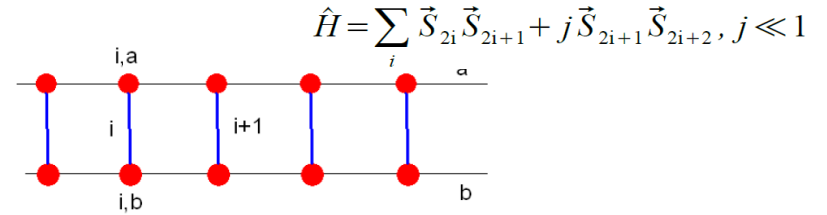


В.Н.Глазков
«Физика низкоразмерных систем»
слайды к лекции 11

Спиновые цепочки: модификации обменного
взаимодействия.

Отклонения от модели однородной цепочки с гейзенберговским обменом

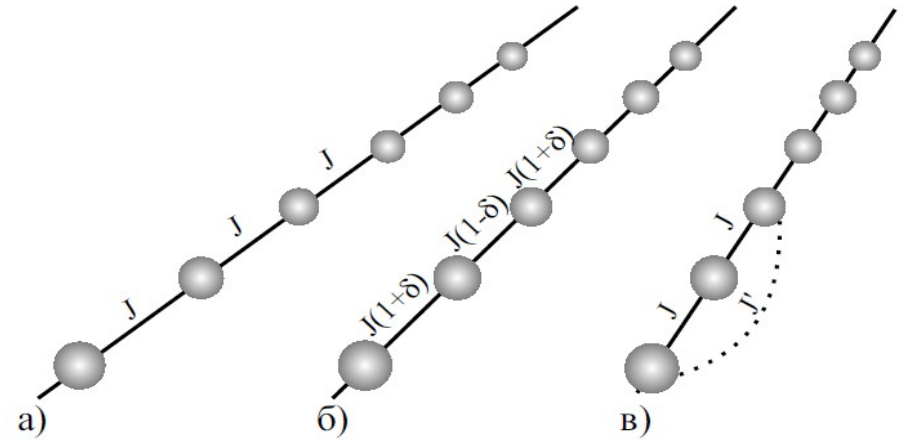
взаимодействие соседних цепочек



$$\hat{H} = \sum_i \vec{S}_{2i} \cdot \vec{S}_{2i+1} + j \vec{S}_{2i+1} \cdot \vec{S}_{2i+2}, \quad j \ll 1$$

взаимодействие соседей помимо ближайших.

модуляция обменного взаимодействия.



Схемы спиновых цепочек с различной геометрией обменных связей: а) однородная цепочка, б) цепочка с альтернированным обменным взаимодействием, в) цепочка с взаимодействием соседей, следующих за ближайшими.

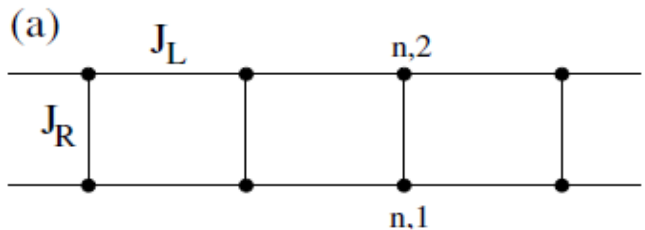
анизотропные (релятивистские) взаимодействия.

$$\hat{H}_{DM}^{(ij)} = D^{(ij)} \cdot \left[\hat{S}^{(i)} \times \hat{S}^{(j)} \right]$$

$$\hat{H}_{anis}^{(ij)} = \sum_{\alpha, \beta} J_{\alpha, \beta}^{(ij)} \hat{S}_{\alpha}^{(i)} \hat{S}_{\beta}^{(j)} = \hat{S}^{(i)} \cdot \begin{pmatrix} 0 & J_{xy}^{(ij)} & J_{xz}^{(ij)} \\ J_{xy}^{(ij)} & 0 & J_{yz}^{(ij)} \\ J_{xz}^{(ij)} & J_{yz}^{(ij)} & 0 \end{pmatrix} \cdot \hat{S}^{(j)}$$

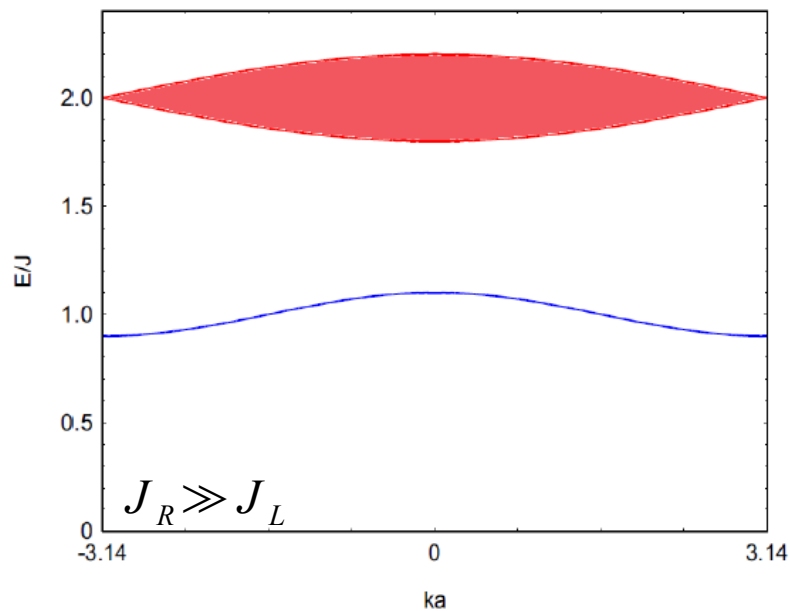
$$\hat{H}_Z^{(i)} = \mu_B \vec{H} \cdot \tilde{g}^{(i)} \cdot \hat{S}^{(i)}$$

Спиновые лестницы

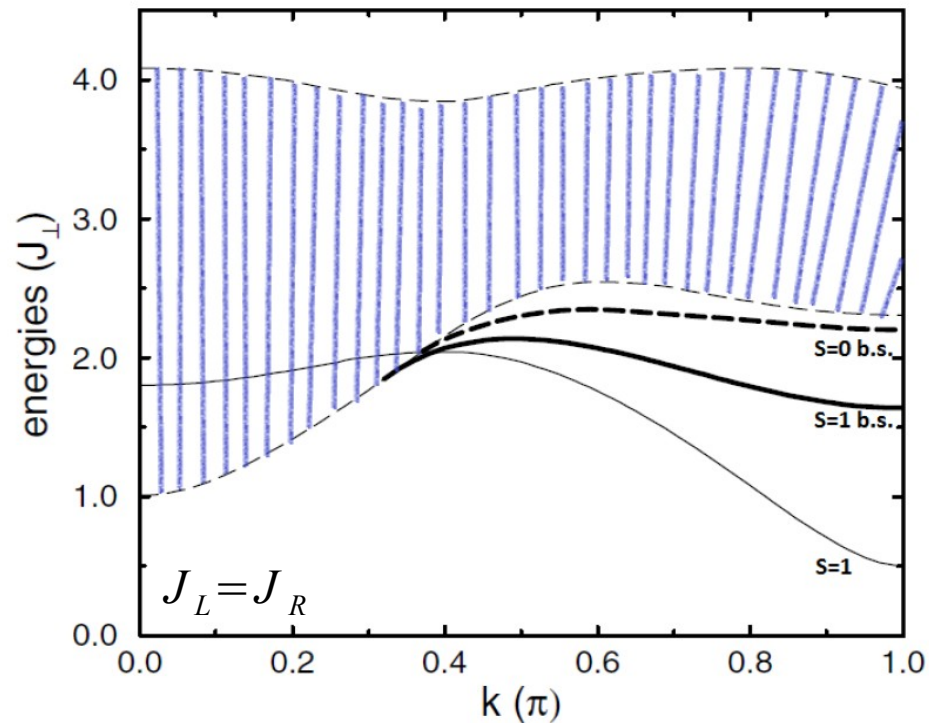


$$\hat{H} = \sum_n J_L (\vec{S}_{n,1} \cdot \vec{S}_{n+1,1} + \vec{S}_{n,2} \cdot \vec{S}_{n+1,2}) + J_R \vec{S}_{n,1} \cdot \vec{S}_{n,2}$$

H.J.Mikeska and A.K.Kolezhuk, One-Dimensional Magnetism, Lect. Notes Phys. , 645, 1-83 (2004)



Ю.В.Красникова, Электронный парамагнитный резонанс в магнетиках типа "спиновая лестница"., 2014

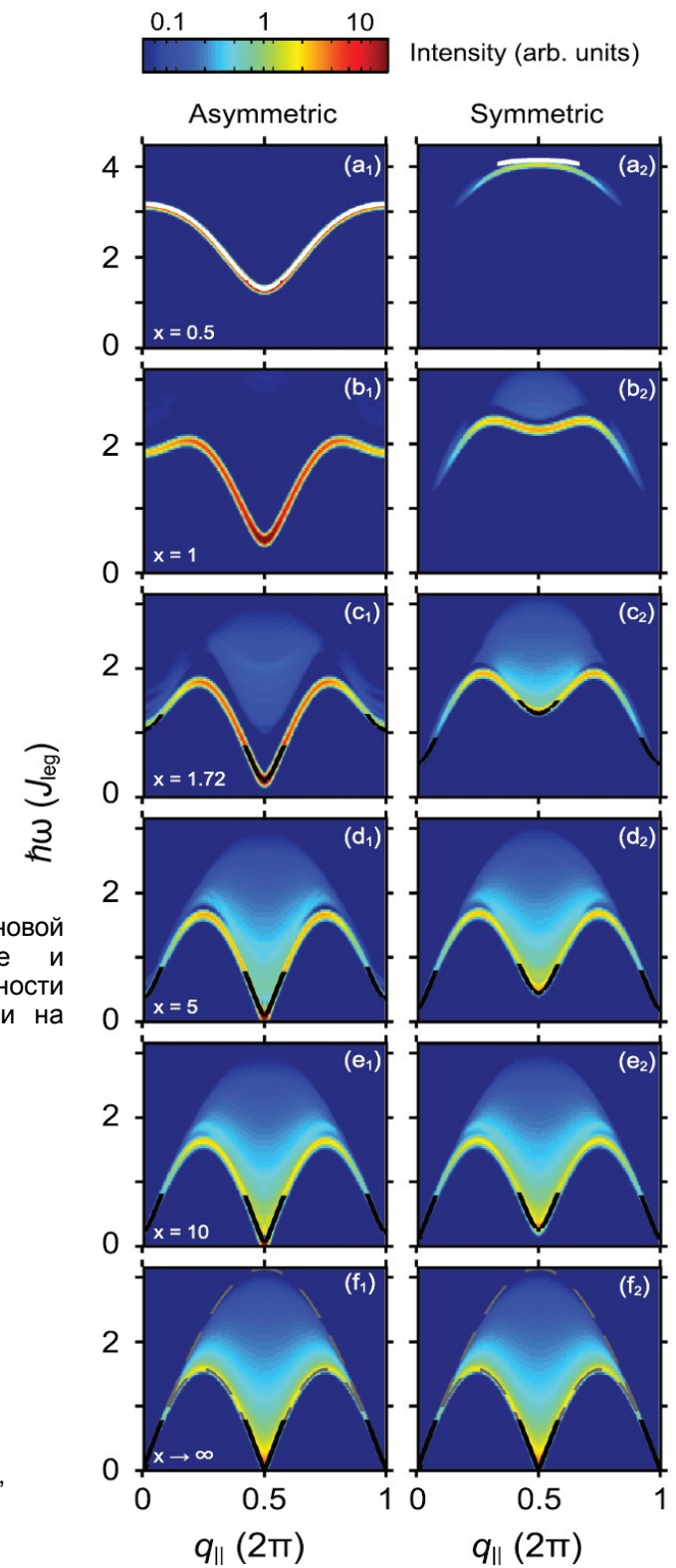


C. Knetter, K. P. Schmidt, M. Gruninger, and G. S. Uhrig, Fractional and Integer Excitations in Quantum Antiferromagnetic Spin 1/2 Ladders, Phys. Rev. Lett., 87, 167204 (2001)

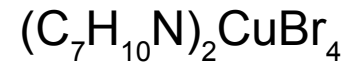
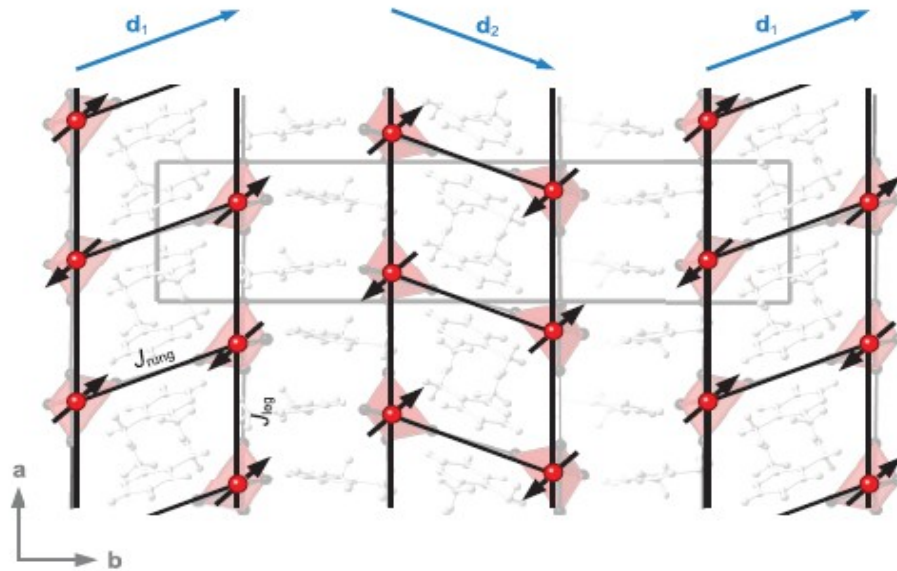
Спиновые лестницы: от предела к пределу

Численное моделирование спектров возбуждения в спиновой лестнице с разным отношением x . Симметричные и антисимметричные возбуждения соответствуют чётности возбуждения по отношению к инверсии (центр инверсии на перекладине лестницы).

D. Schmidiger, S. Mühlbauer, and A. Zheludev, P. Bouillot, T. Giamarchi, C. Kollath, G. Ehlers, A.M. Tsvelik, Symmetric and asymmetric excitations of a strong-leg quantum spin ladder, Physical Review B, 88, 094411 (2013)



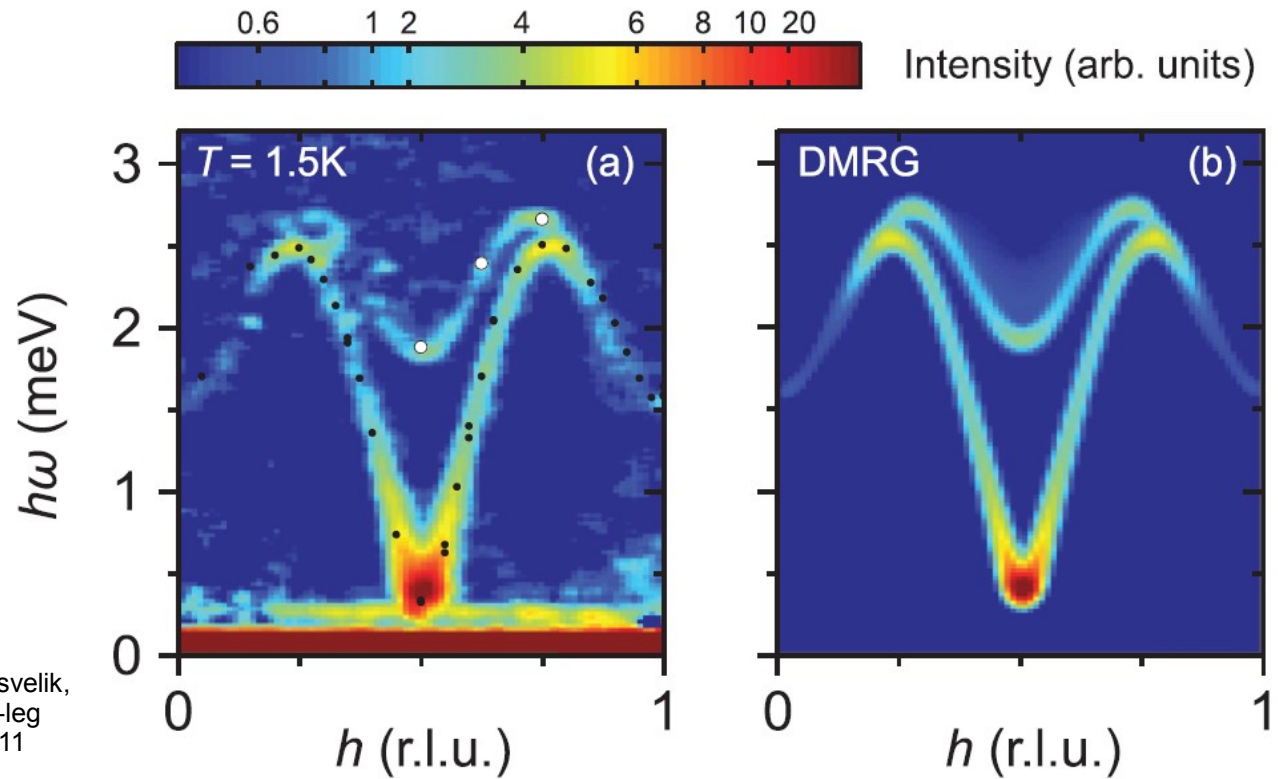
Пример спиновой лестницы



$$J_L = 1.42 \text{ мЭВ}$$

$$J_R = 0.82 \text{ мЭВ}$$

Слева: экспериментальные данные по неупругому рассеянию нейтронов в $(C_7H_{10}N)_2CuBr_4$. Справа: численный счёт в модели спиновой лестницы



Межцепочечное взаимодействие в трёхмерном кристалле.

Спиновая цепочка — неупорядочена с бесконечной корреляционной длиной

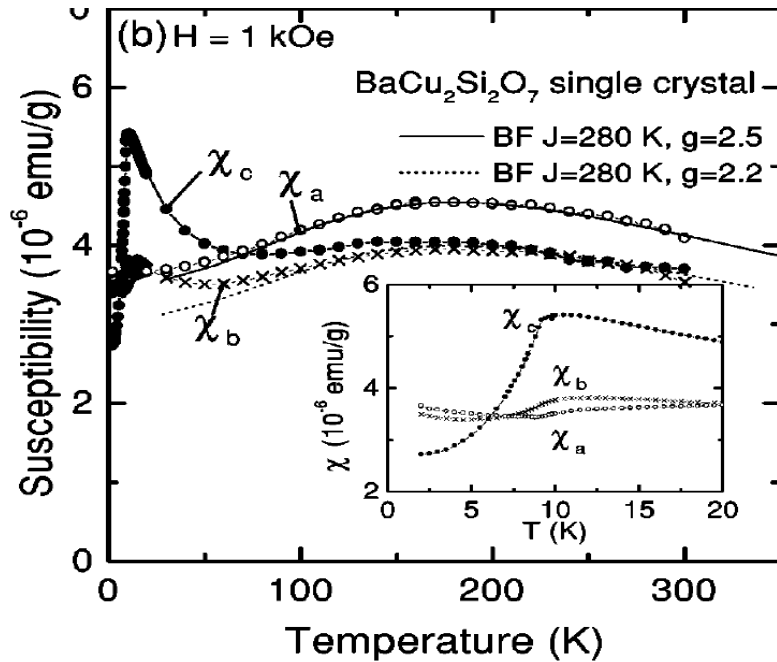
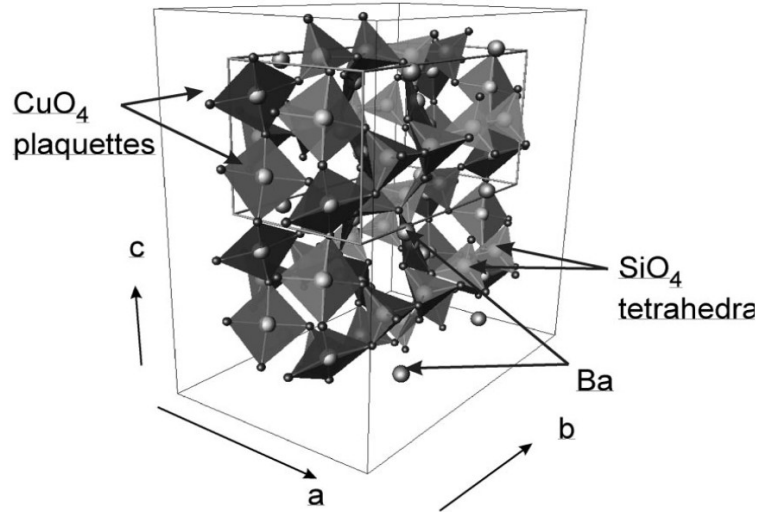
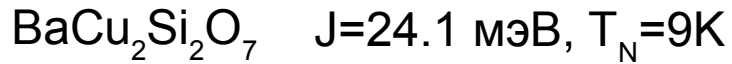
Спиновая лестница — неупорядочена с конечной корреляционной длиной и щелью в спектре

Спиновые цепочки со слабой связью в 3D — упорядочиваются антиферромагнитно

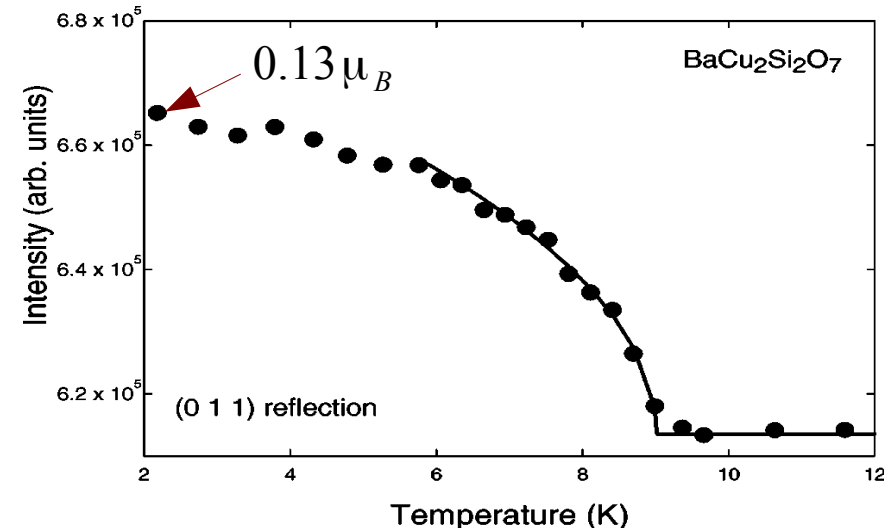
$$T_c \simeq \sqrt{\frac{8}{3} z_{\perp} J_{\parallel} J_{\perp}} \sim \sqrt{J_{\parallel} J_{\perp}} \quad \text{гораздо ниже, чем для изинговской модели}$$

$$\langle S \rangle \approx 0.29 \sqrt{\frac{J_{\perp}}{J_{\parallel}} \ln \left(\frac{2.6 J_{\parallel}}{J_{\perp}} \right)} \quad \text{параметр порядка мал}$$

Пример упорядочения в квази-1D антиферромагнетике.

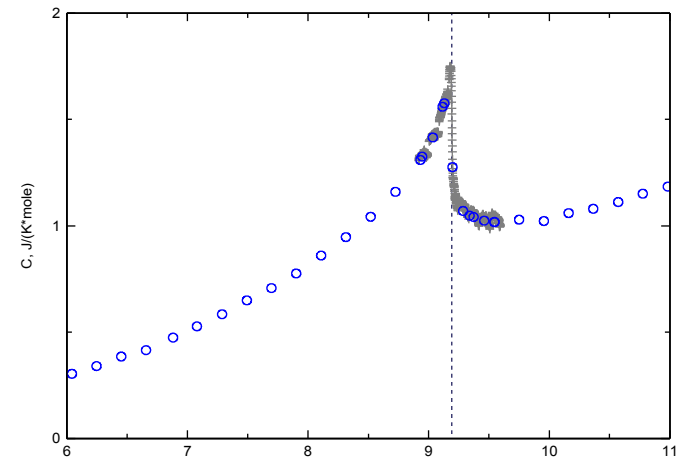


.Tsukada, Y.Sasago, K.Uchinokura, A.Zheludev, S.Maslov, G.Shirane, K.Kakurai, E.Ressouche, *BaCu₂Si₂O₇: A quasi-one-dimensional S=1/2 antiferromagnetic chain system.*, Physical Review B, 60, 6601 (1999)



Интенсивность брэгговского пика (011) в $\text{BaCu}_2\text{Si}_2\text{O}_7$ как функция температуры.

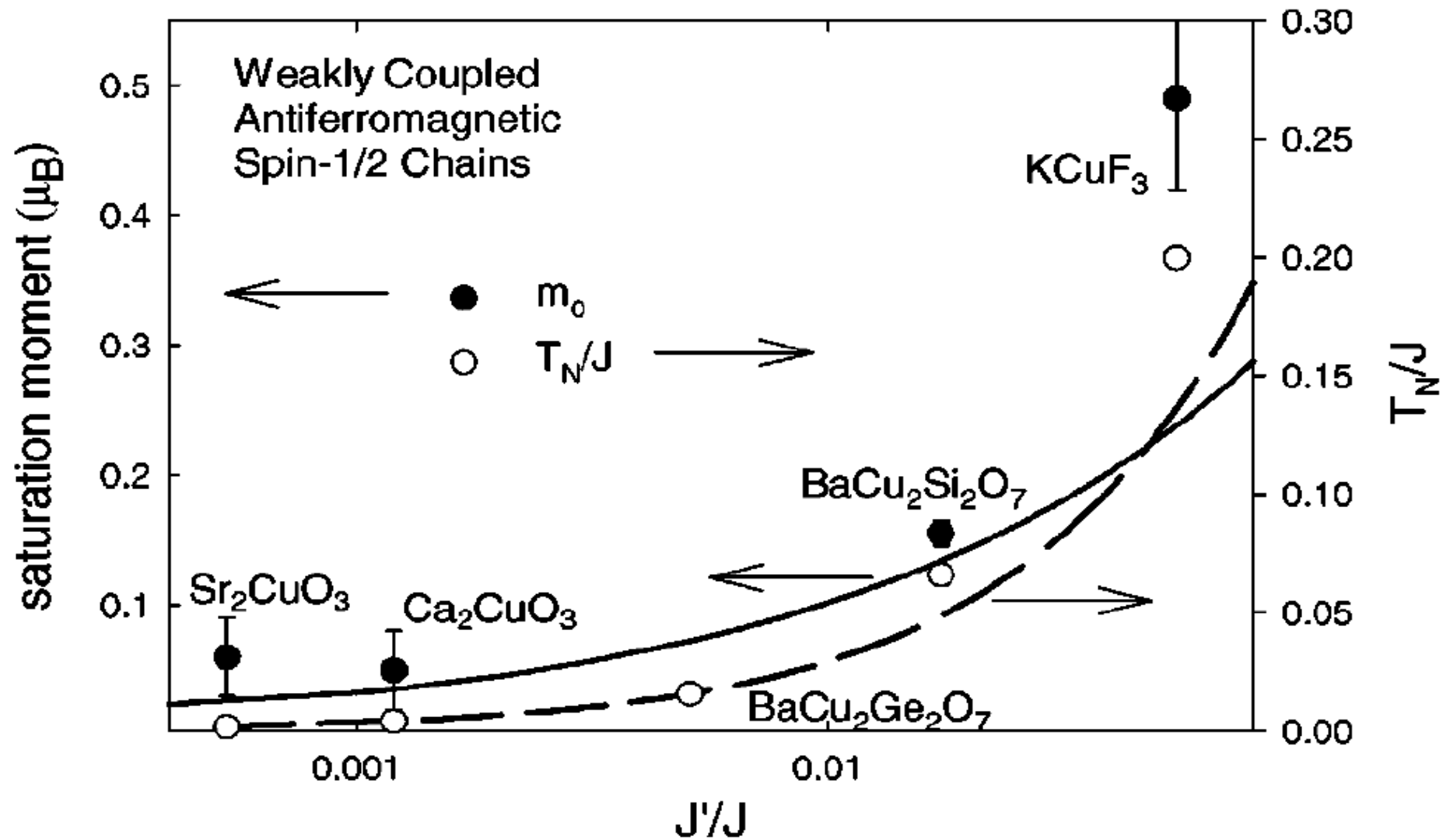
M. Kenzelmann, A. Zheludev, S. Raymond, E. Ressouche, T. Masuda, P. Boni, K. Kakurai, I. Tsukada, K. Uchinokura and R. Coldea, Spin waves and magnetic ordering in the quasi-one-dimensional S=1/2 antiferromagnet $\text{BaCu}_2\text{Si}_2\text{O}_7$, Physical Review B, 64, 054422 (2001)



Зависимость теплоёмкости от температуры в окрестности точки Нееля.

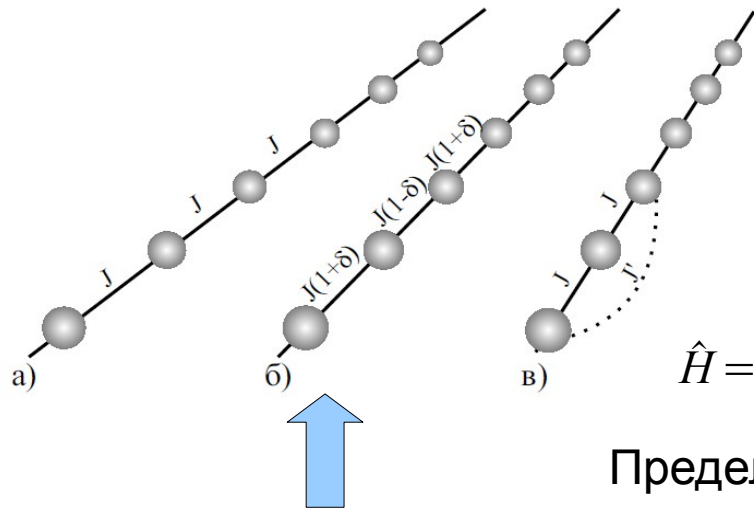
V N Glazkov, G Dhalenne, A Revcolevschi and A Zheludev, Multiple spin-flop phase diagram of $\text{BaCu}_2\text{Si}_2\text{O}_7$, J. Phys.: Condens. Matter, 23, 086003 (2011)

Примеры квазиодномерных антиферромагнетиков.



Температуры Нееля и среднее значение локального магнитного момента на узле для различных квазиодномерных антиферромагнетиков.

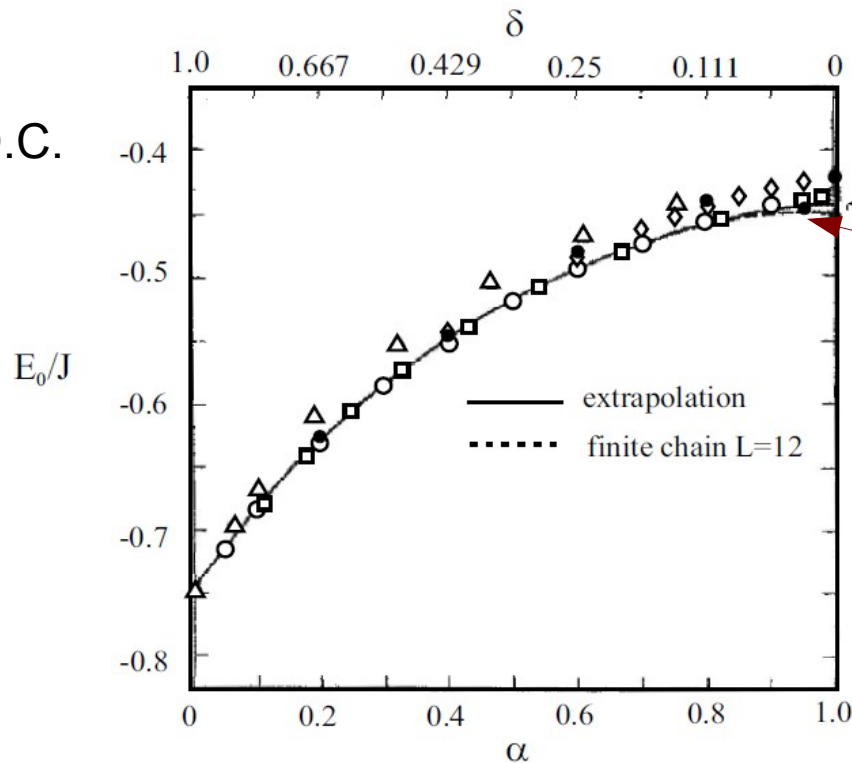
Цепочки с альтернированным взаимодействием



$$\hat{H} = \sum_n J(1 + (-1)^n \delta) \hat{S}_n \cdot \hat{S}_{n+1} = \sum_n J' (\hat{S}_n \cdot \hat{S}_{n+1} + \alpha \hat{S}_{n+1} \cdot \hat{S}_{n+2})$$

Предел $\delta=1$ — несвязанные димеры: щелевой спектр

Энергия О.С.

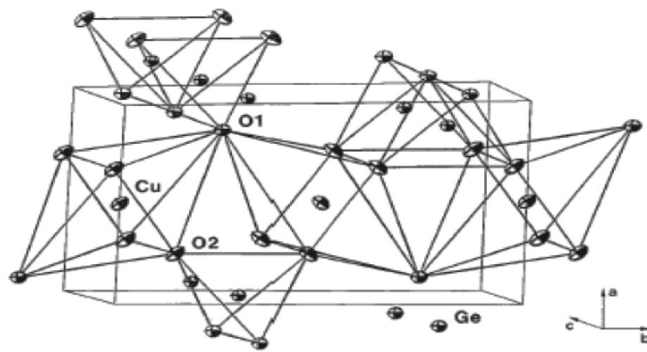


XY-модель

$$\Delta \propto \delta$$

$$\epsilon(\delta) \propto \delta^2 \ln \delta$$

Спин-пайерлсовский переход



Кристаллическая структура CuGeO_3 .

M.Braden, G.Wilkendorf, J.Lorenzana, M.Ain, G.J.McIntyre, M.Behrzi, G.Heger, G.Dhalenne and A.Revcolevschi, , Physical Review B, 54, 1105 (1996)

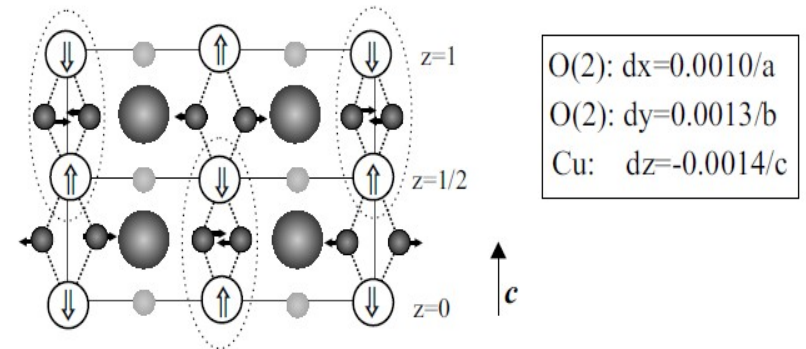
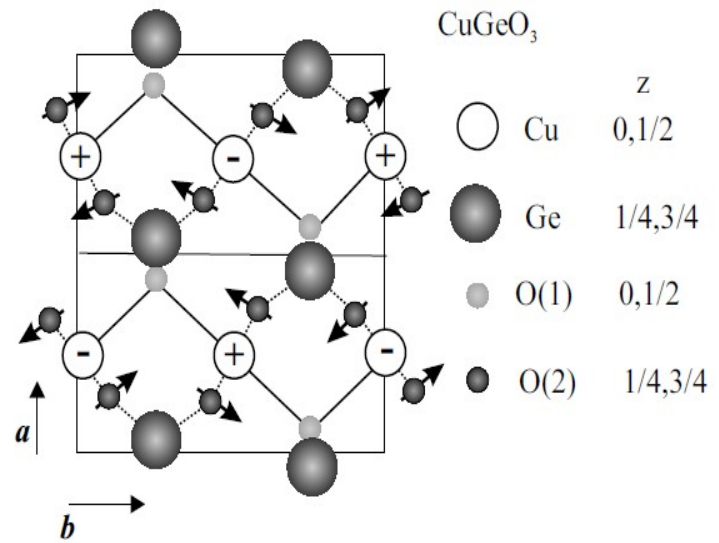
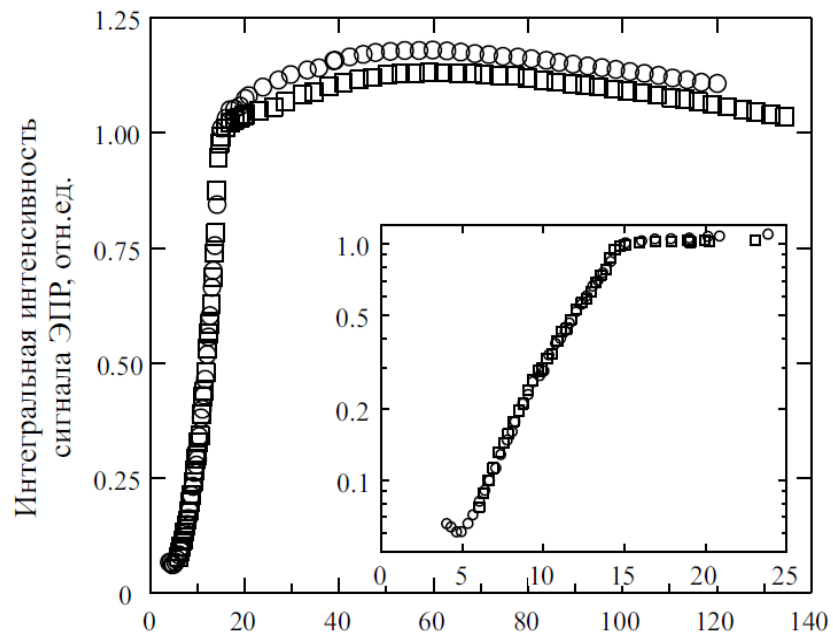
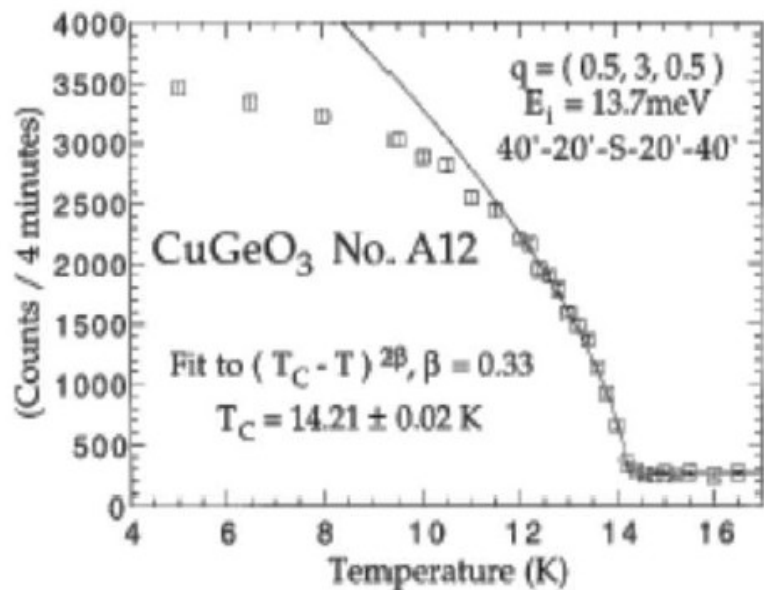


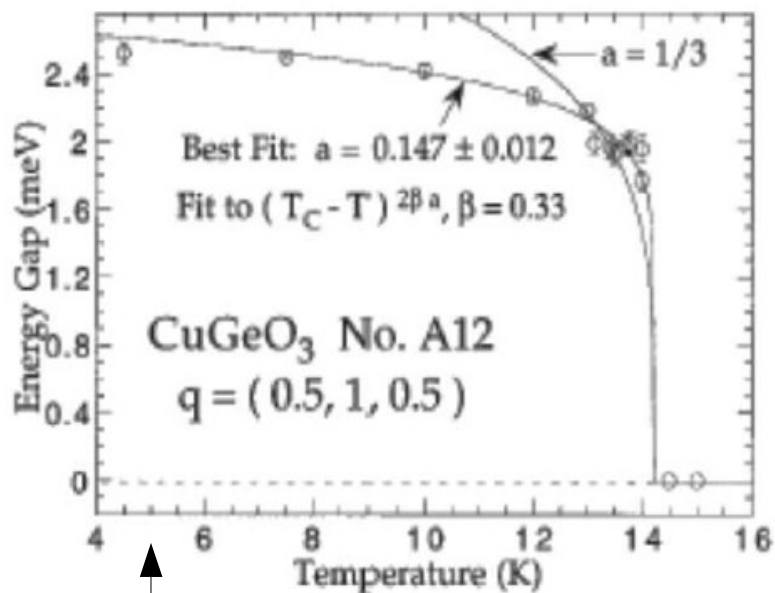
Схема смещения ионов при спин-пайерлсовском переходе в CuGeO_3 .

M.Hidaka, M.Hatae, I.Yamada, M.Nishi, J.Akimitsu, , J.Phys.:Condens.Matter, 9, 809 (1997)

Спин-пайерлсовский переход

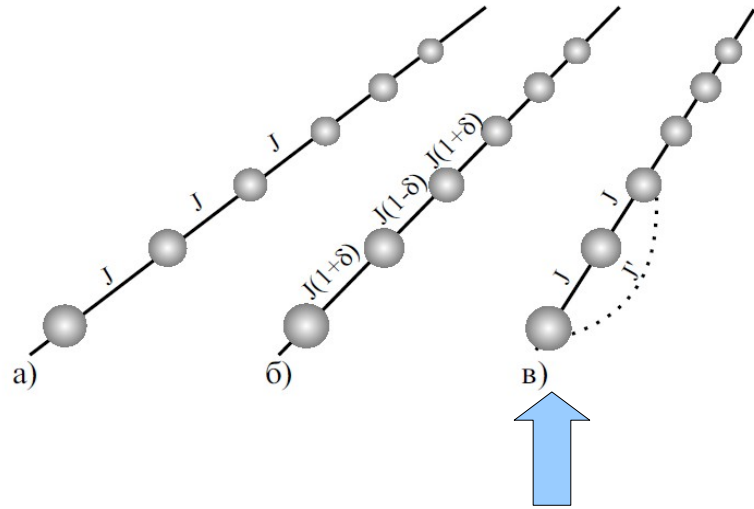


Зависимость от температуры интегральной интенсивности сигнала ЭПР в CuGeO₃.



(вверху) Зависимость от температуры интенсивности нейтронного брэгговского пика, соответствующего удвоению периода решётки. (внизу) Зависимость от температуры величины энергетической щели, непосредственно измеренной по неупругому рассеянию нейтронов.

Цепочки с взаимодействием соседей, следующих за ближайшими



$$\hat{H} = J_1 \sum \hat{\vec{S}}_i \cdot \hat{\vec{S}}_{i+1} + J_2 \sum \hat{\vec{S}}_i \cdot \hat{\vec{S}}_{i+2}$$

Классическая задача

$$\hat{H} = J_1 \sum \hat{\vec{S}}_i \cdot \hat{\vec{S}}_{i+1} + J_2 \sum \hat{\vec{S}}_i \cdot \hat{\vec{S}}_{i+2}$$

заменяем операторы векторами

$$\vec{S}_n = \sum_k \vec{S}_k e^{ikn}$$

$$\vec{S}_k = \vec{S}_{-k}^*$$

нормировка

$$N S^2 = \sum_n S_n^2 = \sum_n \sum_{k, k'} \vec{S}_k \cdot \vec{S}_{k'} e^{i(k+k')n} = N \sum_{k, k'} \delta_{k, -k'} \vec{S}_k \cdot \vec{S}_{k'} = N \sum_k |\vec{S}_k|^2$$

$$\sum_k |\vec{S}_k|^2 = S^2$$

$$\sum_n \vec{S}_n \cdot \vec{S}_{n+1} = \sum_n \sum_{k, k'} \vec{S}_k \cdot \vec{S}_{k'} e^{ikn} e^{ik'(n+1)} = N \sum_k e^{ik} |\vec{S}_k|^2$$

$$\frac{E}{N} = \sum_k |\vec{S}_k|^2 \left(J_1 e^{ik} + J_2 e^{2ik} \right) = (J_1 + J_2) |\vec{S}_0|^2 + 2 \sum_{k>0} (J_1 \cos k + J_2 \cos 2k) |\vec{S}_k|^2$$

$$J_1 \sin k + 2 J_2 \sin 2k = 0$$

$$\sin k \left(\frac{J_1}{J_2} + 4 \cos k \right) = 0$$

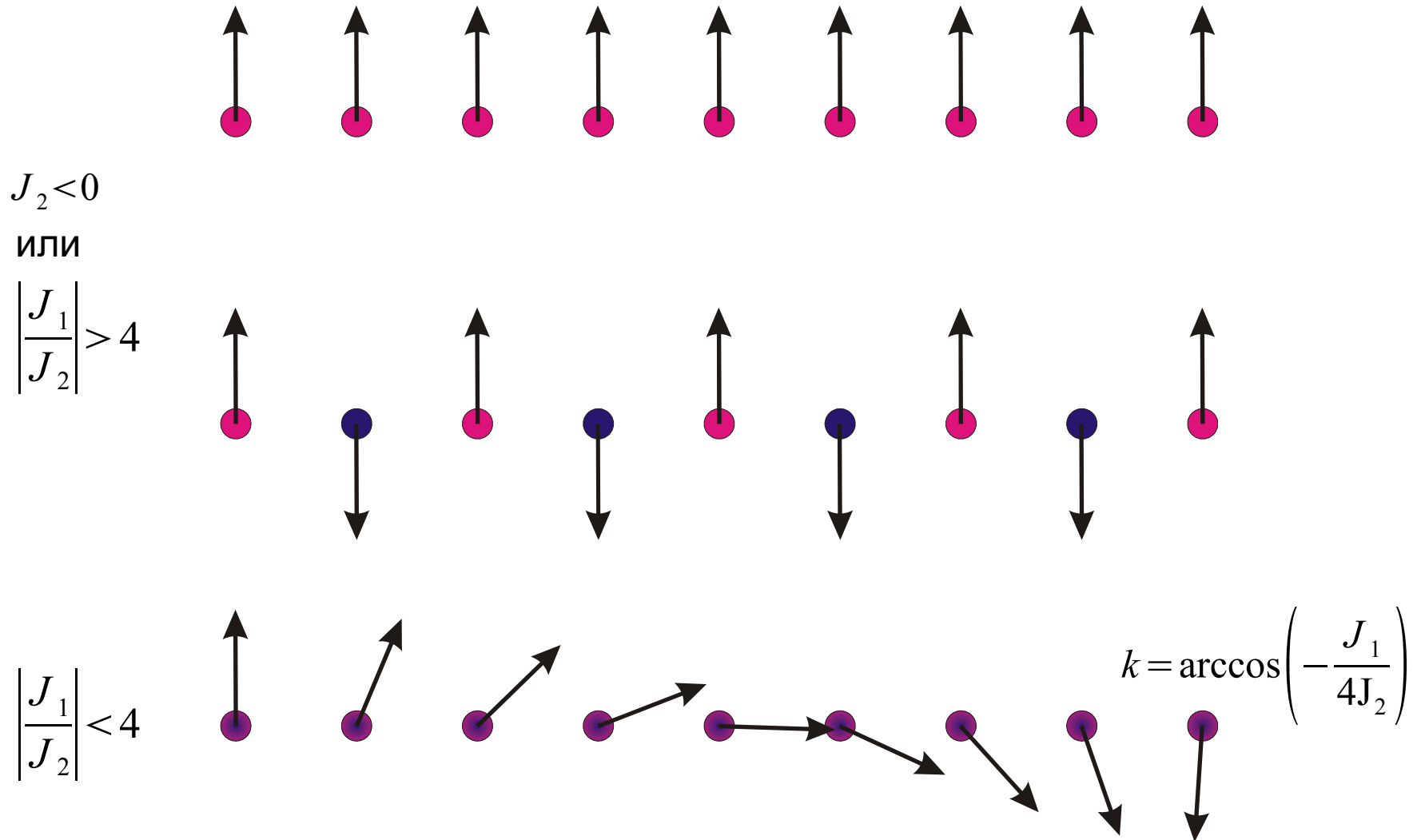
$$k = 0; \pi$$

коллинеарный ФМ или АФМ

$$k = \arccos \left(-\frac{J_1}{4J_2} \right)$$

спираль

Состояния классической цепочки с взаимодействием следующих соседей



Сверху вниз: коллинеарное ферромагнитное, коллинеарное антиферромагнитное и неколлинеарное спиральное состояния классической спиновой цепочки.

Квантовый случай. RVB-модель

димер $\psi_0 = A(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad E_0 = -3J/4$



два несвязанных димера

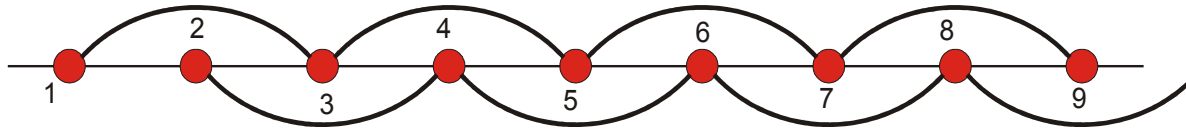
$$\psi = \text{const}(|1\uparrow, 2\downarrow\rangle - |1\downarrow, 2\uparrow\rangle)(|3\uparrow, 4\downarrow\rangle - |3\downarrow, 4\uparrow\rangle) = \text{const}(|\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\rangle - |\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow\rangle - |\downarrow\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\rangle)$$

поправка от междимерного взаимодействия к о.с. в первом порядке? НОЛЬ!

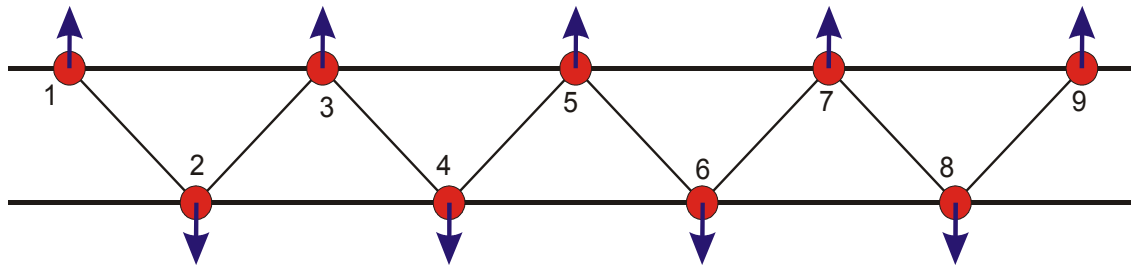
$$\frac{J}{2}(\hat{S}_2^+ \hat{S}_3^- + \hat{S}_2^- \hat{S}_3^+) \longrightarrow \text{const}(|\uparrow\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\uparrow\rangle)$$

Z-компонента $\longrightarrow -\frac{\text{const}}{4}(|\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\rangle)$

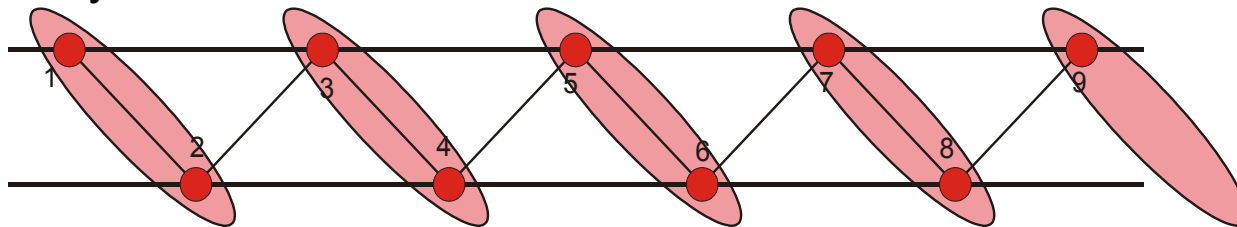
Мощение димерами оказывается хорошим приближением для энергии основного состояния



энергия растёт с ростом взаимодействия следующих соседей



в первом порядке энергия не зависит от взаимодействия следующих соседей

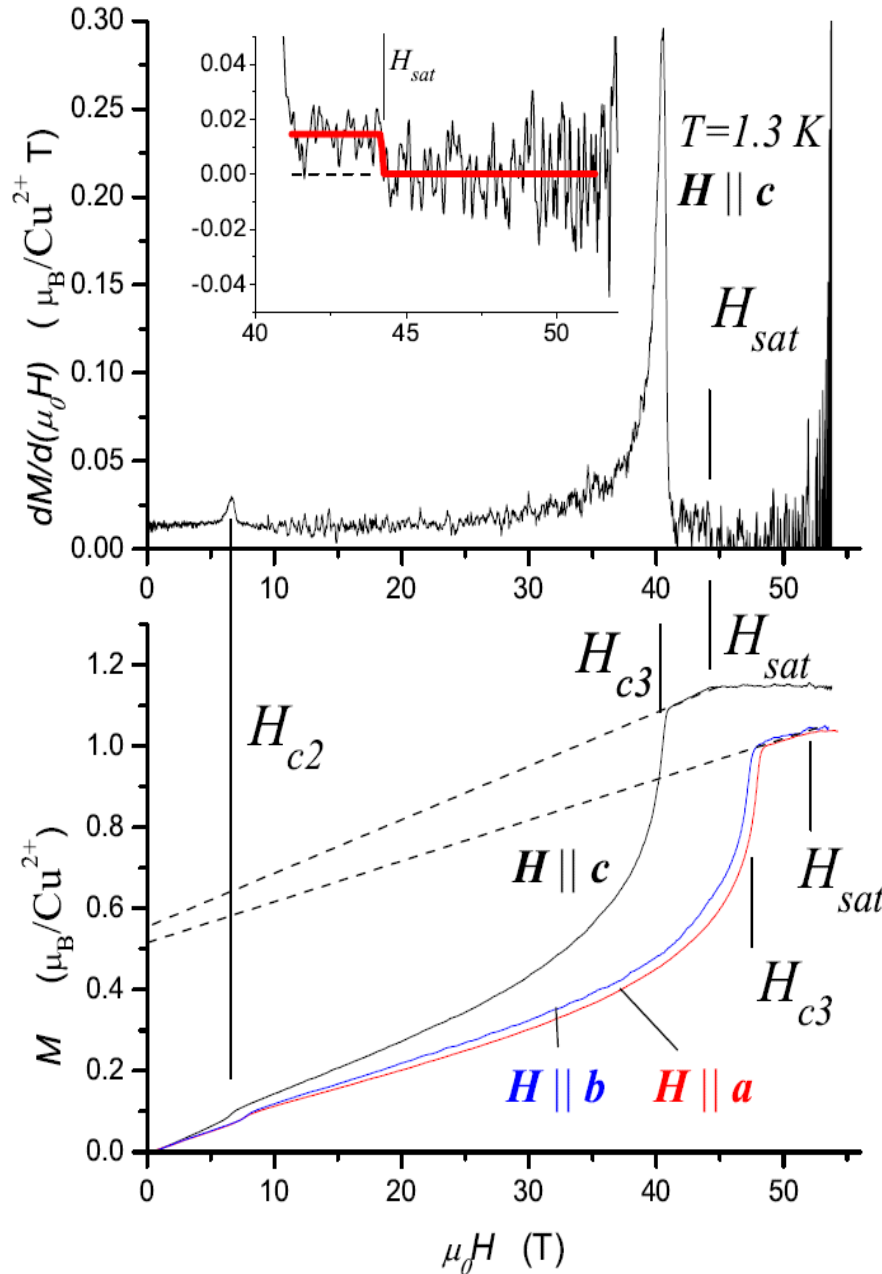


$$\frac{J_2^{(c)}}{J_1} > \frac{1}{6}$$

0.2411

Преобразование цепочки с взаимодействием соседей следующих за ближайшими в две цепочки с "зиг-заг" взаимодействием и сравнение антиферромагнитного и димерного состояний.

Ферромагнитное J_2 . Особенности вблизи поля насыщения.



При $J_2 < 0$ двум перевёрнутым спином вблизи H_c выгодно образовать связанное состояние: конденсация таких пар начнётся раньше (при уменьшении поля), чем для одночастичных возбуждений.

Межцепочечное взаимодействие приведёт к формированию корреляций в этом конденсате пар. Но (при некоторых условиях) сожет оказаться, что

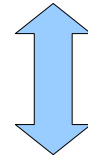
$$\langle S_i^{x,y} \rangle = 0$$

$$Q_{ij}^{\alpha,\beta} = \frac{1}{2} \langle S_i^\alpha S_j^\beta + S_i^\beta S_j^\alpha \rangle - \frac{1}{2} \delta_{\alpha\beta} \langle \vec{S}_i^\perp \cdot \vec{S}_j^\perp \rangle$$

нематический параметр порядка

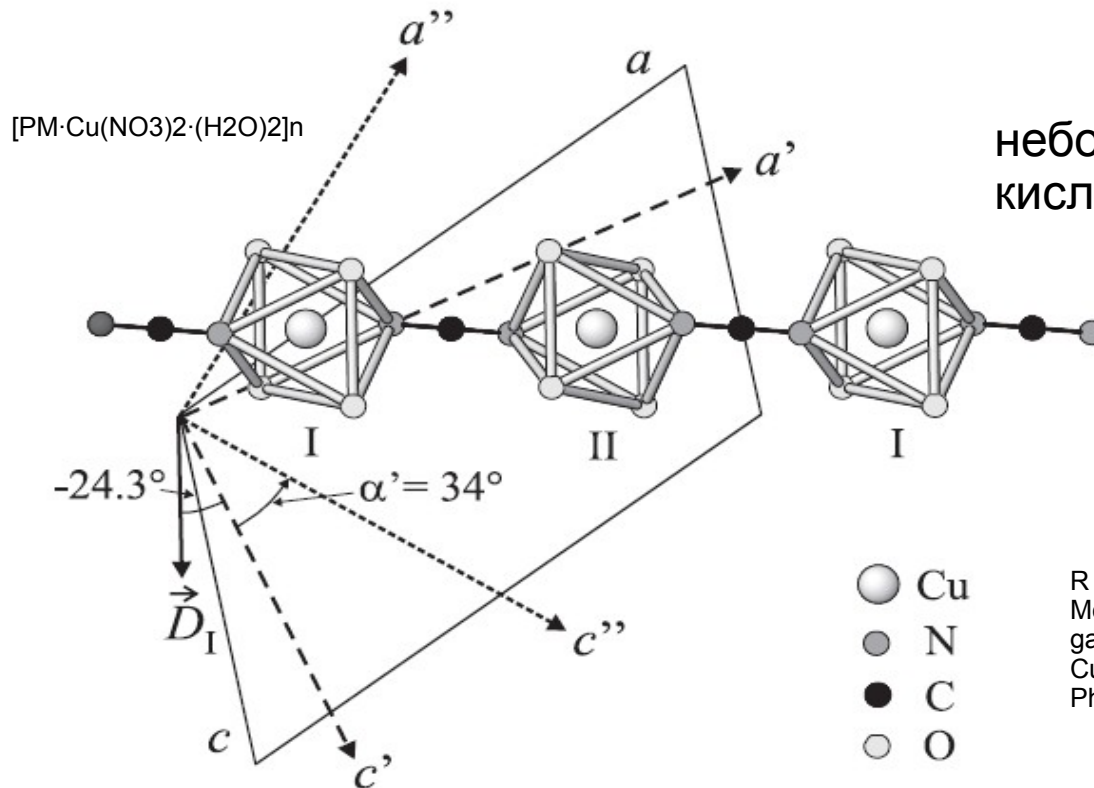
Релятивистские взаимодействия: знакопеременное (staggered) поле

$$\hat{H} = \sum_i \left(J \hat{S}_i \hat{S}_{i+1} + (-1)^i \vec{d} [\hat{S}_i \times \hat{S}_{i+1}] + g \mu_B \vec{H} \hat{S} + (-1)^i g_{xy} \mu_B (H^x \hat{S}^y + H^y \hat{S}^x) \right)$$



$$\hat{H} = \sum_i \left(J \hat{S}_i \hat{S}_{i+1} + g \mu_B \vec{H} \hat{S} + (-1)^i g \mu_B \vec{h} \hat{S} \right)$$

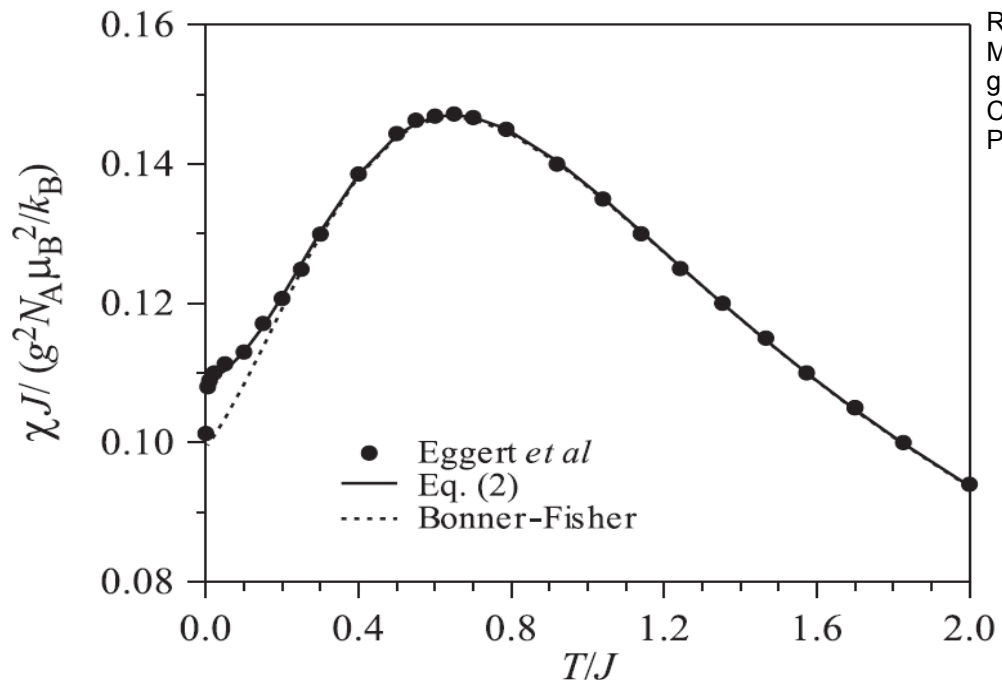
поле h меняет знак от узла к узлу



небольшое изменение ориентации
кислородного окружения

R Feyerherm, S Abens, D Günther, T Ishida, M Meißner, M Meschke, T Nogami and M Steiner, Magnetic-field induced gap and staggered susceptibility in the $S = 1/2$ chain [PM Cu(NO₃)₂centerdot(H₂O)₂]_n (PM = pyrimidine), Journal of Physics: Condensed Matter, 12, 8495 (2000)

Восприимчивость пиридина меди

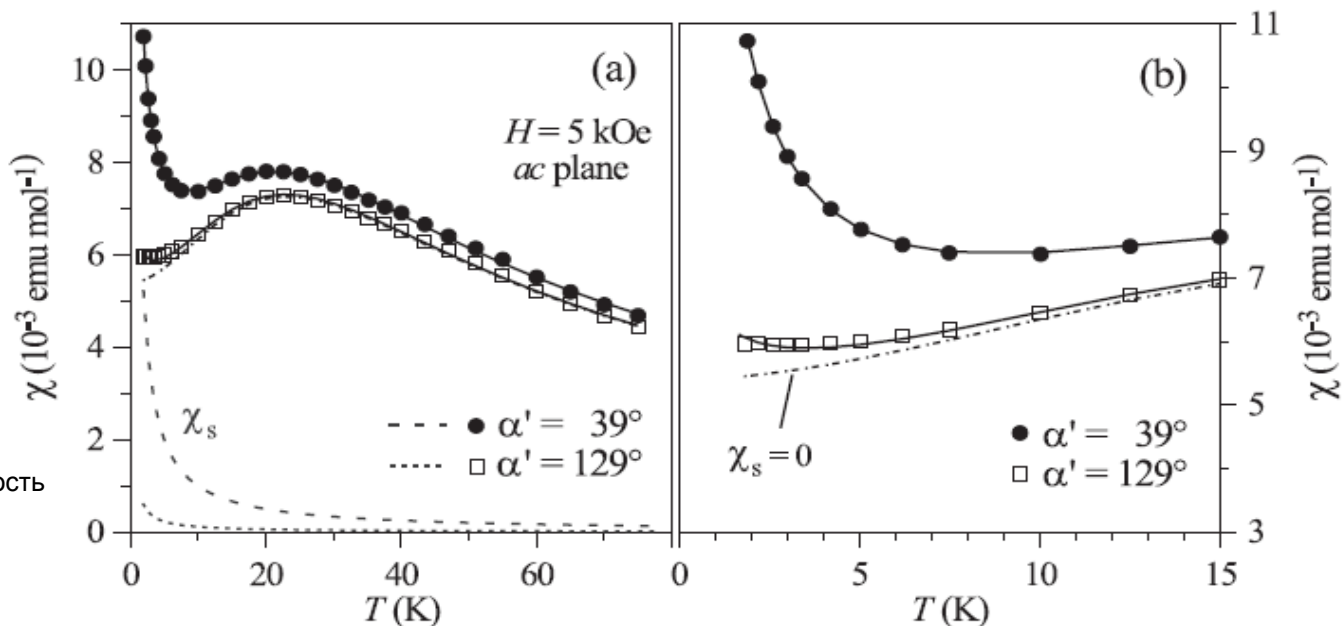


R Feyerherm, S Abens, D Günther, T Ishida, M Meißner, M Meschke, T Nogami and M Steiner, Magnetic-field induced gap and staggered susceptibility in the $S = 1/2$ chain [PM Cu(NO₃)₂centerdot(H₂O)₂]_n (PM = pyrimidine), Journal of Physics: Condensed Matter, 12, 8495 (2000)

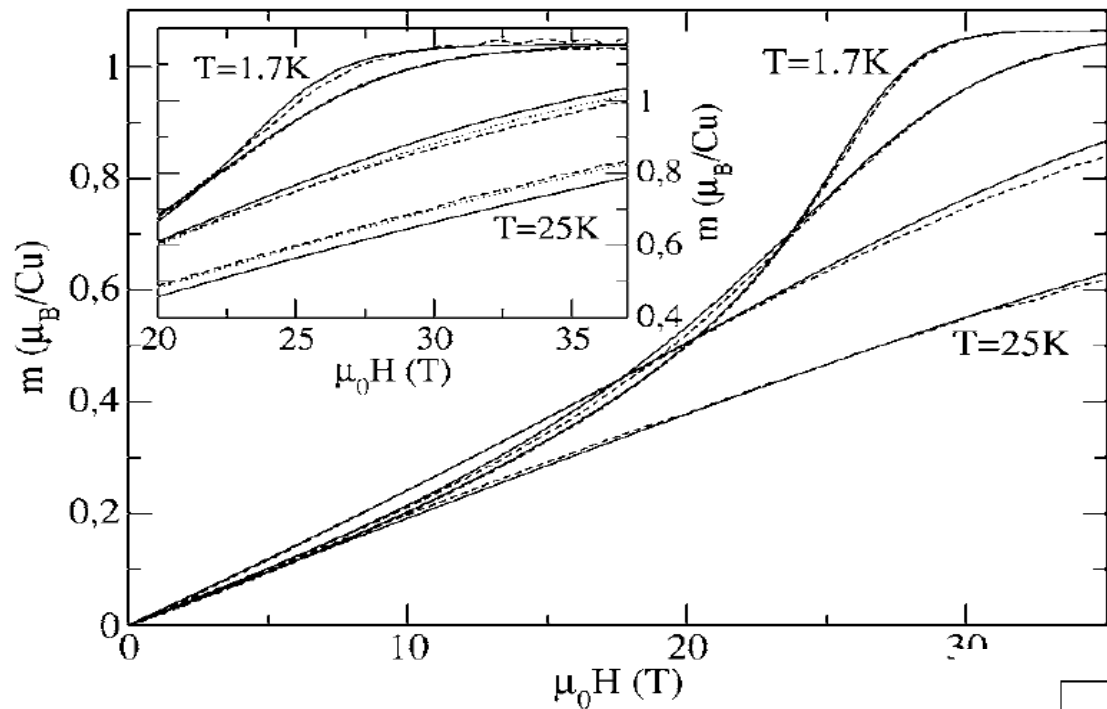
Сильно анизотропная добавка типа закона Кюри

Магнитная восприимчивость пиридина меди. Пунктир - кривая Боннер-Фишера.

Низкотемпературная восприимчивость пиридина меди для двух направлений поля в плоскости (ac) кристалла

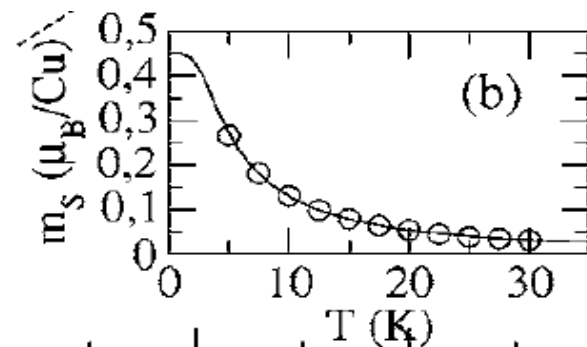


Однородная и знакопеременная намагниченность

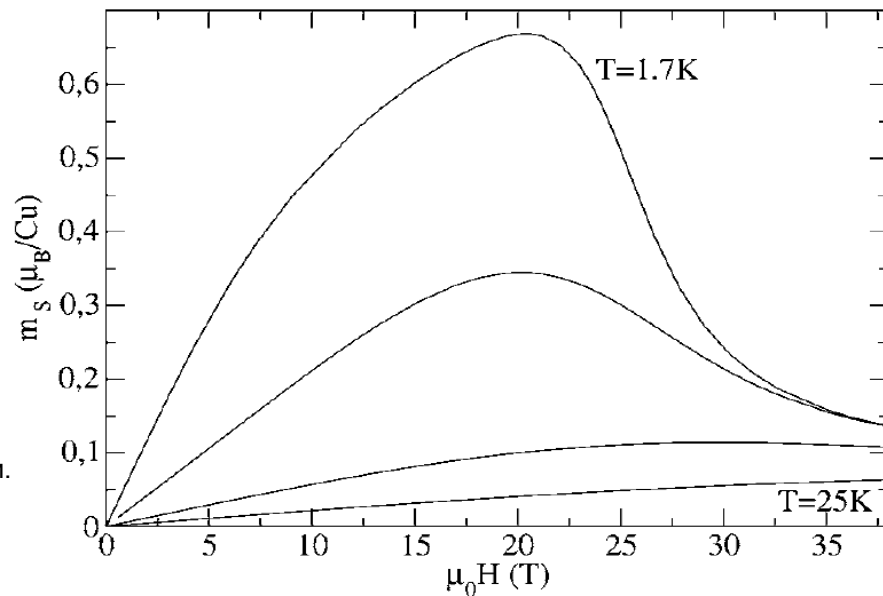


Кривые намагничивания бензоата меди. Сплошные линии - численный счёт с учётом эффекта знакопеременного поля, пунктир - эксперимент.

Зависимость наведённой полем знакопеременной локальной намагниченности от внешнего поля. Теоретический расчёт для бензоата меди.



Экспериментально измеренные для бензоата меди из опытов по ЯМР значения знакопеременной намагниченности в поле 9.3Т.



Одномерная цепочка с однородным взаимодействием Дзялошинского

$$E = J \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1} + \vec{D} \sum_i \left[\vec{S}_i \times \vec{S}_{i+1} \right]$$

классическая модель: спиральное состояние с углом поворота D/J

квантовый случай:

замена переменных $S^\pm = \tilde{S}^\pm e^{\pm i\alpha x}$ $S^z = \tilde{S}^z$

$$\begin{aligned} \hat{H} &= J \sum_i \left(S_i^z S_{i+1}^z + \frac{1}{2} (S_i^+ S_{i+1}^- + S_i^- S_{i+1}^+) \right) + D_z \sum_i (S_i^x S_{i+1}^y - S_i^y S_{i+1}^x) = \\ &= J \sum_i \left(S_i^z S_{i+1}^z + \frac{1}{2} (S_i^+ S_{i+1}^- + S_i^- S_{i+1}^+) \right) + D_z \sum_i \frac{1}{2i} (S_i^- S_{i+1}^+ - S_i^+ S_{i+1}^-) = \\ &= \sum_i \left[J \tilde{S}_i^z \tilde{S}_{i+1}^z + e^{-i\alpha} \left(\frac{J}{2} - \frac{D_z}{2i} \right) \tilde{S}_i^+ \tilde{S}_{i+1}^- + e^{i\alpha} \left(\frac{J}{2} + \frac{D_z}{2i} \right) \tilde{S}_i^- \tilde{S}_{i+1}^+ \right] \end{aligned}$$

$\alpha = (D/J)$ в первом порядке D пропадает!

Однородное взаимодействие Дзялошинского = применение экспериментальных методов, которые обычно измеряют отклик системы к однородному возмущению, даст отклик, соответствующий отклику однородной системы на смещённом волновом векторе D/J

Пример: Cs_2CuCl_4

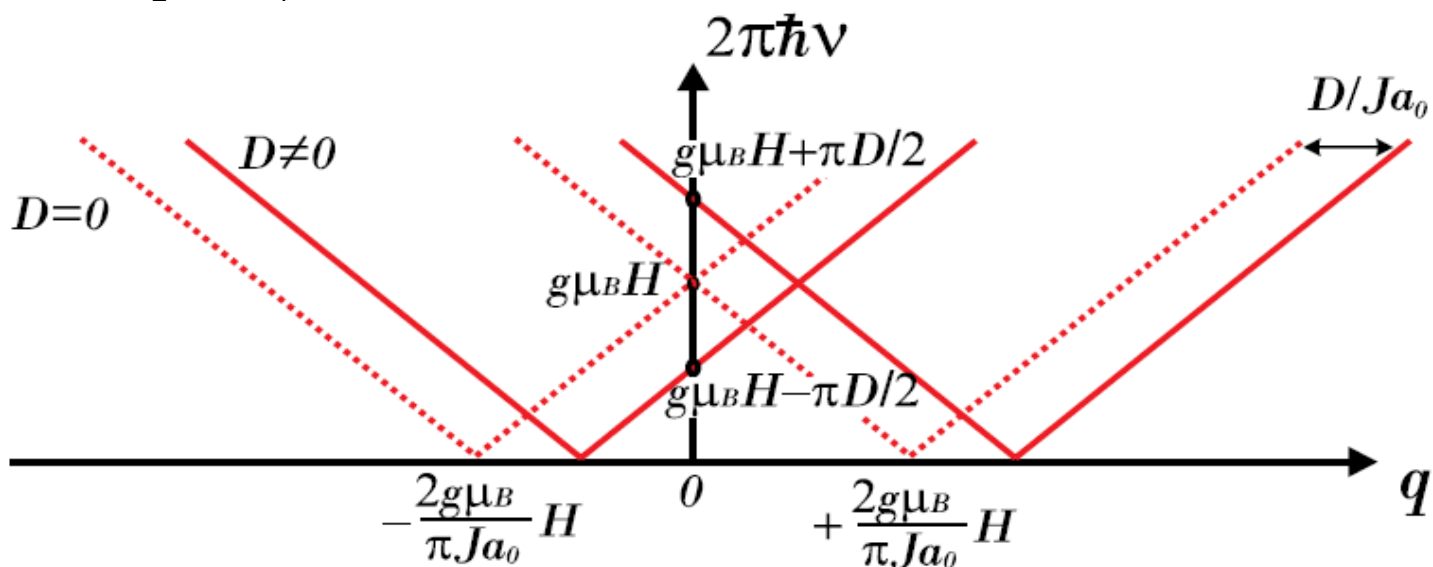
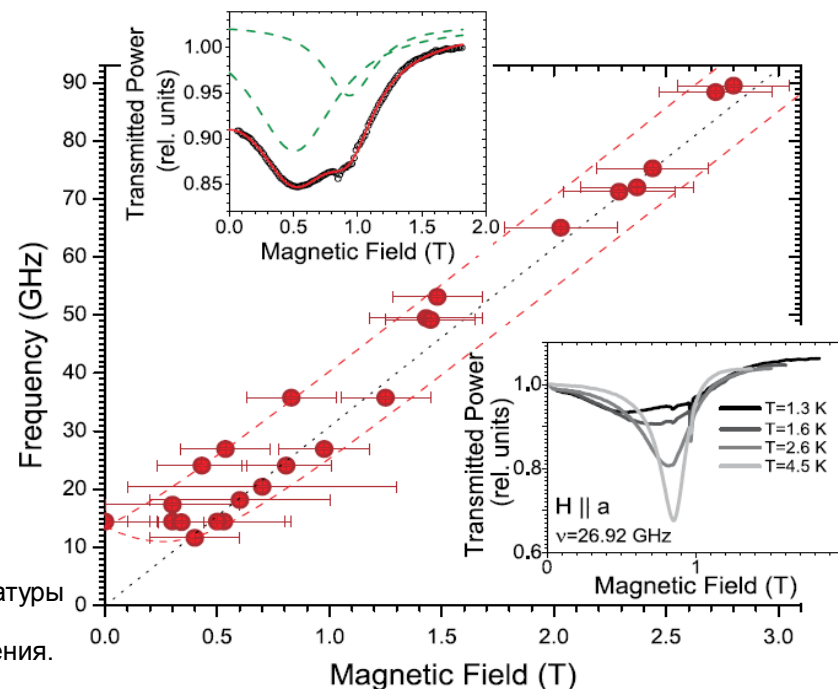
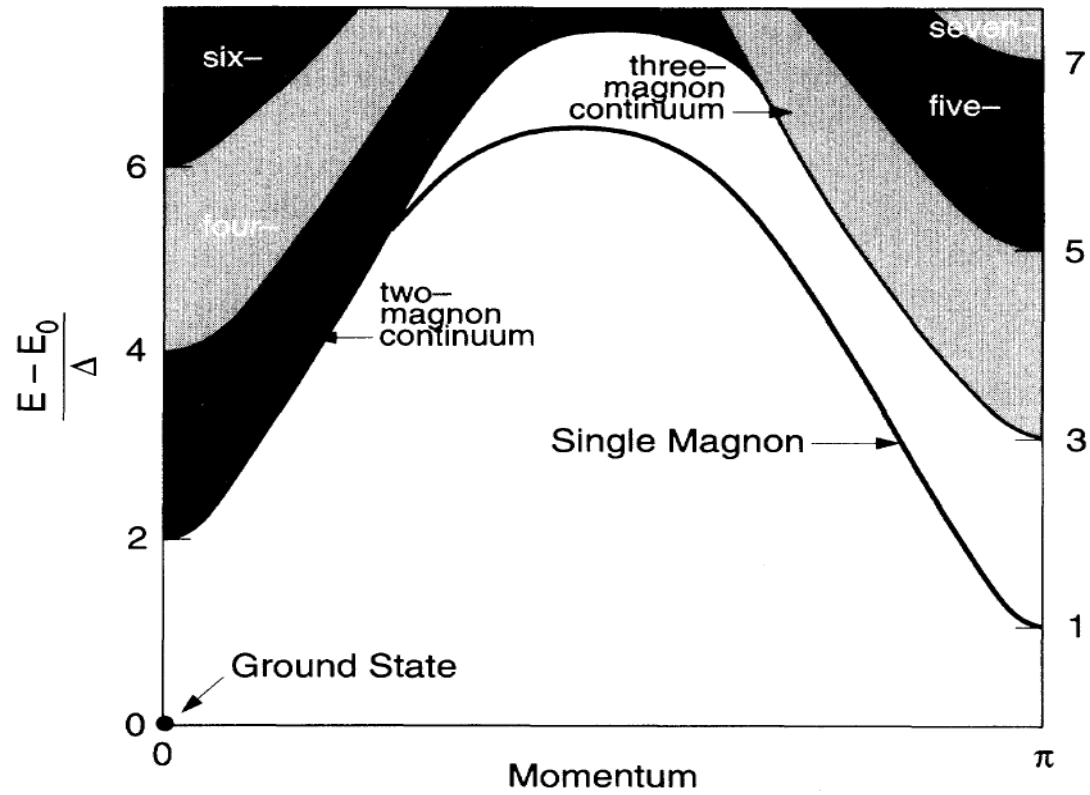


Схема нижней границы континуума в магнитном поле для однородной гейзенберговской цепочки (пунктир) и для цепочки с однородным взаимодействием Дзялошинского (сплошная линия).



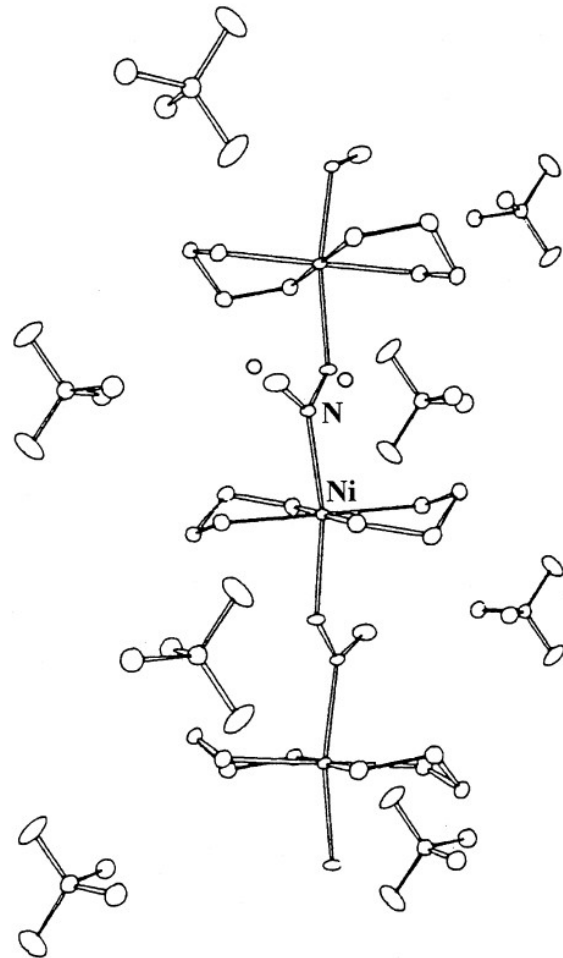
Частотно-полевая зависимость магнитного резонанса выше температуры Нееля в Cs_2CuCl_4 . На вставках представлена форма линии поглощения.

Цепочка спинов S=1

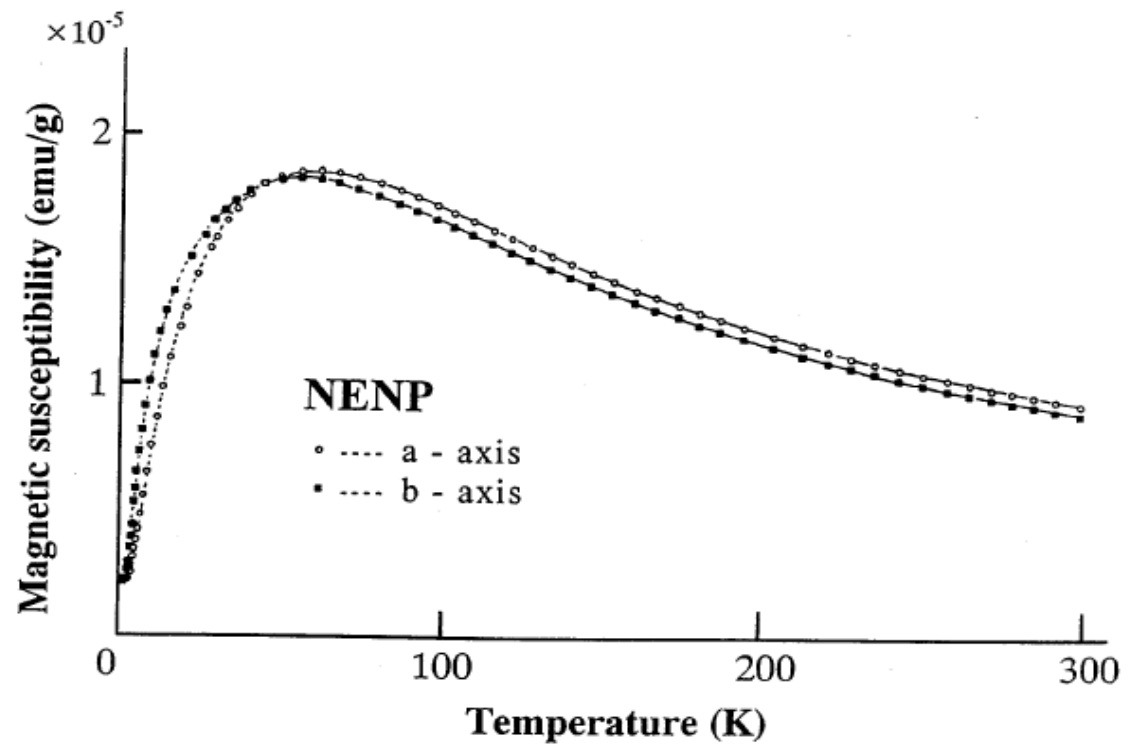


Спектр возбуждений одномерной цепочки спинов S=1.

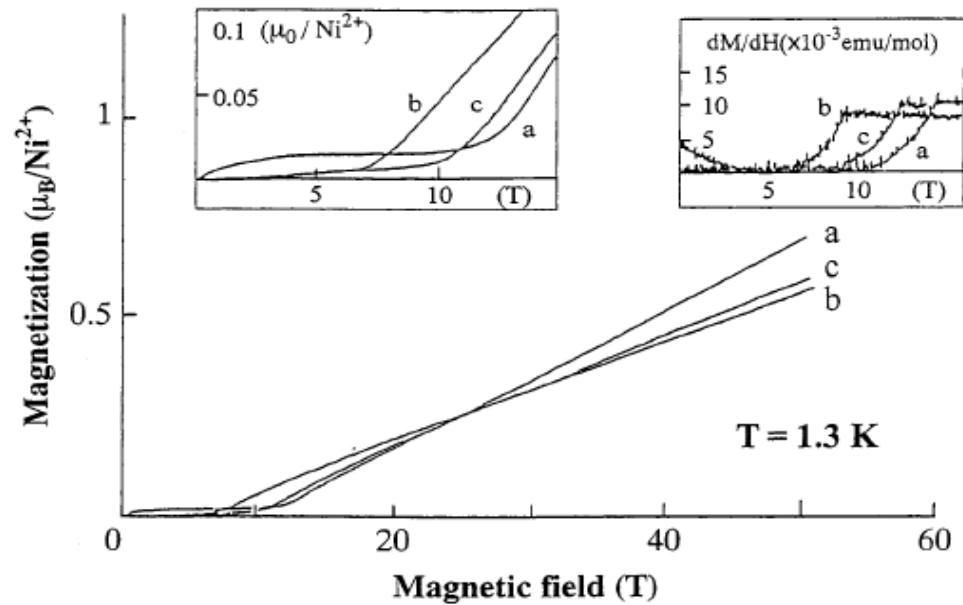
Эксперимент: NENP



Фрагмент структуры NENP.

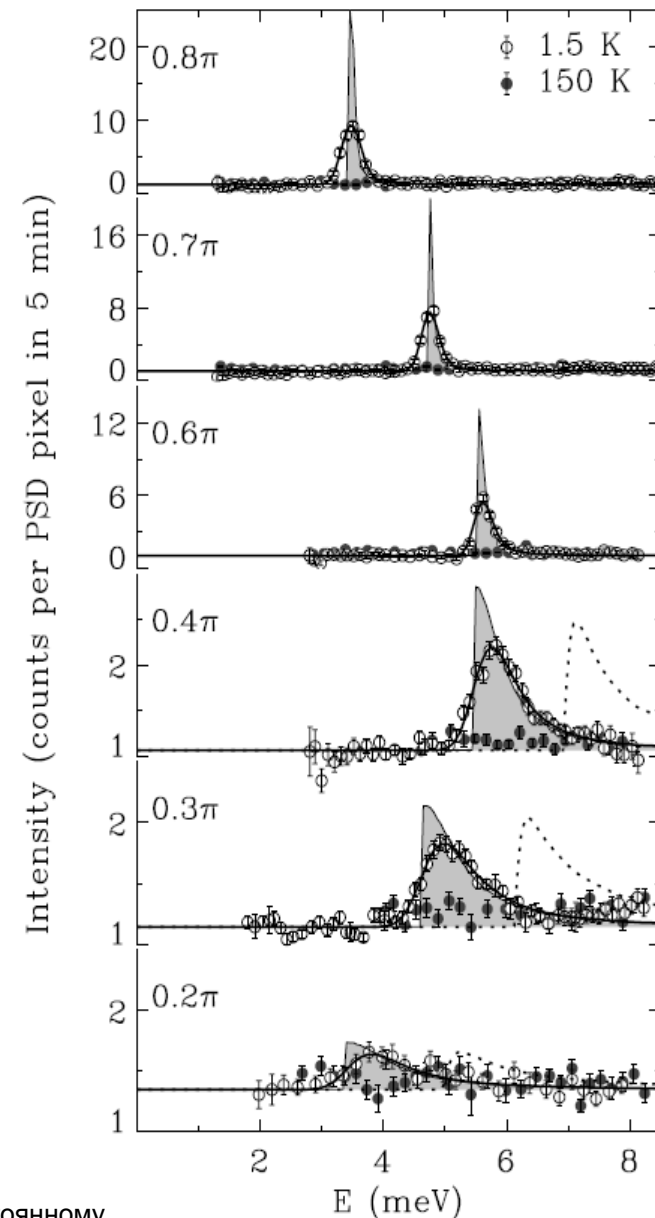
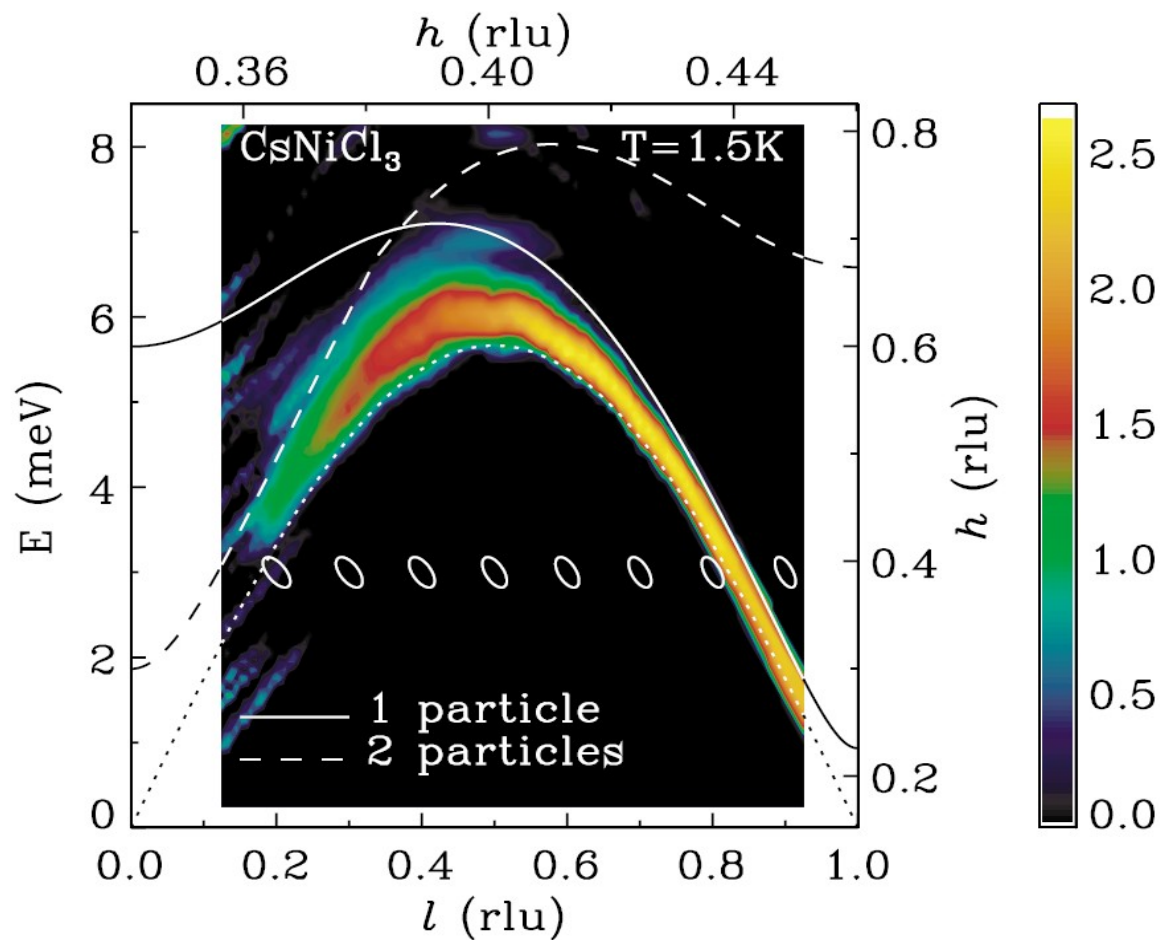


Температурная зависимость восприимчивости в NENP.



Кривые намагниченности в NENP.

Спектр цепочки спинов S=1



(слева) Цветовая схема интенсивности неупругого рассеяния. (справа) Сечения по постоянному переданному импульсу. Серые области соответствуют спектральной плотности возбуждений после учёта аппаратного уширения.