

ФАЗОВАЯ ДИАГРАММА ПОВЕРХНОСТНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

*В. И. Марченко**, *Е. Р. Подоляк*

*Институт физических проблем им. П. Л. Капицы Российской академии наук
119334, Москва, Россия*

Поступила в редакцию 31 января 2003 г.

В теории Гинзбурга–Ландау проведен численный анализ устойчивости поверхностной сверхпроводимости. Особенности поведения решения при подходе к границе устойчивости описаны в рамках теории фазовых переходов второго рода Ландау, примененной для метастабильного состояния. Установлено, что при переходе от сверхпроводников I рода к сверхпроводникам II рода должно наблюдаться явление смачивания — толщина поверхностной сверхпроводимости расходится при стремлении магнитного поля к критическому.

PACS: 74.55.+h

1. ВВЕДЕНИЕ

Сен-Жам и де Жен [1] показали неустойчивость нормальной фазы сверхпроводника относительно возникновения слоя сверхпроводящего состояния вблизи границы образца в полях ниже $H_{c3} = 2.3965\kappa H_c$. Как установил Федер [2], существует критическое значение параметра Гинзбурга–Ландау $\kappa_F \approx 0.41$, разделяющее сверхпроводники по поведению в полях ниже H_{c3} . Для материалов с $\kappa < \kappa_F$ равновесного решения уравнений для поверхностного слоя не существует, т. е. поле H_{c3} является полем переохлаждения нормального состояния. Для материалов же с $\kappa > \kappa_F$ в поле ниже H_{c3} должна наблюдаться поверхностная сверхпроводимость с конечной толщиной порядка длины когерентности Гинзбурга–Ландау. Установленная Федером критическая точка (будем называть ее точкой Федера) находится в области метастабильности нормального состояния $H < H_c$.

Экспериментально переохлаждение поверхностной сверхпроводимости обнаружено по измерениям гистерезиса кривых намагничивания в тантале и свинце Макэвом, Джонсом и Парком [3]. Недавно Хлостиков и Березин [4] наблюдали эффект переохлаждения поверхностной сверхпроводимости в свинце при измерении поверхностного импеданса.

Таким образом, на фазовой диаграмме (κ, H) по-

верхностной сверхпроводимости существует некоторая область метастабильности. Парк [5] определил границу этой области $H_s(\kappa)$ для значений параметра Гинзбурга–Ландау от точки Федера до $\kappa = 0.575$, где граница приблизилась к линии $H = H_c$. В настоящей работе мы выясним дальнейшее поведение этой границы (см. рис. 1).

Для определения области существования поверхностной сверхпроводимости мы проведем полное исследование устойчивости (в малом) поверхностной сверхпроводимости. Мы установим, что для сверхпроводников I рода граница определяется потерей устойчивости поверхностного решения относительно однородных (в плоскости границы) возмущений. Оказывается, что при $\kappa > 0.575$ поле переохлаждения продолжает прижиматься в критическому полю H_c и сравнивается с H_c лишь в точке $\kappa = 1/\sqrt{2}$. Для сверхпроводников II рода границей устойчивости служит линия $H_{c2}(\kappa)$.

Мы покажем, что особенности поведения решения при подходе к линии потери устойчивости в сверхпроводниках I рода могут быть поняты из весьма общих соображений в рамках теории фазовых переходов второго рода Ландау, примененной для метастабильных состояний. В окрестности точки $(1/\sqrt{2}, H_c)$ толщина сверхпроводящего слоя расходится, т. е. происходит переход смачивания. В этом случае мы предлагаем макроскопический подход, проясняющий природу весьма необычного неанали-

*E-mail: mar@kapitza.ras.ru

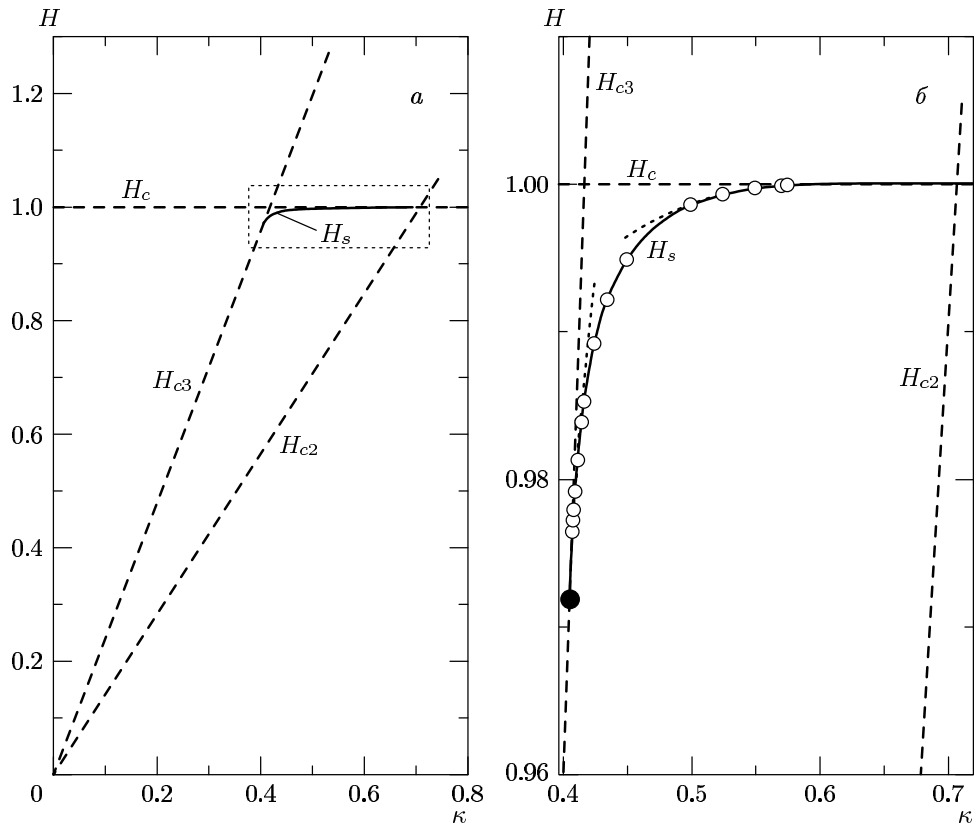


Рис. 1. *a* — Фазовая диаграмма поверхностной сверхпроводимости, *б* — окрестность кривой H_s , ограниченная на рис. *a* пунктиром. Темный кружок — точка Федера $\kappa_F = 0.4054$. Светлые кружки — результаты Парка [5]. Пунктирные линии — асимптотики вблизи точки Федера: $H_s = 0.9623 + 0.211(\kappa - 0.4035)^{1/2}$ (см. разд. 2), и вблизи точки $(1/\sqrt{2}, H_c)$ $H_s = 1 - 0.304\epsilon e^{-0.793/\epsilon}$ (см. разд. 4)

тического поведения поверхностного решения.

2. ОБЛАСТЬ УСТОЙЧИВОСТИ ПОВЕРХНОСТНОЙ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

В естественных для теории Гинзбурга–Ландау единицах $H_c = \delta = 1$ (см., например, § 45–46 в книге [6]) свободная энергия сверхпроводника равна

$$F = \frac{1}{8\pi} \int \left\{ -2|\psi|^2 + |\psi|^4 + \left| \left(\frac{\sqrt{2}}{\kappa} \nabla - i\mathbf{A} \right) \psi \right|^2 + \mathbf{B}^2 \right\} dV. \quad (1)$$

В рассматриваемой задаче внешнее поле \mathbf{H} направлено вдоль границы образца (ось z). Для равновес-

ного решения, локализованного вблизи поверхности, выбираем калибровку для векторного потенциала \mathbf{A} так, чтобы параметр порядка ψ был вещественной функцией расстояния x от границы:

$$A_y(\mathbf{r}) = A(x), \quad A_x(\mathbf{r}) = A_z(\mathbf{r}) = 0.$$

Проведем исследование устойчивости (в малом) равновесного решения $\{\psi(x), A(x)\}$ в общем случае неоднородных возмущений. Для этого необходимо проверить положительность изменения свободной энергии при произвольных малых флуктуациях параметра порядка $\delta\psi(\mathbf{r})$ и векторного потенциала $\delta\mathbf{A}(\mathbf{r})$. Естественно ожидать, что наиболее опасными будут флуктуации, в которых изменение магнитного поля $\delta\mathbf{B}(\mathbf{r})$ останется параллельным внешнему полю \mathbf{H} (т. е., силовые линии магнитного поля не будут изгибаться). Пользуясь калибровочной инвариантностью, выбираем $\delta\mathbf{A}(x, y) = (0, \delta A(x, y), 0)$. Разложив возмущение $\{\delta\psi(x, y), \delta A(x, y)\}$ в ряд Фурье

по $\exp(iqy)$, представим вторую вариацию свободной энергии в виде

$$\begin{aligned} \delta^2 F = & \frac{1}{4\pi} \sum_q \int_0^\infty dx \left\{ \frac{1}{\kappa^2} |\partial_x \delta\psi_q|^2 + \right. \\ & + |\delta\psi_q|^2 \left(\frac{A}{\sqrt{2}} - \frac{q}{\kappa} \right)^2 + \psi \left(A - \frac{q}{\sqrt{2}\kappa} \right) \times \\ & \times (\delta A_q \delta\psi_q^* + \delta A_q^* \delta\psi_q) + |\delta\psi_q|^2 (\psi^2 - 1) + \\ & \left. + \psi^2 |\delta\psi_q + \delta\psi_{-q}^*|^2 + |\partial_x A_q|^2 + \psi^2 |A_q|^2 \right\}. \quad (2) \end{aligned}$$

Величина $\delta A(x, y)$ — вещественная функция, поэтому $\delta A_{-q}(x) = \delta A_q^*(x)$. Для компонент $\delta\psi_q$ такой связи нет, и выражение (2) содержит перекрестные члены $\delta\psi_q$ и $\delta\psi_{-q}^*$. Введя фурье-компоненты действительной $\delta\psi'$ и мнимой $\delta\psi''$ частей $\delta\psi$,

$$\delta\psi'_q = \frac{1}{2}(\delta\psi_q + \delta\psi_{-q}^*), \quad \delta\psi''_q = \frac{1}{2}(\delta\psi_q - \delta\psi_{-q}^*),$$

и переходя к суммированию по положительным q , приведем вторую вариацию (2) к сумме независимых вкладов $\delta^2 F_q \{\delta\psi'_q, \delta\psi''_q, \delta A_q\}$. Для исследования устойчивости достаточно найти минимум квадратичного функционала $\delta^2 F_q$ при фиксированном значении

$$\int_0^\infty |\delta\psi'_q|^2 dx. \quad (3)$$

Такая постановка задачи оказывается удобной для численного счета, где важен характер асимптотического поведения собственных функций при $x \rightarrow \infty$. Мы не будем приводить здесь из-за громоздкости соответствующие уравнения Эйлера с естественными (т.е. получаемыми при варьировании) граничными условиями. Их численное решение проводилось методом «стрельбы» из точки $x \rightarrow \infty$ в точку $x = 0$. На правой границе задавались три параметра: λ_q — множитель Лагранжа, соответствующий постоянству интеграла (3), и амплитуды асимптотик $\delta\psi_{-q}^*$ и δA_q . Амплитуда асимптотики $\delta\psi_q$ в силу линейности задачи может быть произвольной. На левой границе $x = 0$ требовалось выполнение, соответственно, трех условий $\partial_x \delta\psi_q = \partial_x \delta\psi_{-q}^* = \partial_x \delta A_q = 0$. Последнее условие следует из тривиального решения $\delta \mathbf{V} = 0$ в рассматриваемом случае уравнений Максвелла ($\partial_x B_z = \partial_y B_z = 0$) вне сверхпроводника ($x < 0$).

В задаче имеется бесконечный набор дискретных уровней λ (в случае $\psi(x) = 0$ это просто уровни электрона в однородном магнитном поле) для каждого

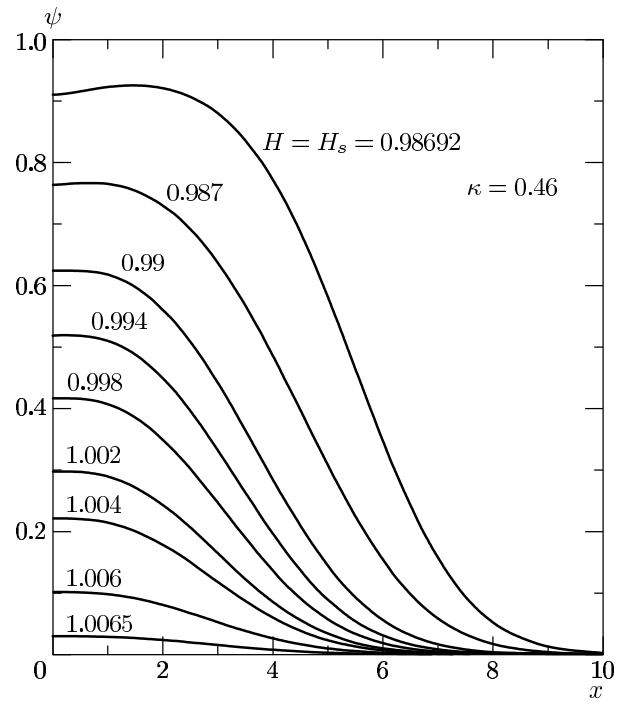


Рис. 2. Эволюция ψ -функции Гинзбурга–Ландау для поверхностной сверхпроводимости при изменении поля от H_{c2} до H_s при $\kappa = 0.46$

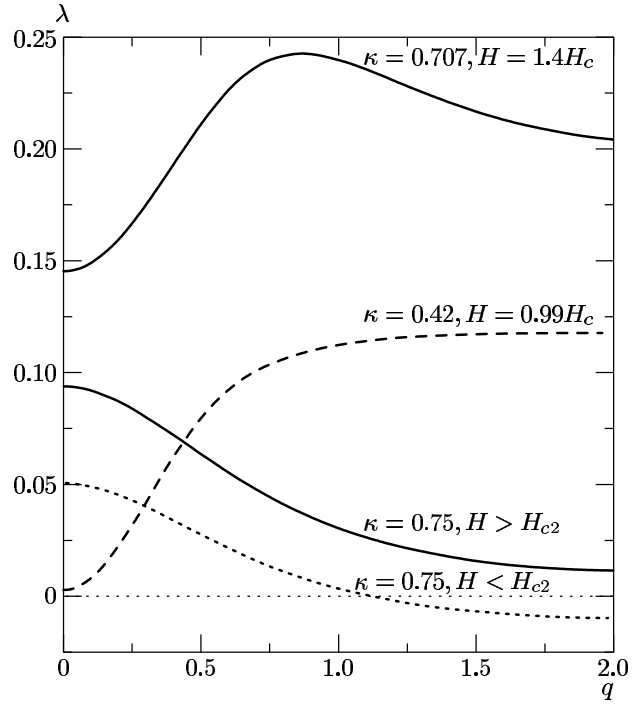


Рис. 3. Примеры спектров собственных значений $\lambda(q)$

значения волнового вектора q . Для анализа устойчивости достаточно найти основной уровень, у которого собственные функции не имеют нулей. Рисунок 2 демонстрирует типичную эволюцию параметра порядка поверхностной сверхпроводимости при изменении поля. На рис. 3 представлены результаты численного счета для спектра λ_q для различных значений κ и H .

В сверхпроводниках I рода в некотором поле охлаждения H_s , таком что $H_{c2} < H_s < H_c$, поверхностное состояние теряет устойчивость при $q = 0$ и неустойчивая мода оказывается локализованной в области поверхностной сверхпроводимости. Эта неустойчивость приводит к распространению сверхпроводимости от поверхности в объем образца.

В сверхпроводниках II рода при $q \rightarrow \infty$ функция $\delta\psi_q(x)$ локализована далеко от поверхности в окрестности точки $x = x_0$, где $A(x_0) = \sqrt{2}q/\kappa$. Здесь функция $\psi(x_0)$ мала, а поле $B(x_0)$ практически равно внешнему. Поэтому устойчивость поверхностного состояния разрушается путем образования зародыша в объеме нормальной фазы, т. е. граница устойчивости поверхностной сверхпроводимости для сверхпроводников II рода совпадает с границей устойчивости нормального состояния в объеме $H = H_{c2}$.

На рис. 4–6 представлены результаты счета эволюции величины λ_0 ($q = 0$) и интегрального параметра порядка

$$\psi_s = \int_0^\infty \psi dx \quad (4)$$

при движении по полю от H_{c3} к H_s при $\kappa = 0.5$ и $\kappa = 1/\sqrt{2}$, а также при движении по κ при критическом поле H_c .

3. ТОЧКА ФЕДЕРА В ТЕОРИИ ЛАНДАУ

Возникновение поверхностной сверхпроводимости вблизи поля H_{c3} является примером фазового перехода второго рода в двумерной системе. Специфика поведения границы устойчивости метастабильного состояния вблизи точки Федерера может быть выяснена в теории фазовых переходов второго рода Ландау. То обстоятельство, что кривая потери устойчивости поверхностной сверхпроводимости оказывается касательной к прямой $H_{c3}(\kappa)$ в точке Федерера, является общим свойством такого типа критических точек.

Разложение Ландау для свободной энергии поверхности металла имеет стандартный вид

$$A(\kappa, H)|\psi_s|^2 + B(\kappa, H)|\psi_s|^4 + C(\kappa, H)|\psi_s|^6 + \dots \quad (5)$$

Заметим, что векторный потенциал при таком (двумерном) описании неактуален, если поле параллельно поверхности. Для сравнения с результатами численного решения уравнений Гинзбурга–Ландау примем в качестве параметра порядка двумерной теории ψ_s интегральную характеристику (4). Область применимости двумерного подхода далеко от точки Федерера, когда можно пренебречь влиянием вклада шестого порядка в разложении (5), видна на рис. 4–6. Здесь вблизи поля H_{c3} приведены асимптотические кривые, следующие из выражения (5) при обычном предположении о линейном обращении в нуль коэффициента A . Ясно, что вблизи поля H_{c3} определяющая устойчивость решения вторая производная свободной энергии (5) по двумерному параметру порядка ψ_s линейно связана с λ_0 .

В точке Федерера, очевидно, обращается в нуль (снова по линейному закону) коэффициент B . Для описания поведения вблизи этой точки необходимо учесть член шестого порядка. Здесь, однако, в отличие от критической точки, рассмотренной Ландау [7] (см. также § 150 в книге [8]), коэффициент C следует считать отрицательным, что соответствует метастабильности исследуемой поверхностной сверхпроводимости. С учетом члена шестого порядка получаем, помимо тривиального $\psi_s = 0$, два возможных экстремума функционала (5):

$$\begin{aligned} |\psi_{s1}|^2 &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 3AC}}{3C}, \\ |\psi_{s2}|^2 &= \frac{-B + \sqrt{B^2 - 3AC}}{3C}. \end{aligned} \quad (6)$$

При $A > 0$, $B > 0$ имеется одно решение ψ_{s1} . Оно соответствует локальному максимуму, обеспечивающему метастабильность нормального состояния. При $B > 0$ и смене знака A возникает новое решение ψ_{s2} , соответствующее локальному минимуму — поверхностной сверхпроводимости. По мере дальнейшего изменения A , когда величина $B^2 - 3AC$ сменит знак, оба решения совпадут и нетривиальные экстремумы исчезнут. Уравнение

$$B^2 = 3AC \quad (7)$$

соответствует, очевидно, критической кривой $H_s(\kappa)$. Как нетрудно убедиться, квадратичная зависимость (7) между малыми коэффициентами A

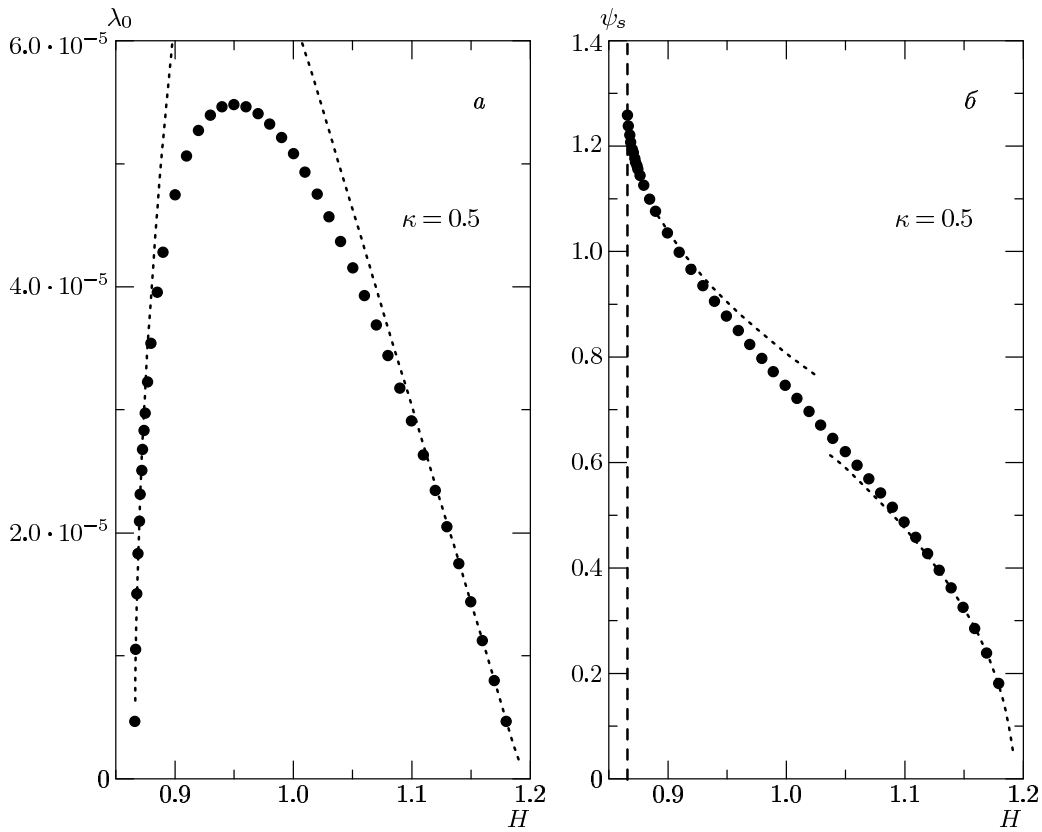


Рис. 4. Эволюция «щели» в спектре возбуждений и интегрального параметра порядка ψ_s при изменении поля от H_{c3} до H_s при $\kappa = 0.5$. Пунктиром показаны асимптотики вблизи $H_{c3} = 1.19$: $\lambda_0 = 3.19 \cdot 10^{-4}(H_{c3} - H)$, $\psi_s = 1.56(H_{c3} - H)^{1/2}$ (см. разд. 2) и вблизи $H_s = 0.866$: $\lambda_0 = 3.35 \cdot 10^{-4}(H - H_s)^{1/2}$, $\psi_s = 1.276 - 1.28(H - H_s)^{1/2}$ (см. разд. 3)

и B и приводит к характерному корневому приближению кривой $H_s(\kappa)$ к линии $H_{c3}(\kappa)$ в точке Федера (см. рис. 1). В области $A > 0, B > 0$ имеется одно решение ψ_{s2} — локальный максимум. На линии $A = 0$ это решение обращается в нуль и остается лишь один тривиальный экстремум — максимум — $\psi_s = 0$.

4. ОСОБЕННОСТИ ПРИ ПОТЕРЕ УСТОЙЧИВОСТИ В МЕТАСТАБИЛЬНОМ СОСТОЯНИИ

На линии $H_s(\kappa)$ происходит потеря устойчивости поверхностного решения относительно однородного возмущения ($q = 0$). Это означает, что на этой линии происходит слияние двух решений — локального минимума (исследуемого поверхностного решения) и максимума (барьера, обеспечивающего метастабильность решения). Именно такое слияние двух решений обнаружил Парк [5].

Пусть ψ_{s0} есть предельное решение на линии потери устойчивости. Разложение Ландау по малому параметру $\eta = \psi_s - \psi_{s0}$ вблизи этой линии имеет вид

$$A(\kappa, H)\eta + B(\kappa, H)\eta^2 + C(\kappa, H)\eta^3 + \dots \quad (8)$$

Так как мы рассматриваем состояние с нарушенной калибровочной инвариантностью ($\psi_{s0} \neq 0$), здесь нет никаких симметричных запретов и в разложении присутствуют члены с нечетными степенями. Коэффициент A обращается в нуль на обсуждаемой линии просто по определению параметра η (уравнения равновесия должны иметь решение $\eta = 0$). Обращение коэффициента B в нуль соответствует слиянию решений. При приближении к критической линии имеем два экстремума функционала (8):

$$\eta_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 3AC}}{3C}, \quad \eta_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 3AC}}{3C}. \quad (9)$$

Устойчивость решений определяется положительно-

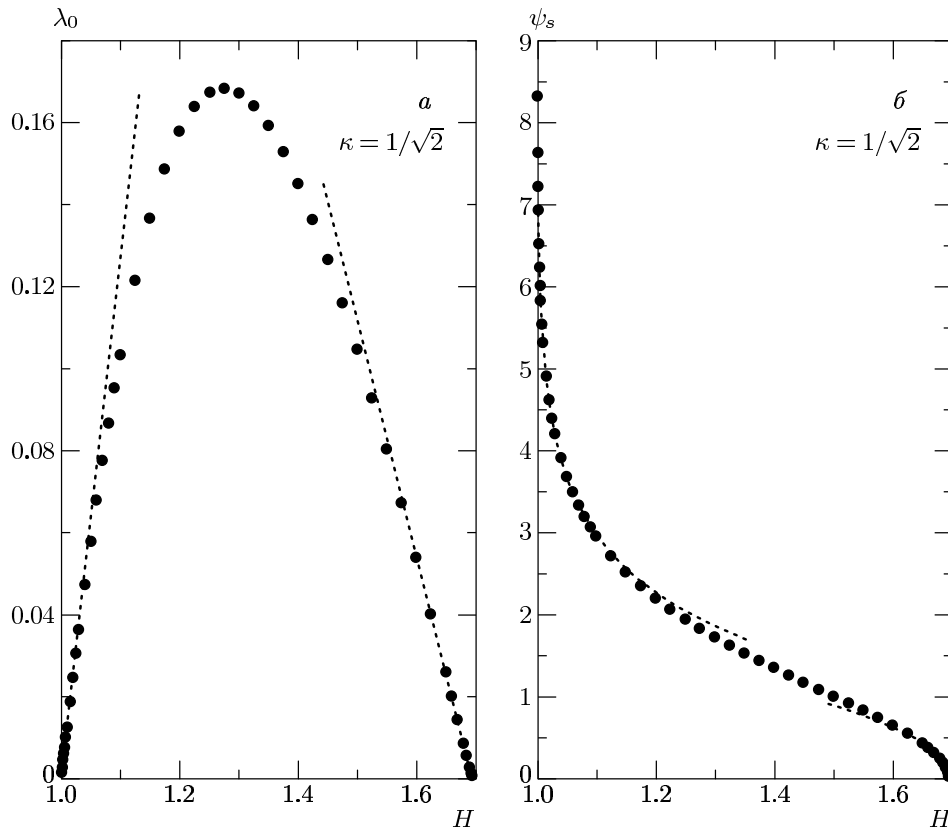


Рис. 5. Эволюция «щели» в спектре возбуждений и интегрального параметра порядка ψ_s при изменении поля от H_{c3} до H_c при $\kappa = 1/\sqrt{2}$. Пунктиром показаны асимптотики вблизи $H_{c3} = 1.70$: $\lambda_0 = 0.576(H_{c3} - H)$, $\psi_s = 2.03(H_{c3} - H)^{1/2}$ (см. разд. 2) и вблизи $H_c = 1$: $\lambda_0 = 1.27(H - 1)$, $\psi_s = -2.33 \ln[0.52(H - 1)]$ (см. разд. 4)

стью второй производной:

$$F'' = 2B + 6C\eta > 0. \quad (10)$$

В обсуждаемой задаче поверхностной сверхпроводимости, где параметр ψ_s растет вблизи критической линии, для метастабильного решения должно быть $\eta < 0$. Для этого, как нетрудно убедиться, необходимо, чтобы выше линии потери устойчивости выполнялись неравенства $A < 0$, $B > 0$, $C < 0$.

При обычном в теории Ландау линейном обращении коэффициентов A и B в нуль по близости $\varepsilon \ll 1$ к критической линии получаем следующие особенности в параметре порядка и в «энергетической щели» (10):

$$\eta \propto -\sqrt{|\varepsilon|}, \quad F''' \propto \sqrt{|\varepsilon|}. \quad (11)$$

Полученные асимптотики вблизи H_s показаны на рис. 4.

5. ПЕРЕХОД СМАЧИВАНИЯ

Согласно нашим численным результатам, при приближении к точке $\kappa = 1/\sqrt{2}$ интегральный параметр порядка (4) существенно возрастает. Так как при этом величина обычной ψ -функции Гинзбурга–Ландау почти везде внутри слоя стремится к единице, параметр (4) с точностью до величины порядка ширины ns -границы определяет в рассматриваемом пределе толщину поверхностного слоя. Аномальный рост этой толщины дает возможность описать критическое поведение макроскопически в духе теории смачивания (см. § 160 в книге [8]). Специфика сверхпроводимости приводит к своеобразию зависимости свободной энергии смачивающего слоя от толщины.

В однородном сверхпроводящем состоянии малые возмущения параметра порядка и векторного потенциала далеко от плоского источника возмущения убывают соответственно как $e^{-x/\xi}$ и $e^{-x/\delta}$, где $\xi = \delta/\sqrt{2}\kappa$ — длина когерентности. В сверхпроводя-

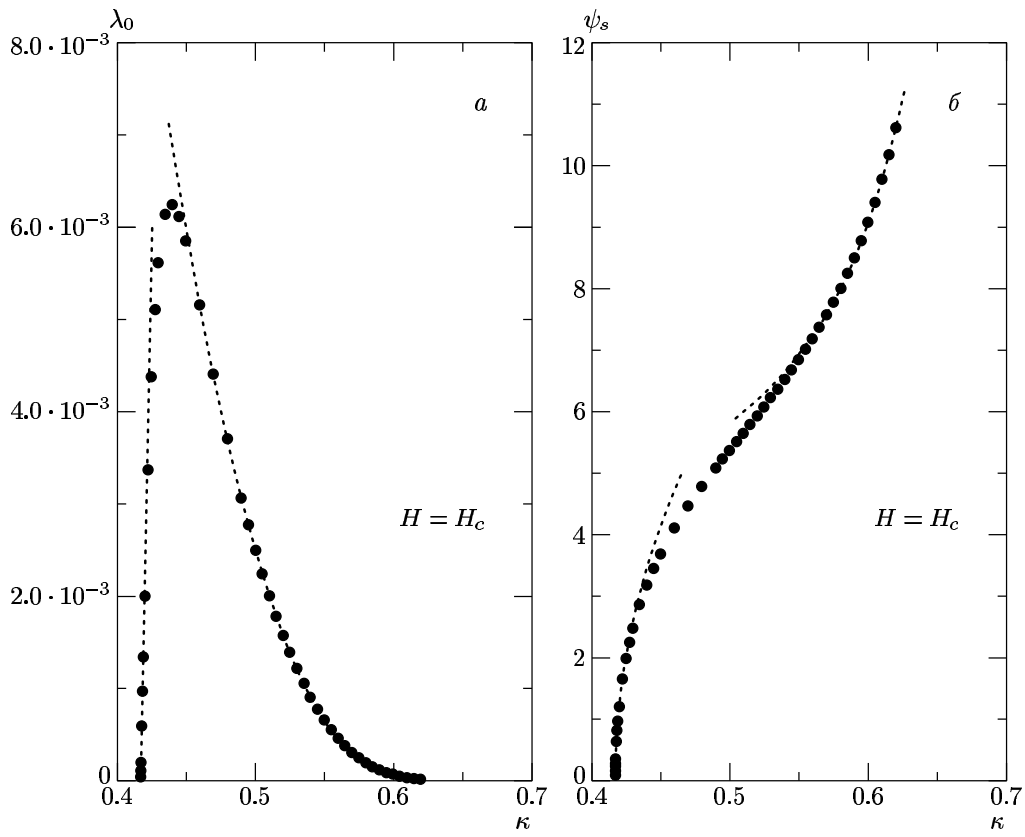


Рис. 6. Эволюция «щели» в спектре возбуждений и интегрального параметра порядка ψ_s при изменении κ от 0.417 до $1/\sqrt{2}$ в поле равном критическому. Пунктиром показаны асимптотики вблизи $\kappa = 0.417$: $\lambda_0 = 0.83(\kappa - 0.417)$, $\psi_s = 22.8(\kappa - 0.417)^{1/2}$ (см. разд. 2) и вблизи $\kappa = 1/\sqrt{2}$: $\lambda_0 = 0.356\epsilon e^{-0.701/\epsilon}$, $\psi_s = 0.721\epsilon^{-1} + 2.34$ (см. разд. 4)

щем слое у поверхности имеются два источника возмущения — поверхность образца и граница между сверхпроводящей и нормальной фазами. В полной аналогии, например, с выводом закона взаимодействия электрических зарядов через поле электрического потенциала или упругого взаимодействия дефектов в кристаллах здесь можно утверждать, что выражение для энергии взаимодействия между границами сверхпроводящего слоя при его макроскопической толщине $L \gg \xi, \delta$ в общем случае сводится к следующей сумме:

$$F_{int} = Ae^{-L/\xi} + Be^{-L/\delta}, \quad (12)$$

где A и B — некоторые функции параметра κ (зависимостью от магнитного поля можно пренебречь, так как сверхпроводящий слой может быть большим лишь в непосредственной окрестности $H = H_c$). Установленному численно поведению поверхностной сверхпроводимости в окрестности точки $\kappa = 1/\sqrt{2}$ соответствует случай $A < 0$ (притяжение), $B > 0$ (отталкивание), причем $B > |A|$. Свободная энер-

гия сверхпроводящего слоя, отсчитанная от нормального состояния, включает энергию границы сверхпроводника, энергию границы раздела сверхпроводящей и нормальной фаз, энергию взаимодействия (12) и объемный вклад

$$\frac{1}{8\pi}(H^2 - H_c^2)L. \quad (13)$$

Равновесная толщина сверхпроводящего слоя определяется условием минимума суммы вкладов (12) и (13):

$$F' = -\frac{A}{\xi}e^{-L/\xi} - \frac{B}{\delta}e^{-L/\delta} + \frac{1}{8\pi}(H^2 - H_c^2) = 0. \quad (14)$$

Решение будет устойчивым при положительной второй производной энергии по L

$$F'' = \frac{A}{\xi^2}e^{-L/\xi} + \frac{B}{\delta^2}e^{-L/\delta}. \quad (15)$$

На кривой $H_s(\kappa)$ устойчивость решения теряется. Из условия $F''' = 0$ находим

$$L = \frac{\delta\xi}{\xi - \delta} \ln \left(\frac{B\xi^2}{|A|\delta^2} \right) \quad (16)$$

и, подставляя это значение L в уравнение (14), получим

$$H_s^2 - H_c^2 = -8\pi \frac{|A|}{\xi^2} (\xi - \delta) \times \exp \left\{ -\frac{\delta}{\xi - \delta} \ln \frac{B\xi^2}{|A|\delta^2} \right\}. \quad (17)$$

С учетом близости к критической точке, где $\varepsilon = (\xi - \delta)/\delta \ll 1$, результаты (16) и (17) можно представить в виде $L \propto \varepsilon^{-1}$ и

$$H_s - H_c \propto -\varepsilon e^{-a/\varepsilon}, \quad (18)$$

где $a = \ln(B/|A|)$ — число порядка единицы. Как мы видим на рис. 1, асимптотика (18) выполняется даже на значительном удалении от рассматриваемой критической точки.

Приведем еще предельные выражения при стремлении к критической точке $(1/\sqrt{2}, H_c)$ по двум выделенным траекториям. Для сверхпроводника с $\kappa = 1/\sqrt{2}$ толщина сверхпроводящего слоя расходится логарифмически: $L \propto \ln \{1/(H - H_c)\}$, при этом $F''' \propto H - H_c$. При движении же по прямой $H = H_c$ толщина растет по закону $L \propto \varepsilon^{-1}$ (как и при движении по кривой $H = H_s$), а «щель» в спектре возбуждений по закону $F''' \propto \varepsilon e^{-a/\varepsilon}$. Полученные асимптотические законы представлены на рис. 5, 6. Мы ис-

пользовали здесь указанную выше связь между интегральным параметром (4) и толщиной L сверхпроводящего слоя, а также очевидную линейную зависимость между второй производной энергии F'' (15) и величиной λ_0 вблизи критических линий.

Мы благодарны И. Н. Хлостикову за внимание и дискуссии, И. А. Фомину за обсуждение. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №№ 00-02-16250, 03-02-16958).

ЛИТЕРАТУРА

1. D. Saint-James and P. G. de Gennes, Phys. Lett. **7**, 306 (1963).
2. J. Feder, Sol. St. Comm. **5**, 299 (1967).
3. J. P. McEvoy, D. P. Jones, and J. G. Park, Sol. St. Comm. **5**, 641 (1967).
4. И. Н. Хлостиков, В. А. Березин, ЖЭТФ **121**, 1370 (2002).
5. J. G. Park, Sol. St. Comm. **5**, 645 (1967).
6. Е. М. Лифшиц, Л. П. Питаевский, *Статистическая физика*. Ч. 2, Наука, Москва (1978).
7. Л. Д. Ландау, Phys. Zs. Sowjet. **8**, 113 (1935); *Собрание трудов*, Наука, Москва (1969), с. 123.
8. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Статистическая физика*. Ч. 1, Наука, Москва (1995).