

Билеты к экзамену по курсу «Физика низкоразмерных систем», 2016-2017 уч.год

Билет состоит из одного теоретического вопроса и одной задачи

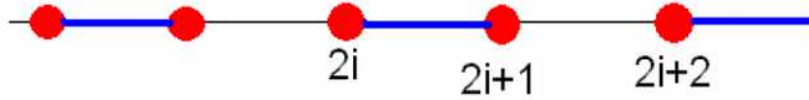
Теоретические вопросы

1. Простейшая реализация метода Монте-Карло для модели Изинга. Вычислить зависимости от температуры полной намагниченности изинговского ферромагнетика на двумерной квадратной решётке и на двумерной треугольной решётке. Сравнить оцениваемые из результатов моделирования температуры упорядочения.
2. Переход Березинского Костерлица-Таулеса. Показать, что существование свободного вихря термодинамически выгодно только выше конечной температуры. Переход Березинского-Костерлица-Таулеса в классическом планарном XY-магнетике и в плёнках сверхтекучего гелия.
3. Одномерная цепочка спинов $1/2$ в XY-модели. Схема построения волновых функций, энергия основного состояния и спектр возбуждений. Представление в виде безспиновых фермионов.
4. XY-модель в магнитном поле. При $T=0$ вычислить восприимчивость в нулевом поле, найти поле насыщения и закон изменения намагниченности вблизи поля насыщения. Вывести полную кривую намагниченности $M(H)$ при нулевой температуре.
5. Двумерный электронный газ. Характерные значения параметров (полей, температур), необходимых для получения двумерного электронного газа. Поведение двумерного электронного газа в квантующем магнитном поле. Краевые состояния, ток краевых состояний и квантовый эффект Холла.
6. Пайерлсовский переход в одномерном металле: выигрыш и проигрыш в энергии, изменение проводимости при переходе. Методы наблюдения пайерлсовской неустойчивости
7. Электронный спектр графена. В рамках приближения сильной связи показать, что спектр электронов в двумерном графене линеен в окрестности дираковской точки.

Задачи

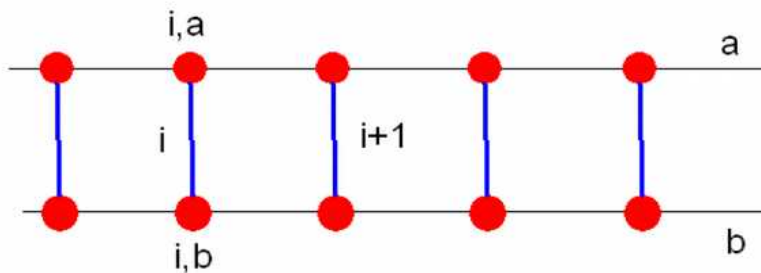
1. В рамках теории возмущений вычислить спектр возбуждений гейзенберговской одномерной цепочки спинов $S=1/2$, состоящей из слабо связанных димеров

$$\hat{H} = \sum_i \tilde{S}_{2i} \tilde{S}_{2i+1} + j \tilde{S}_{2i+1} \tilde{S}_{2i+2}, j \ll 1$$



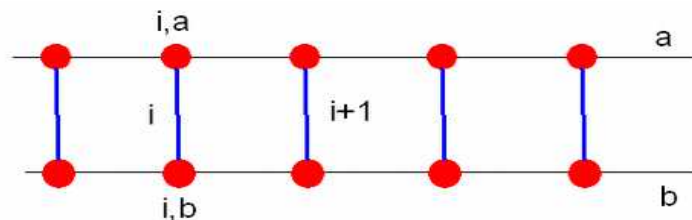
2. В рамках теории возмущений вычислить спектр возбуждений для «спиновой лестницы» в пределе доминирующего взаимодействия на «ступенях». Спин $S=1/2$.

$$\hat{H} = \sum_i \tilde{S}_{i,a} \tilde{S}_{i,b} + j (\tilde{S}_{i,a} \tilde{S}_{i+1,a} + \tilde{S}_{i,b} \tilde{S}_{i+1,b}), j \ll 1$$



3. Многие вопросы физики твёрдого тела рассматриваются в так называемом приближении невзаимодействующих электронов, когда учитывается лишь взаимодействие электрона с кристаллической решёткой как изменение эффективной массы электрона. Оценить концентрацию носителей для случая двумерного металла, при которой справедливо пренебрежение межэлектронным кулоновским взаимодействием. Для численной оценки взять параметры двумерного электронного газа в кремниевой МОП-структуре: эффективная масса носителя заряда равна 0.19 массы свободного электрона, диэлектрическую проницаемость принять равной 10.

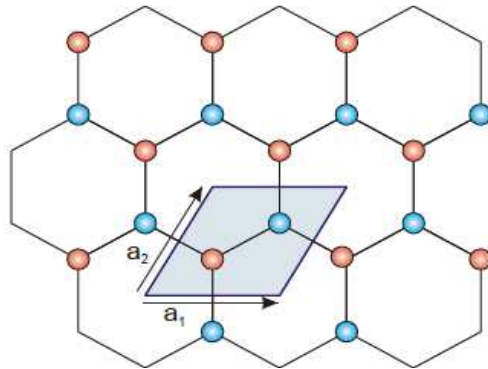
4. Найти зависимость от температуры магнитной восприимчивости спиновой лестницы в низкотемпературном и высокотемпературном пределах. Для высокотемпературного предела считать известными обменные интегралы на направляющей и перекладине лестницы, для низкотемпературного предела считать известным спектр триплетных возбуждений вблизи минимума $E = \Delta + \frac{\alpha q^2}{2}$



5. Графен — это двумерная форма углерода, атомы углерода занимают места в узлах решётки из правильных шестиугольников с общими сторонами, сторона шестиугольника $a=0.142\text{нм}$.

а) Учитывая только акустические колебания в плоскости (средняя скорость звука 20 км/сек) в рамках дебаевского приближения найти вклад этих колебаний в решёточную теплоёмкость графена при низких температурах.

б) В графене возможны также колебания атомов в направлении, перпендикулярном плоскости. Спектр таких длинноволновых колебаний (аналогичный колебаниям мембраны) оказывается квадратичным $\omega=k^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{сек}$. Определить низкотемпературный вклад этой моды в теплоёмкость. При какой температуре эти вклады сравниваются?



6. Из соображений размерности оценить расстояние между уровнями Ландау для графена. При каких температурах возможно наблюдение квантового эффекта Холла в графене в поле 20Тл ?

7. Электроны над поверхностью жидкого гелия формируют двумерный слой на расстоянии около 100Å от поверхности. Притяжение электронов к границе гелия связано с действием электростатических сил заряда отражения, отталкивание — с отрицательным сродством электрона к гелию. Из-за отталкивания электрона от гелия под электроном деформируется граница раздела. Если приложить к слою электронов переменное электрическое поле, то эта деформация станет центром генерации поверхностных волн (риплов), спектр которых $\omega^2 = \frac{\sigma}{\rho} k^3$, где $\sigma = 0.36 \text{ дин/см}$, коэффициент поверхностного натяжения, а $\rho = 0.147 \text{ г/см}^3$ плотность. При достаточно низкой температуре в двумерном электронном газе формируется периодическое состояние вигнеровского кристалла. Оценить поверхностную концентрацию электронов, если в эксперименте наблюдается резонансное поглощение энергии электрического поля при частоте колебаний поля 30 МГц .