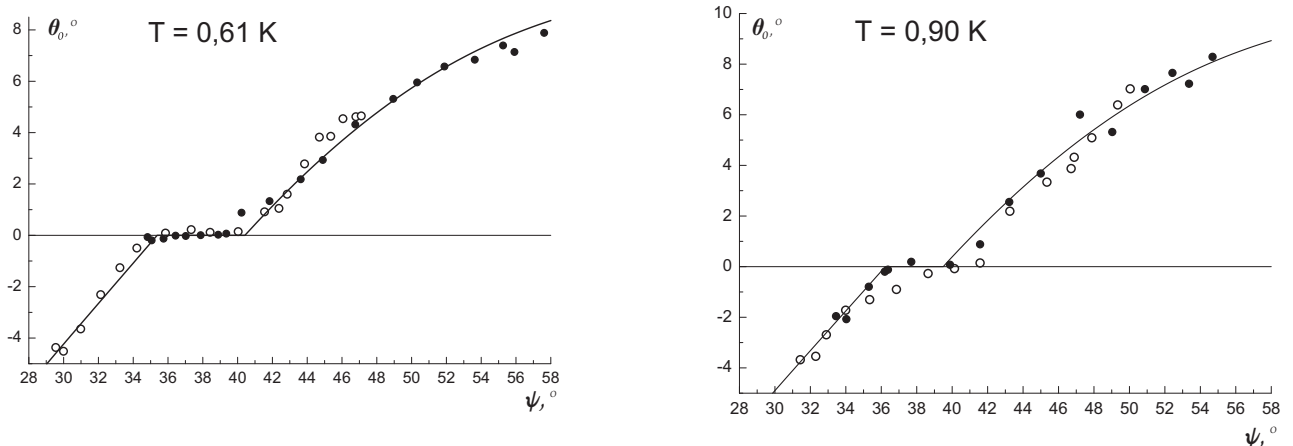


Рис. 6: Зависимость  $\theta_0(\psi)$  для двух серий профилей: а)  $T = 0,61$  К и б)  $T = 0,9$  К. Светлые и темные символы соответствуют правой и левой сторонам мениска. Сплошной линией проведен результат расчета (см. текст). Светлыми и темными символами обозначены точки, полученные на правой и левой сторонах мениска соответственно.

мостью этой величины от ориентации кристалла), построить график  $\theta_0(\psi)$ . Рассчитанная таким образом зависимость плохо ложится на экспериментальные точки. Наибольшее расхождение при  $\psi > 50^\circ$ , где расчетная кривая проходит существенно выше. Это расхождение можно ликвидировать, если предположить, что энергия кристалл-стенка  $\varepsilon_s$  анизотропна, то есть зависит от угла наклона стенки (который отсчитывается от оси  $C_6$  кристалла).

Учесть неизотропность поверхностной энергии кристалл-стенка можно следующим образом. График  $\Delta\varepsilon(\psi)$  можно построить из графика  $\theta_0(\psi)$  всего с одной неизвестной величиной  $\beta$ . Полученная зависимость приведена на рис. 7. Светлые и темные точки соответствуют двум сериям данных при 0,90 К и 0,61 К соответственно. Параметр  $\beta$  разный для двух серий. Тот факт, что две различные серии, полученные для двух различных кристаллов при разных температурах, легли на одну кривую, свидетельствует о том, что величина  $\Delta\varepsilon$  уже достигла своего значения при нуле температуры. Эта кривая была параметризована как

$$\Delta\varepsilon(\psi) = 0,128 - 0,013 \cos 2\psi + 0,022 \cos 4\psi \quad (10)$$

в единицах эрг/см<sup>2</sup>.

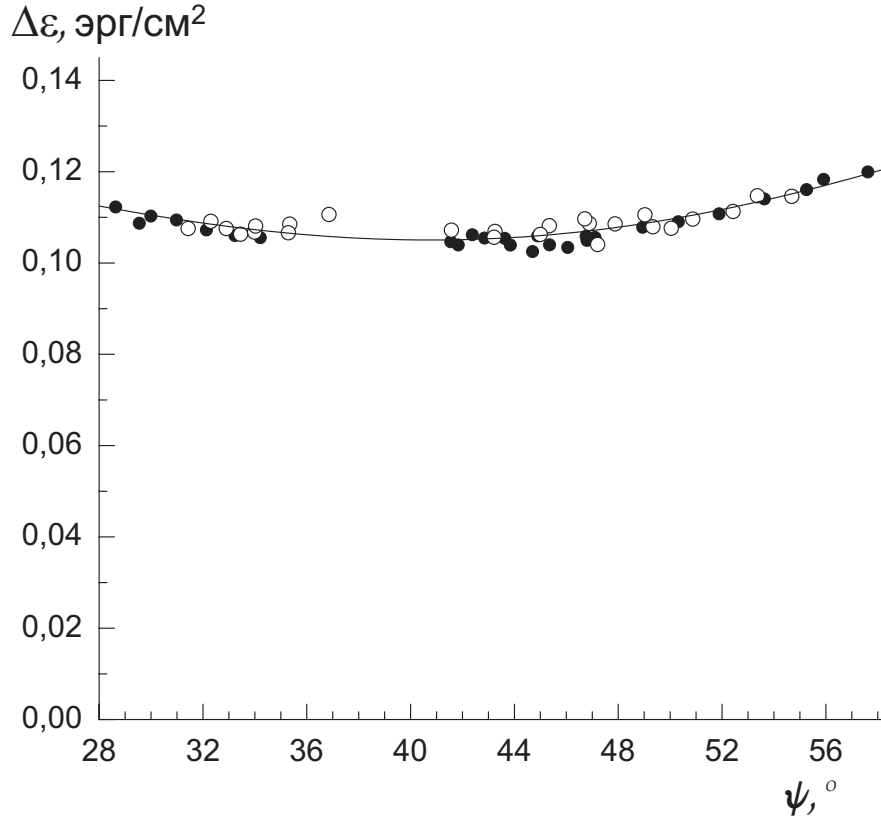


Рис. 7: Зависимость  $\Delta\varepsilon$  разницы энергии кристалл-стенка и жидкость-стенка от кристаллографической ориентации  $\psi$ . Светлыми и темными кружками обозначены данные 0,90 К и 0,61 К соответственно.

С помощью полученной параметризации были вычислены значения параметра  $\beta$  для всех экспериментальных серий. Полученные расчетные кривые проведены сплошными линиями на рис. 6. Несмотря на небольшую величину анизотропии энергии кристалл-стенка, полученные значения  $\beta$  отличаются от оцененных из ширины плато  $\psi_+ - \psi_-$  на  $\sim 30\%$  в меньшую сторону.

На рис. 8 представлен график температурной зависимости вычисленного параметра  $\beta$  (сплошными кружками). Крестиком обозначена точка, полученная нами ранее [10] на криостате до переделки. На тот же график нанесены данные работы [2], полученные из измерения спектра кристаллизационных волн, а также данные [3], полученные их измерения скорости роста грани (0001). Следует отметить, что нами был измерен коэффициент при линейном члене  $|\theta|$  в разложении поверхностной энергии в той области углов, где поверхностная жесткость уже практически не зависит от кристаллографиче-



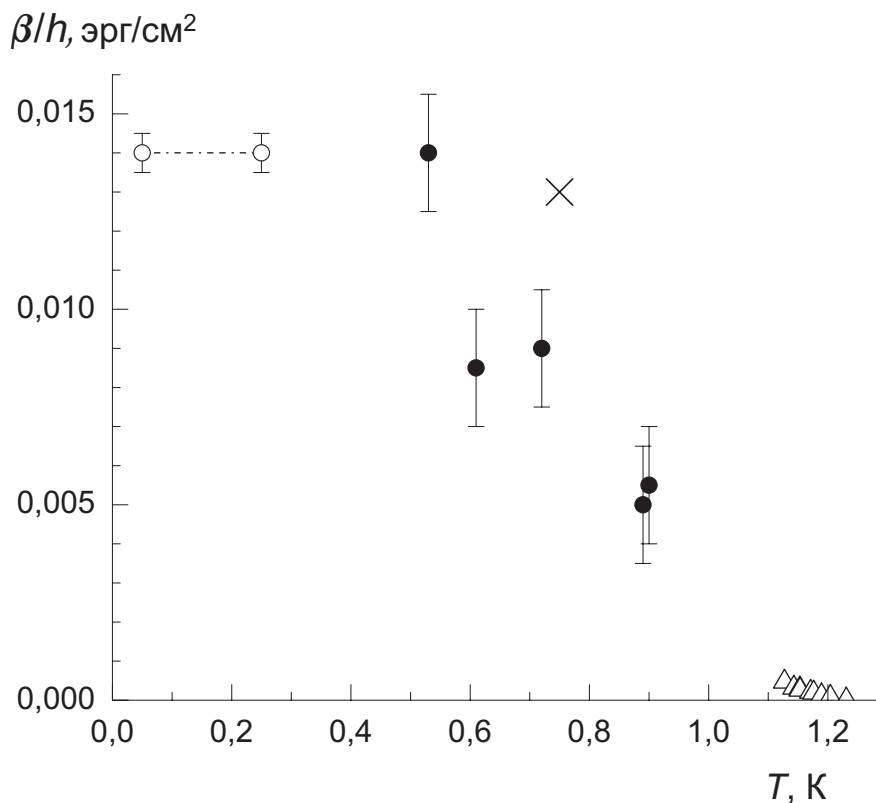


Рис. 8: Зависимость  $\beta(T)/h$ . Темные кружки — данные [11], крестик — предварительный результат [10], светлые кружки и треугольники — значение энергии ступени, измеренные в работах [2] и [3] соответственно.

ской ориентации.

**Полученные результаты опубликованы в следующих работах.**

**Статьи:**

1. К. О. Кешишев, В. Н. Сорокин, Д. Б. Шемятихин. Критическое поведение мениска в кристаллах гелия-4. Письма в ЖЭТФ, **85**, 213 (2007).
2. К. О. Keshishev, D. B. Shemyatikhin, Contact Angle Singularity in  $^4\text{He}$  Crystals. J. Low Temp. Phys., **150**, 282, (2008).
3. Кешишев К. О., Марченко В. И., Шемятихин Д. Б., Исследование поверхности кристаллов  $^4\text{He}$ . ЖЭТФ, **134** (2013).

## Доклады на конференциях:

1. 49-я конференция МФТИ, Москва, ноябрь 2006. Доклад: К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Капиллярные явления в кристаллах  $^4\text{He}$ .
2. 34-е совещание по физике низких температур, Сочи, сентябрь 2006. Стендовый доклад: К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Капиллярные явления в кристаллах  $^4\text{He}$ .
3. Международная конференция QFS-2007, Казань, август 2007, содокладчик. Доклад: К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Contact Angle Singularity in  $^4\text{He}$  Crystals.
4. 50-я конференция МФТИ, Москва, ноябрь 2007. Доклад: К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Капиллярные явления в кристаллах  $^4\text{He}$ .
5. Международная конференция LT-25, Амстердам, август 2008. Доклад: К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Contact Angle Singularity in  $^4\text{He}$  Crystals.
6. Международная студенческая конференция CryoConference-2008, Мадрид, сентябрь 2008. Стендовый доклад К. О. Кешишев, Д. Б. Шемятихин, Contact Angle Singularity in  $^4\text{He}$  Crystals.

## Список литературы

1. Марченко В. И., Паршин А. Я., *New possibilities in crystal morphology.* // Письма в ЖЭТФ, **83**, 485 (2006).
2. Rolley E., Guthmann C., Chevalier E., and Balibar S., *The Static and Dynamic Properties of Vicinal Surfaces on  $^4\text{He}$  Crystals.* // Journal of Low Temp. Phys. **99**, 851 (1995).
3. Wolf P. E., Gallet F., Balibar S., Rolley E., Nozières P., *Crystal growth*

- and crystal curvature near roughening transitions in hcp  $^4\text{He}$ . // Journal de Physique* **46**, 1987 (1985).
4. Марченко В. И., Паршин А. Я., *Об упругих свойствах поверхности кристаллов. // ЖЭТФ* **79**, 257 (1980).
  5. Воронков В. В., *Об угловой зависимости свободной поверхностной энергии кристалла. // Кристаллография*, **12**, 831 (1967).
  6. Gruber E. E. and Mullins W. W., *On the theory of anisotropy of crystalline surface tension. // Journal of Physics and Chemistry of Solids.* **28**, 875 (1967).
  7. Андреева О. А., Кешишев К. О., Осипьян С. Ю., *Анизотропия коэффициента роста и поверхностной жесткости кристаллов  $^4\text{He}$ . // Письма в ЖЭТФ*, **49**, 661 (1989)
  8. Кешишев К. О., Паршин А. Я., Бабкин А. В., *Кристаллизационные волны в  $^4\text{He}$  // ЖЭТФ*, **80**, 716 (1981).
  9. Andreeva O. A., Keshishev K. O., *Solid-Superfluid  $^4\text{He}$  Interface. // Physica Scripta*, **T39**, 352 (1991).
  10. Кешишев К. О., Сорокин В. Н., Шемятихин Д. Б., *Критическое поведение мениска в кристаллах гелия-4. // Письма в ЖЭТФ*, **85**, 213 (2007).
  11. Кешишев К. О., Марченко В. И., Шемятихин Д. Б., *Исследование поверхности кристаллов  $^4\text{He}$ . // ЖЭТФ*, **143**, 674, (2013).