



NATIONAL RESEARCH  
UNIVERSITY

# Майнор "Мир глазами физиков"

Весна 2019

Введение в квантовую физику

Лекция 5:

Волновые свойства частиц

# Гипотеза де Бройля

... всякой частице соответствует некоторая волна (волна де Бройля) с длиной волны

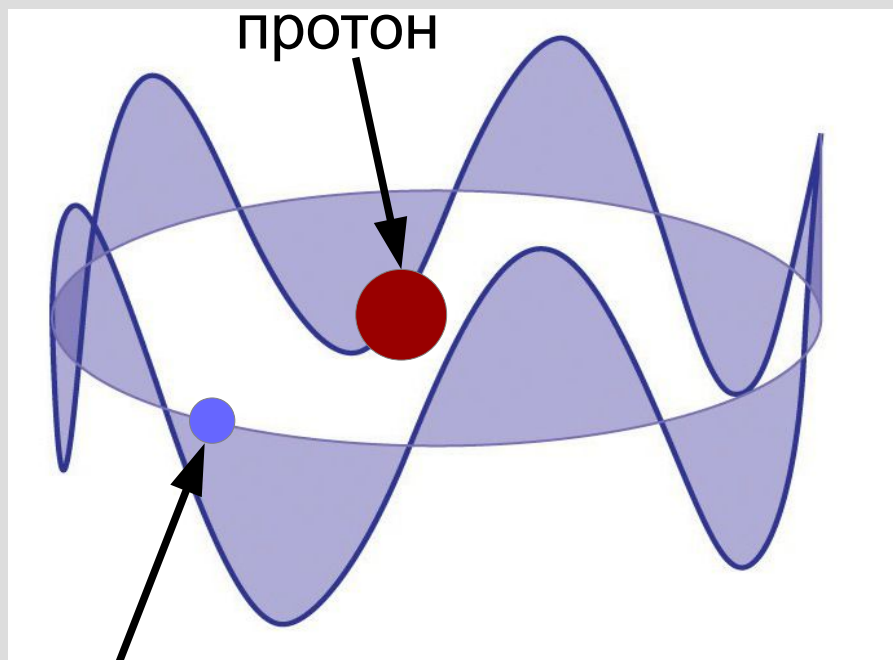


$$\lambda = \frac{h}{p}$$



1929

# Волны де Бройля в атоме



электрон

# Что такое волна?



Айвазовский, "Девятый вал"

Плоская волна

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} = 0$$

$$y = A \times \cos(kx - \omega t + \phi_0)$$

$$\omega^2 - c^2 k^2 = 0$$

$$\omega = ck$$

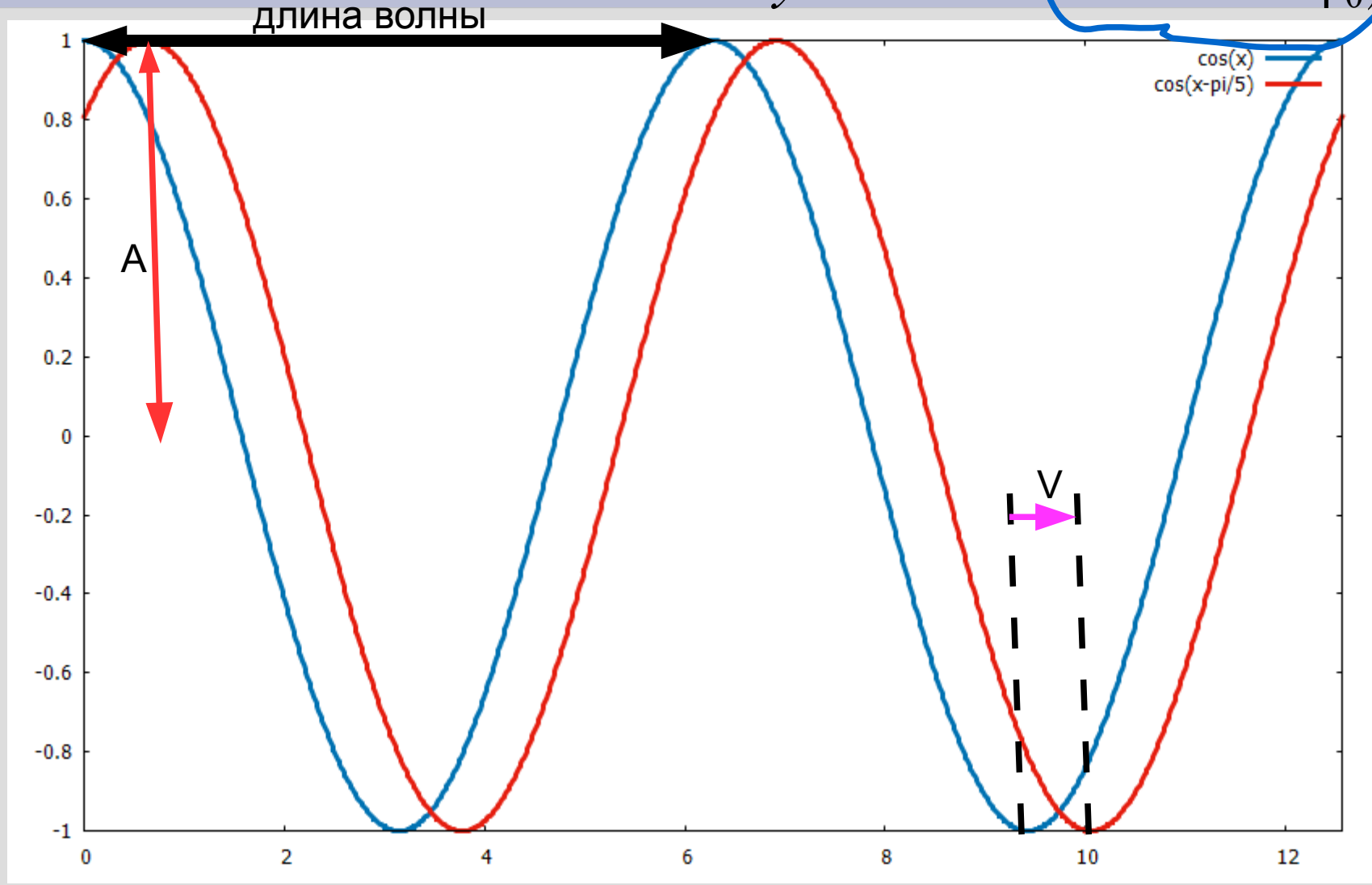
$$2\pi \nu = c \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\nu \times \lambda = c$$

# Волны

фаза волны

$$y = A \times \cos(kx - \omega t + \phi_0)$$



# Сложение волн: интерференция и дифракция



Л.Свистов, Мыльные пузыри в фотографиях, Квант, 4, 2 ( 2015)



Hyperphysics Project, Oil Film Interference, 2017, <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/phyopt/oilfilm.html>

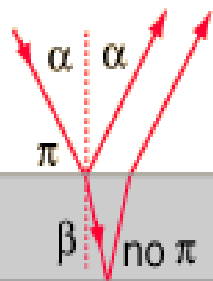
# Интерференция на тонкой плёнке



# Интерференция на тонкой плёнке

$\alpha$  = angle of incidence

$\lambda_r$  = wavelength for maximum reflection



d = film thickness

$$2nd \cos \beta = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda_r$$

Maximum reflection

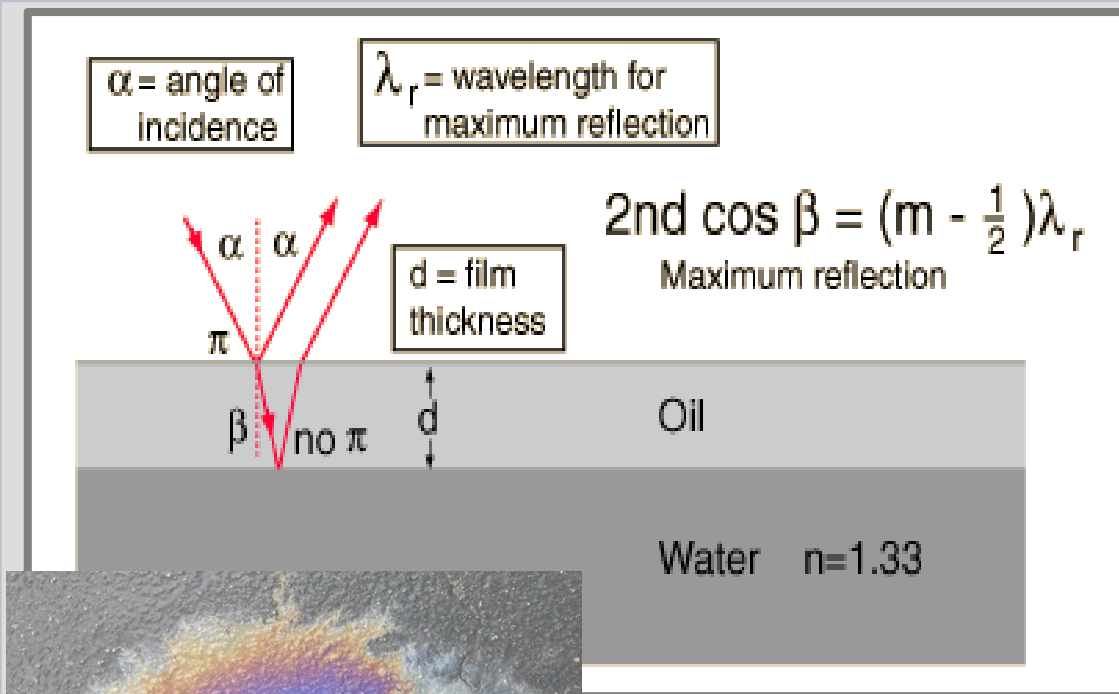
Oil

Water  $n=1.33$





# Интерференция на тонкой плёнке



$$n_{\text{масла}} > n_{\text{воды}}$$

При нормальном падении

$$\delta = \pi - 2\pi \frac{2d}{\lambda/n_{\text{масла}}}$$

$$\text{max} : \delta = 2\pi N$$

$$\lambda_{\text{max}} = \frac{2d n_{\text{масла}}}{N + 1/2}$$

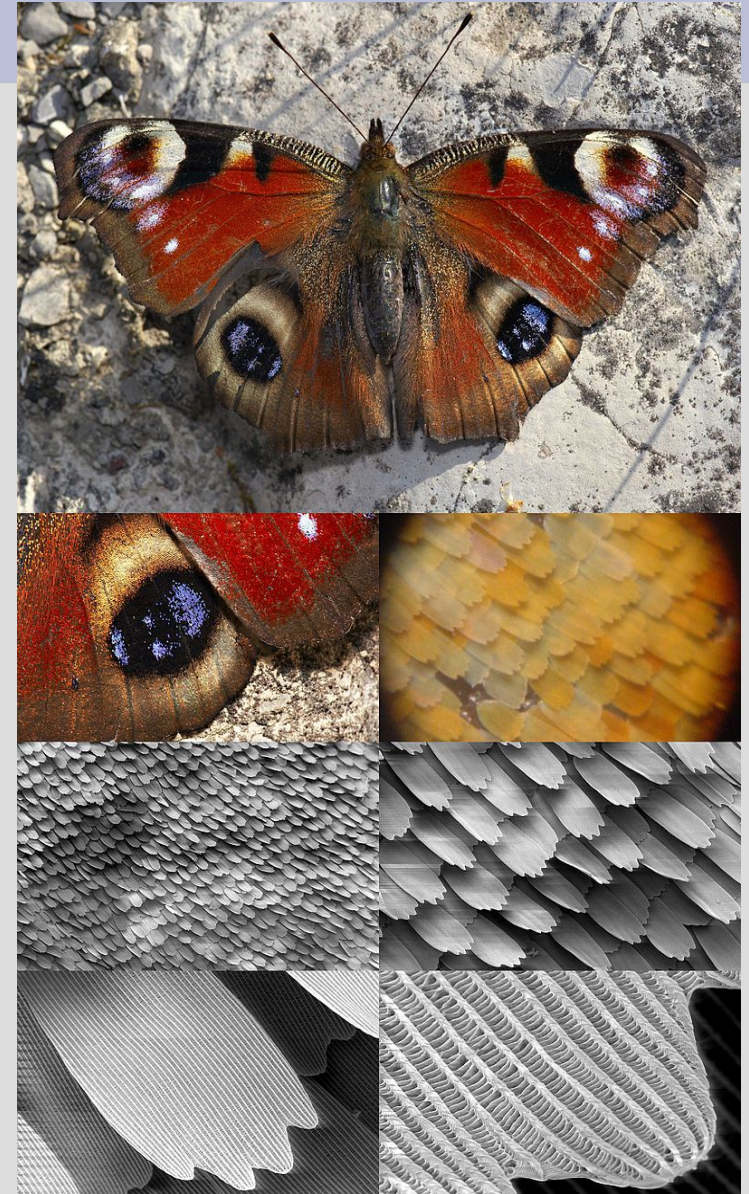


# Интерференция в природе

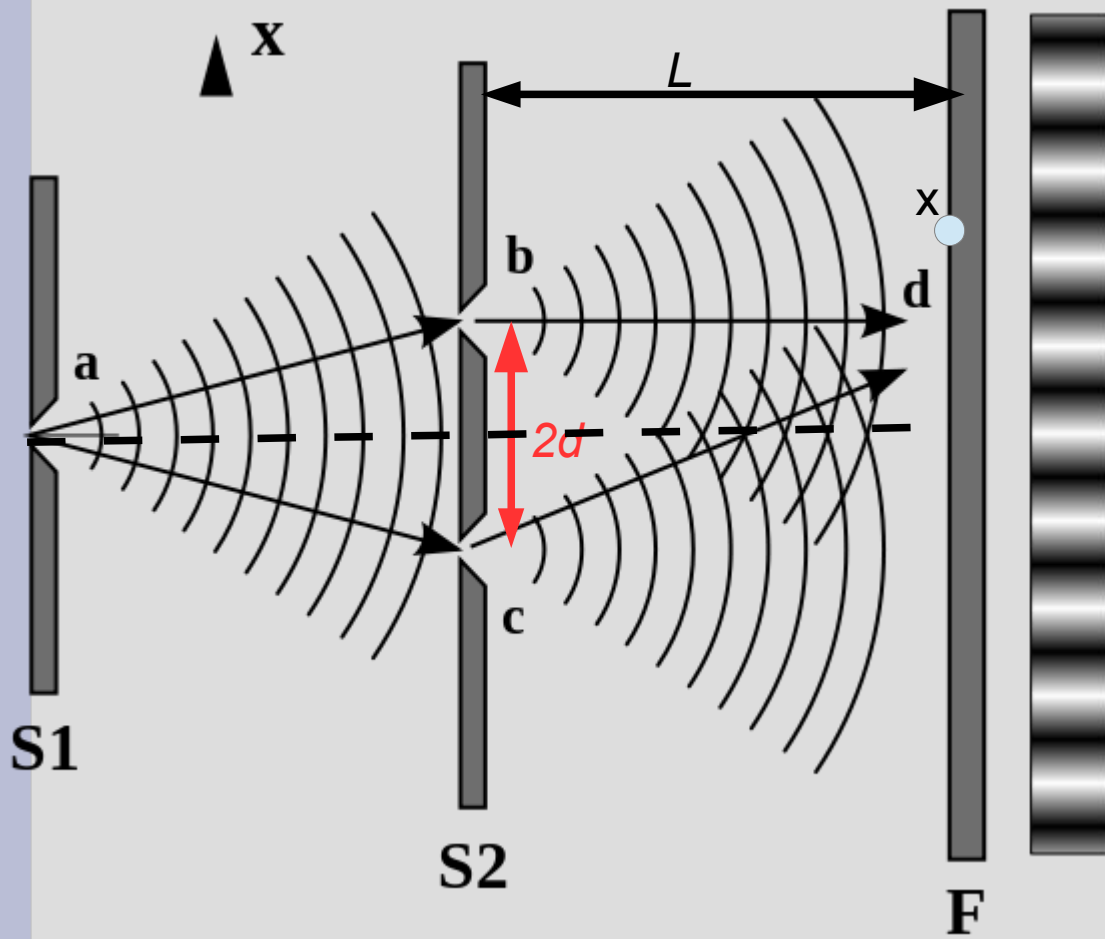


Слева: фрагмент хвостового оперения павлина. Справа: крылья бабочки под большим увеличением имеют структуру регулярно расположенных чешуек, при расстоянии между слоями чешуек равном половине длины волны отражённый свет имеет окраску на этой длине волны.

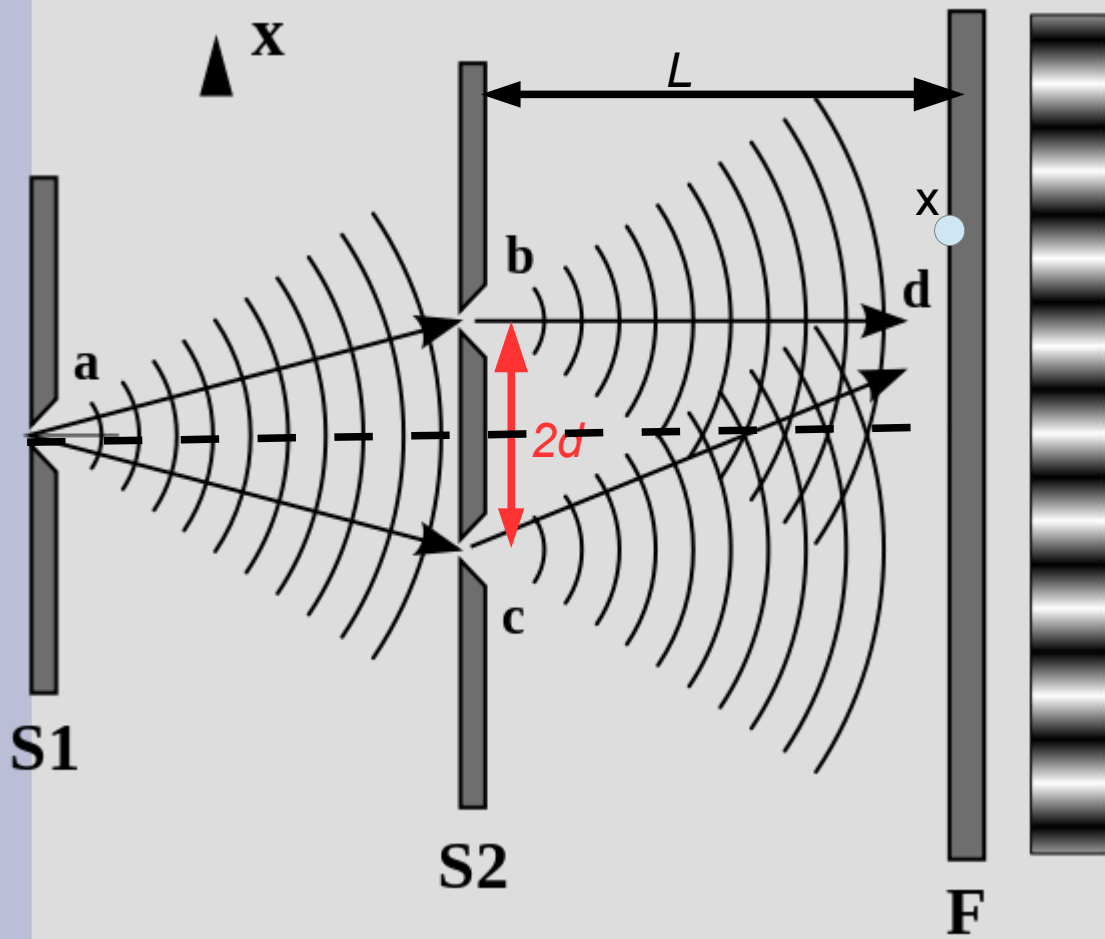
wikipedia.org, Structural coloration, 2017, [https://en.wikipedia.org/wiki/Structural\\_coloration](https://en.wikipedia.org/wiki/Structural_coloration)



# Классический опыт Юнга (1803)

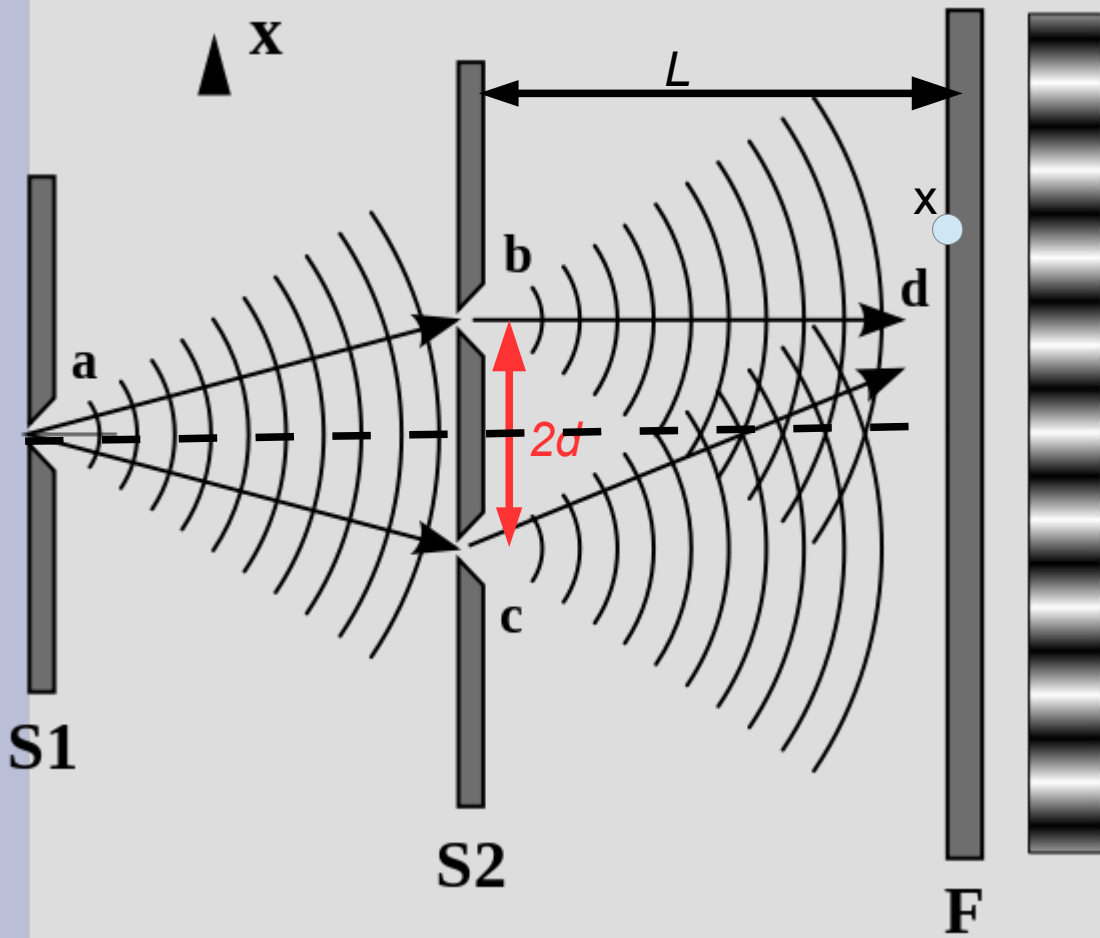


# Классический опыт Юнга (1803)



$$\begin{aligned} \delta &= \sqrt{L^2 + (d+x)^2} - \\ &\quad - \sqrt{L^2 + (d-x)^2} = \\ &= L \left( 1 + \left( \frac{d+x}{L} \right)^2 \right)^{1/2} - \\ &\quad - L \left( 1 + \left( \frac{d-x}{L} \right)^2 \right)^{1/2} \approx \\ &\approx 2 \frac{d \times x}{L} \end{aligned}$$

# Классический опыт Юнга (1803)



Усиление

$$\delta = \sqrt{L^2 + \left(\frac{d-x}{2}\right)^2} - \sqrt{L^2 + \left(\frac{d+x}{2}\right)^2}$$

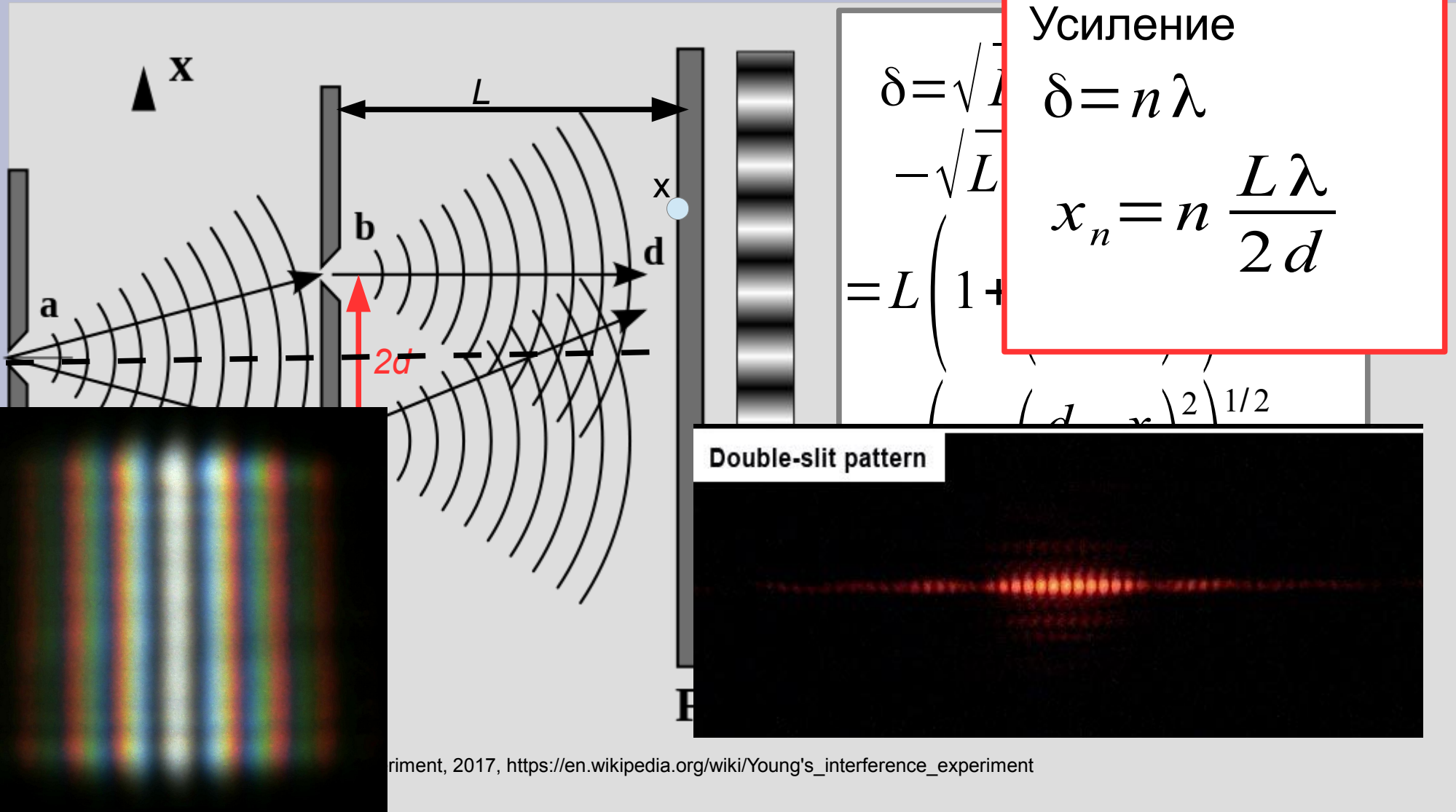
$$\delta = n\lambda$$

$$x_n = n \frac{L\lambda}{2d}$$

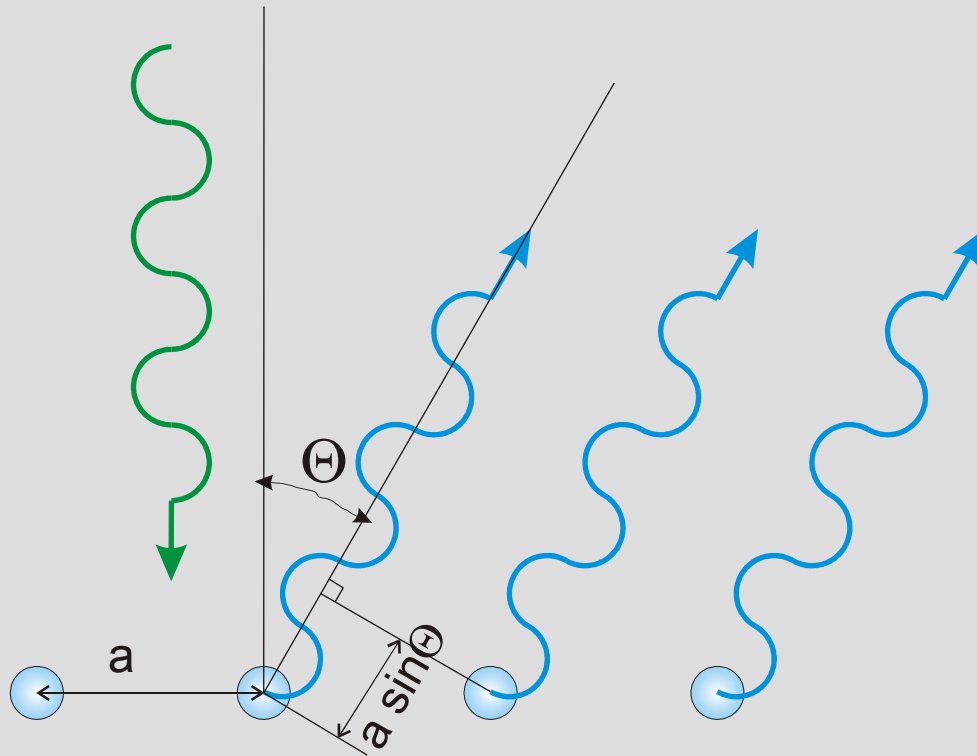
$$= L \left( 1 + \left(\frac{d-x}{L}\right)^2 \right)^{1/2} - L \left( 1 + \left(\frac{d+x}{L}\right)^2 \right)^{1/2} \approx$$

$$\approx 2 \frac{d \times x}{L}$$

# Классический опыт Юнга (1803)



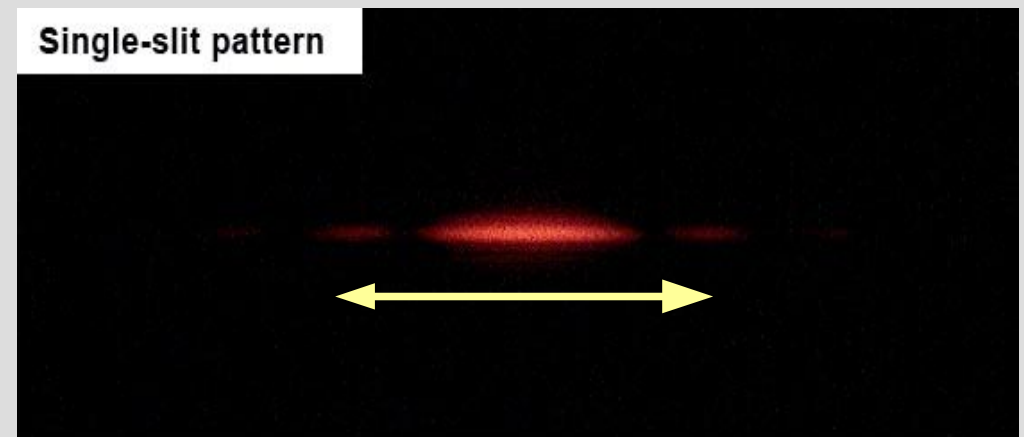
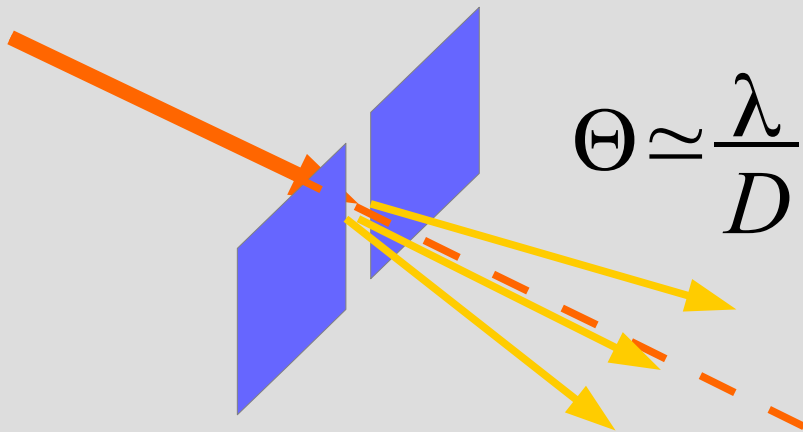
# Дифракция на решётке



$$a \sin \Theta = n \lambda$$

При этом условии все рассеянные волны совпадают по фазе ==> под этим углом будет интенсивное отражение.

# Дифракция на отворсти



wikipedia.org, Double-slit experiment, 2017, [https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit\\_experiment](https://en.wikipedia.org/wiki/Double-slit_experiment)



# Стоячие волны



Интерференция прямой и обратной волн:

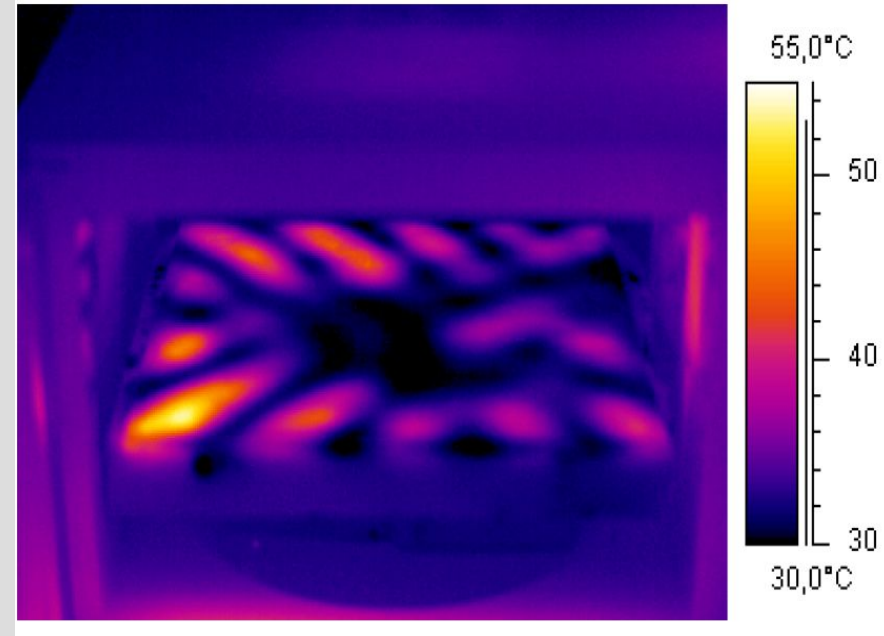
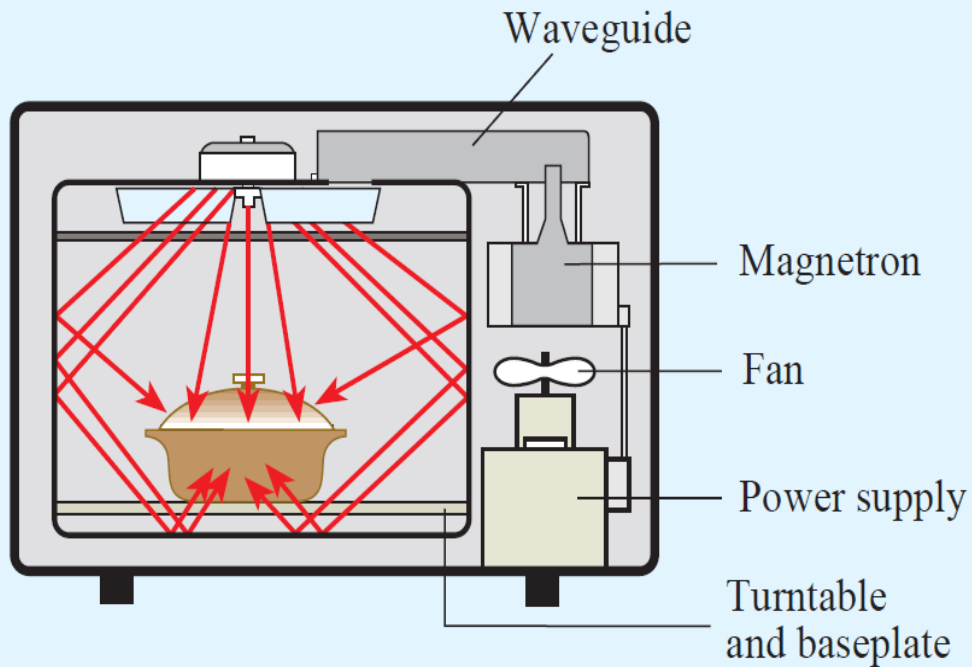
$$\begin{aligned} y &= A \times \cos(kx - \omega t) + \\ &+ A \times \cos(-kx - \omega t) = \\ &= 2A \times \cos(\omega t) \cos(kx) \end{aligned}$$

Условие формирования стоячей волны:

$$L = n\lambda/2$$

<https://www.youtube.com/watch?v=no7ZPPqtZEg>

# Стоячие волны и завтрак



Слева: схема микроволновки. Справа: полученная инфракрасной камерой изображение нагрева плёнки воды на стеклянной пластине на высоте 8 см от дна камеры микроволновки.

Michael Vollmer, Physics of the microwave oven, Physics Education, 39, 74 ( 2004)

# Проверка волновых свойств частиц в эксперименте

# Опыты Дэвиссона-Гермера

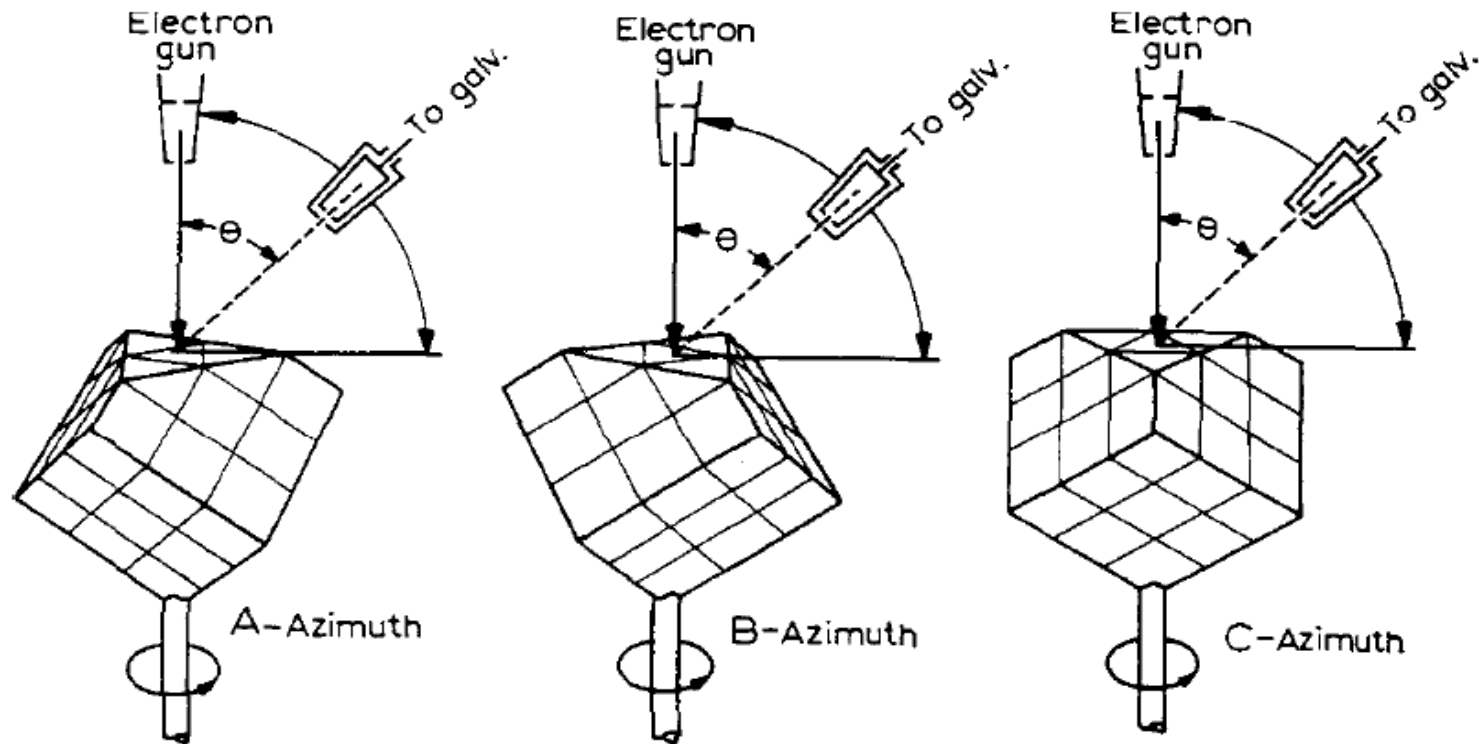


Fig. 1. Schematic diagram showing disposition of primary beam, nickel crystal, and collector. Crystal shown revolved to bring one principal azimuth after another into plane of observation.



ДЭВИССОН, 1/2, 1937

C. Davisson, Nobel prize lecture, , [http://nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/1937/index.html](http://nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1937/index.html)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{12.25 \text{ \AA}}{\sqrt{U [B]}}$$

# Результаты Дэвиссона

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{12.25 \text{ \AA}}{\sqrt{U[B]}}$$

$$a \sin \Theta = n \lambda$$

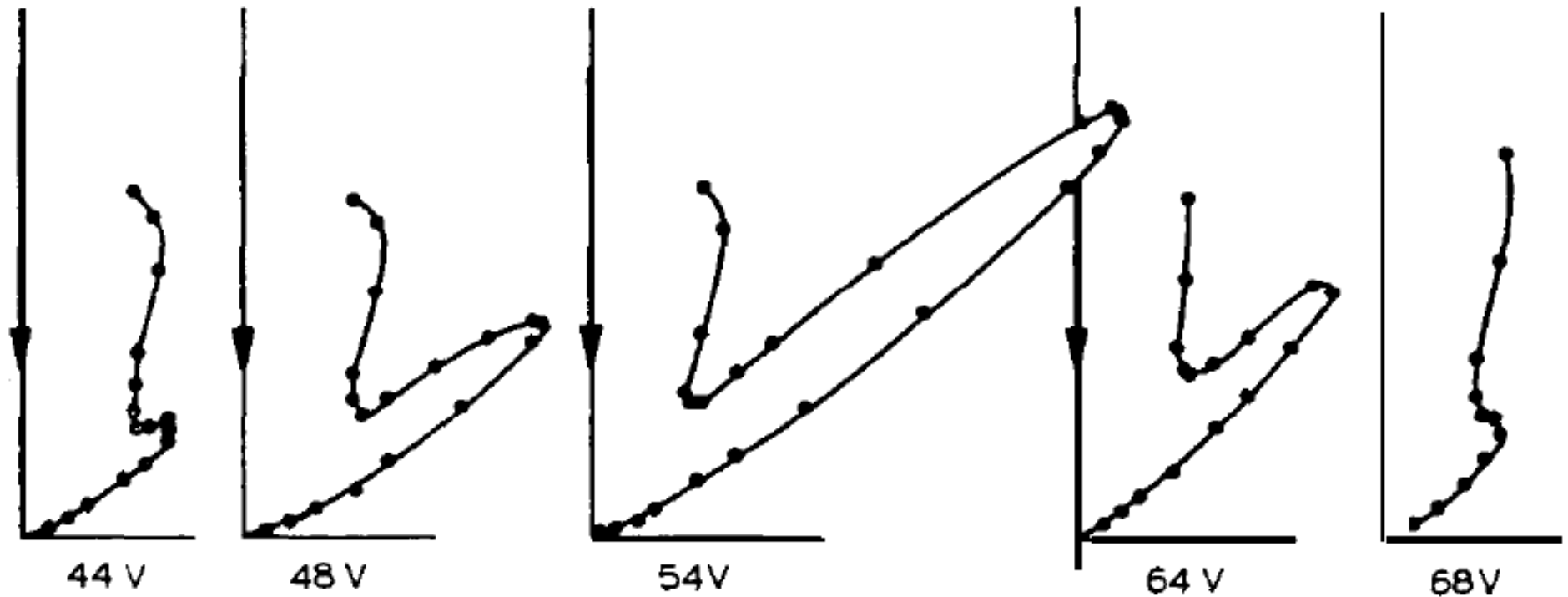


Fig. 2. Polar diagram showing intensity of elastic scattering in  $\Lambda$ -azimuth (Fig. 1) as function of latitude angle, for series of primary-beam voltages.

Р

ИСС

При U=54В  
отражение  
электронов  
усиливается.....

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mU}}$$

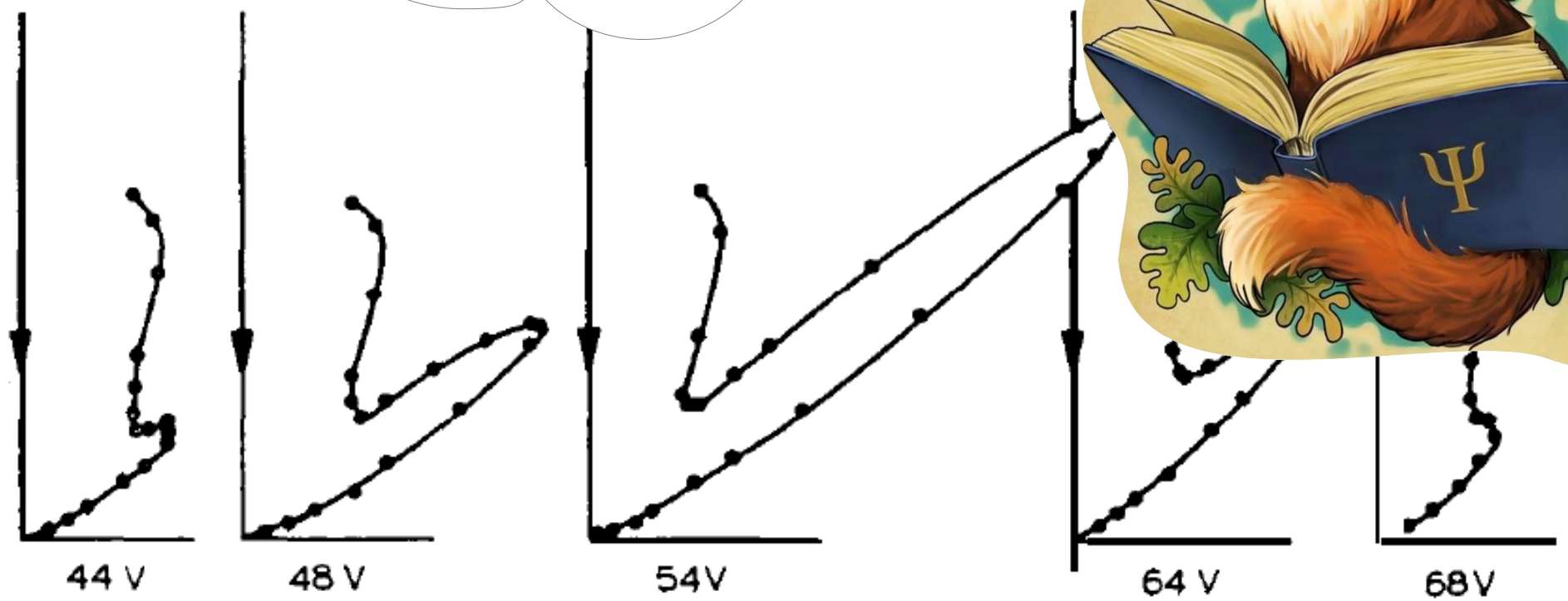


Fig. 2. Polar diagram showing intensity of elastic scattering in A-azimuth (Fig. 1) as function of latitude angle, for series of primary-beam voltages.

# Проверка гипотезы де Бройля

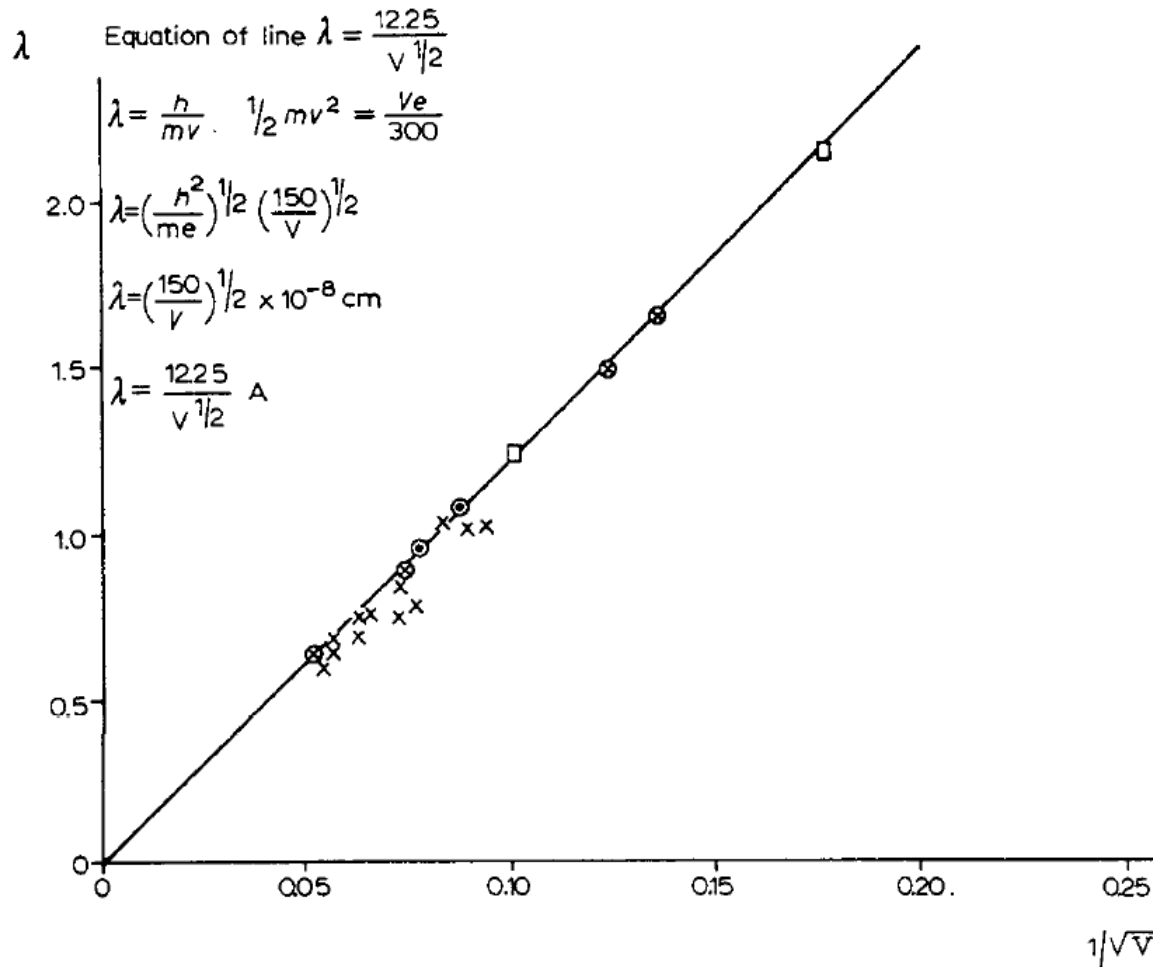


Fig. 4. Test of the de Broglie formula  $\lambda = k/p = h/mv$ . Wavelength computed from diffraction data plotted against  $1/\sqrt{V}$ , ( $V$ , primary-beam voltage). For precise verification of the formula all points should fall on the line  $\lambda = 12.25/\sqrt{V}$  plotted in the diagram. (x From observations with diffraction apparatus; o same, particularly reliable; □ same, grazing beams. o From observations with reflection apparatus.)

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{12.25 \text{ \AA}}{\sqrt{U [B]}}$$

# Опыты Томсона

$U \sim 10 \text{ кэВ}$

$$\lambda = \frac{12.25 \text{ \AA}}{\sqrt{E [\text{эВ}]} } \sim 0.1 \text{ \AA}$$



ТОМСОН, 1/2, 1937



$\vec{k}$

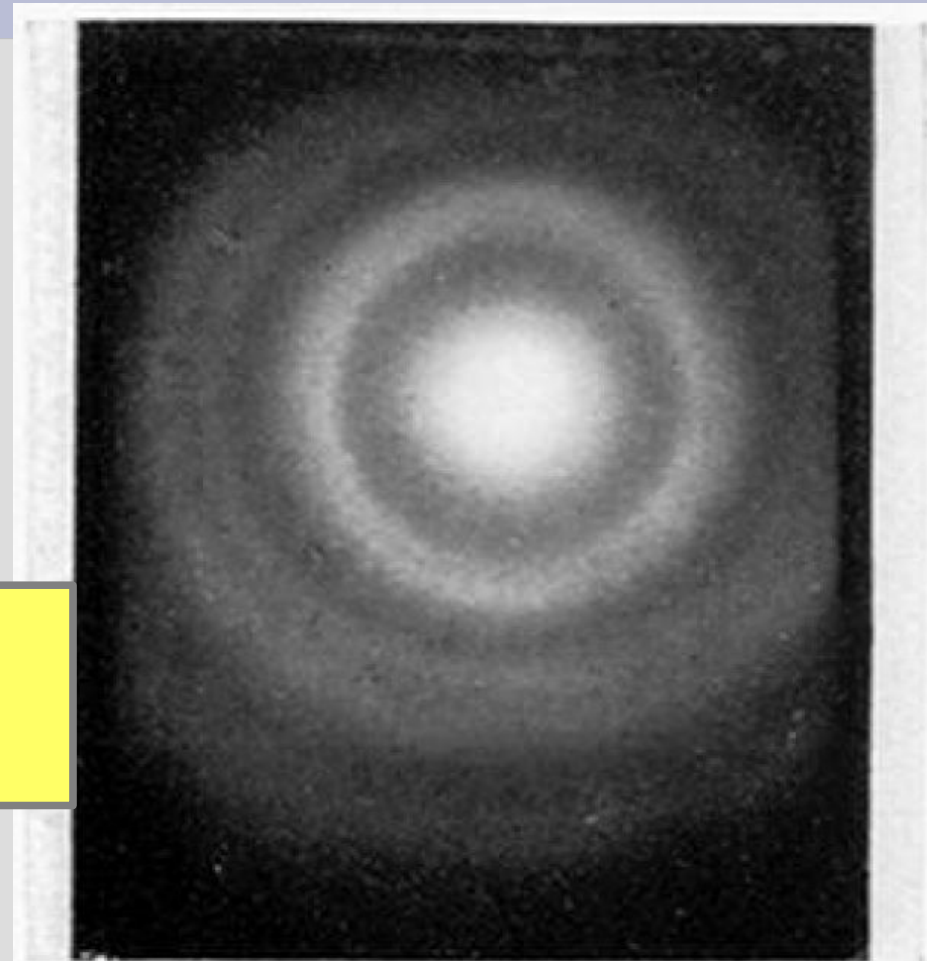
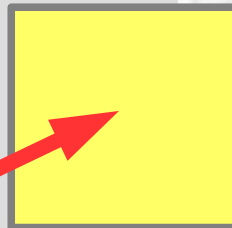
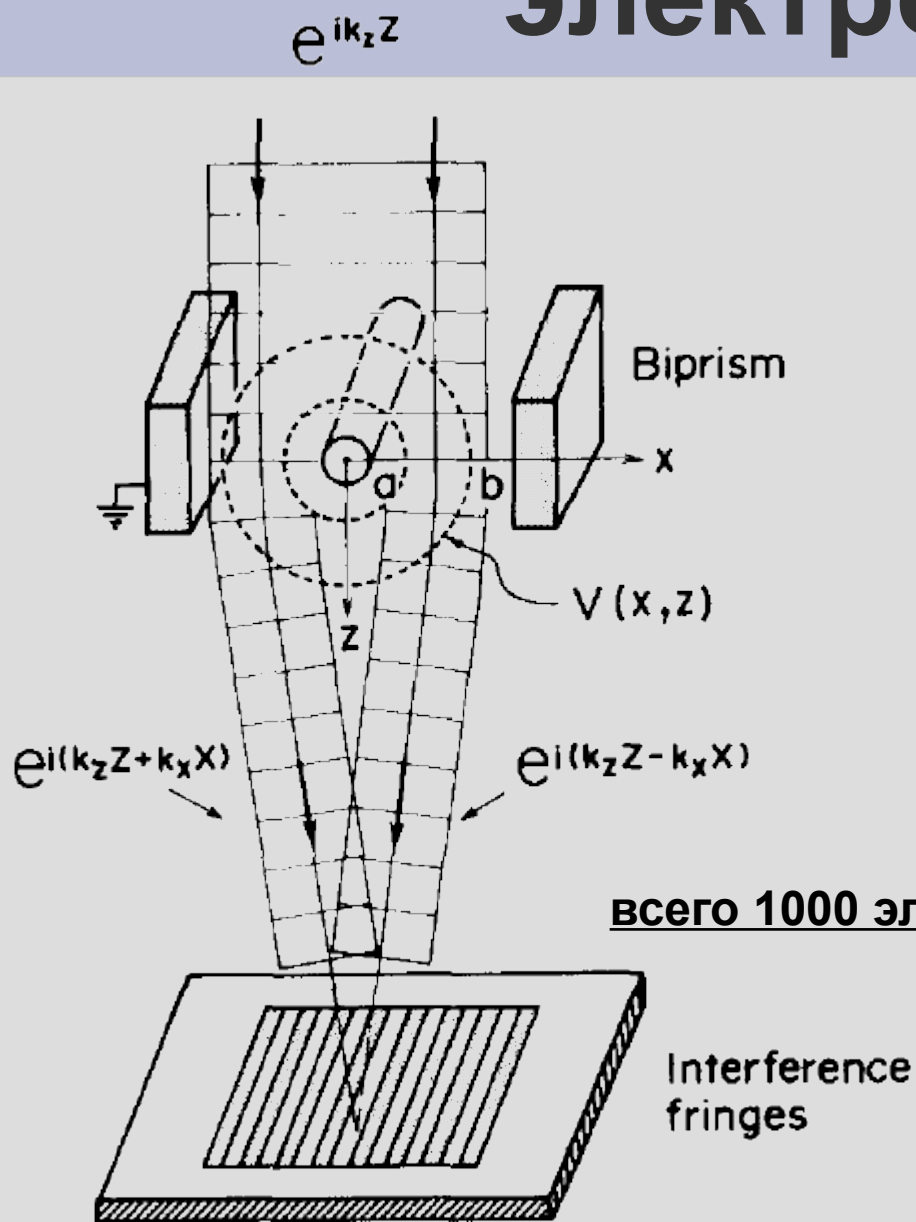


FIG. 4.—Gold.

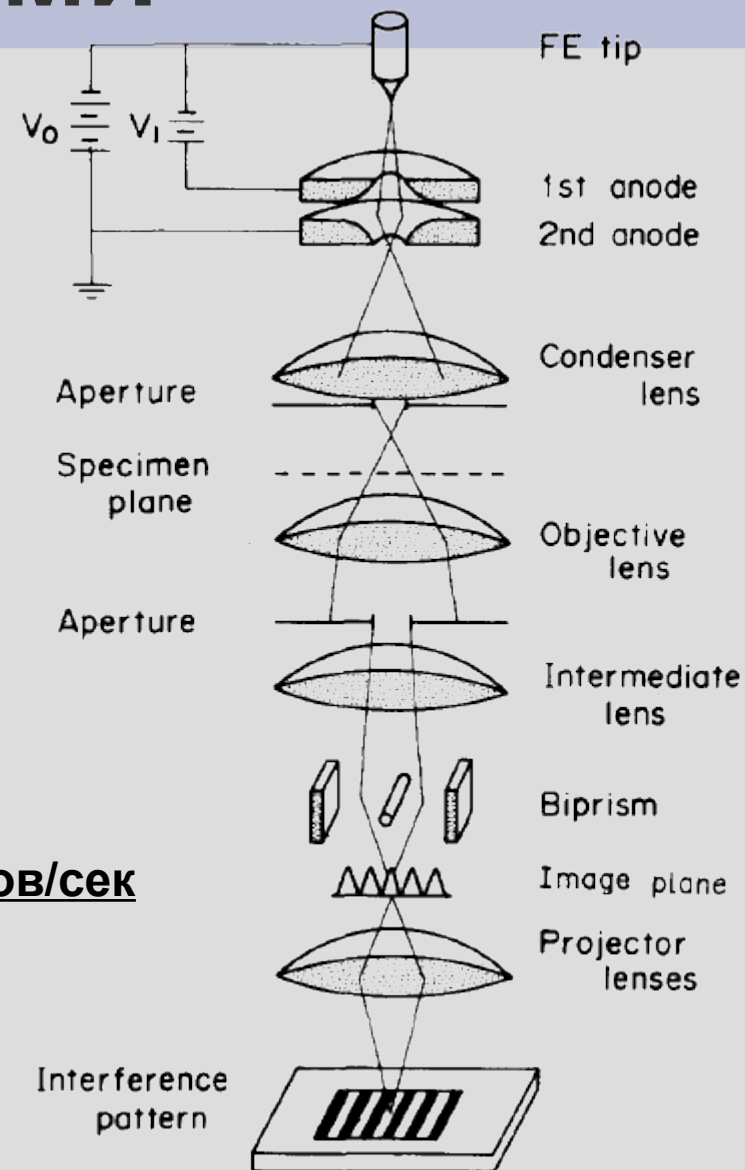
G. P. Thomson, Experiments on the Diffraction of Cathode Rays,  
Proc. R. Soc. Lond. A, 117, 600 (1928)



# Опыт типа опыта Юнга с электронами



**всего 1000 электронов/сек**



# Результаты опыта типа опыта Юнга



[https://www.youtube.com/watch?v=PanqoHa\\_B6c](https://www.youtube.com/watch?v=PanqoHa_B6c)

# С кем интерферирует электрон?



Суммарная картина распределения электронов на детекторе после накопления статистики по 70000 электронов.

A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda, and T. Kawasaki, Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern, American Journal of Physics, 57, 117 (1989)

Электроны пролетают "по одиночке"

Но статистически формируется картина интерференции

Вывод 1: электрон (его волна де Бройля) интерферирует "сам с собой"

Вывод 2: мы в принципе не можем сказать с какой стороны от проволочки электронной бипризмы пролетела частица

# Дифракция нейтронов – инструмент физики

$$\lambda_n = \frac{\hbar}{p_n} = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_n E}} \approx \frac{9 \text{ \AA}}{\sqrt{E [\text{мэВ}]}}$$

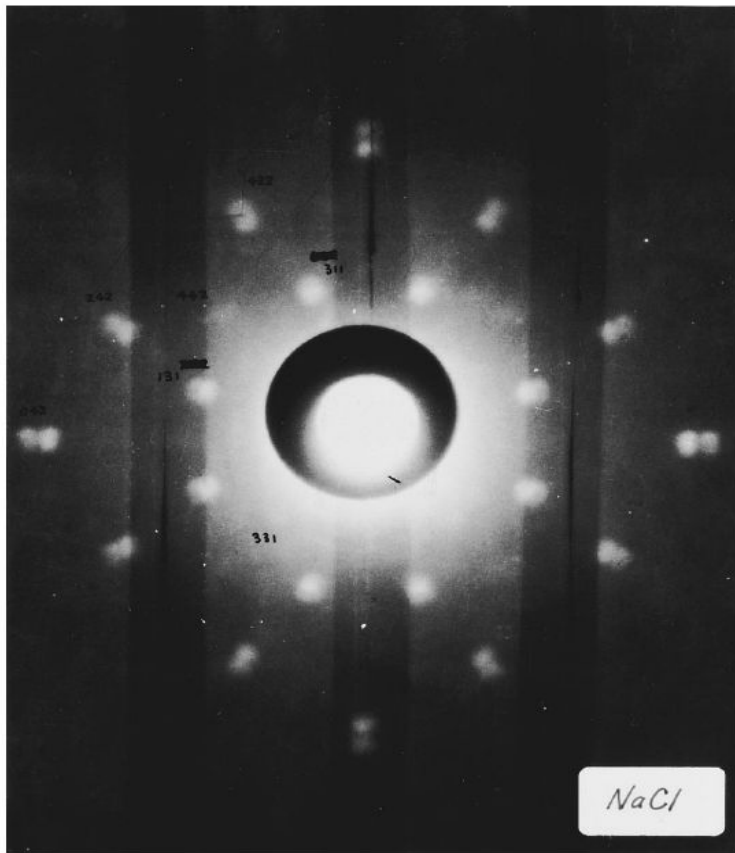


FIG. 9. Neutron Laue pattern taken with NaCl crystal.

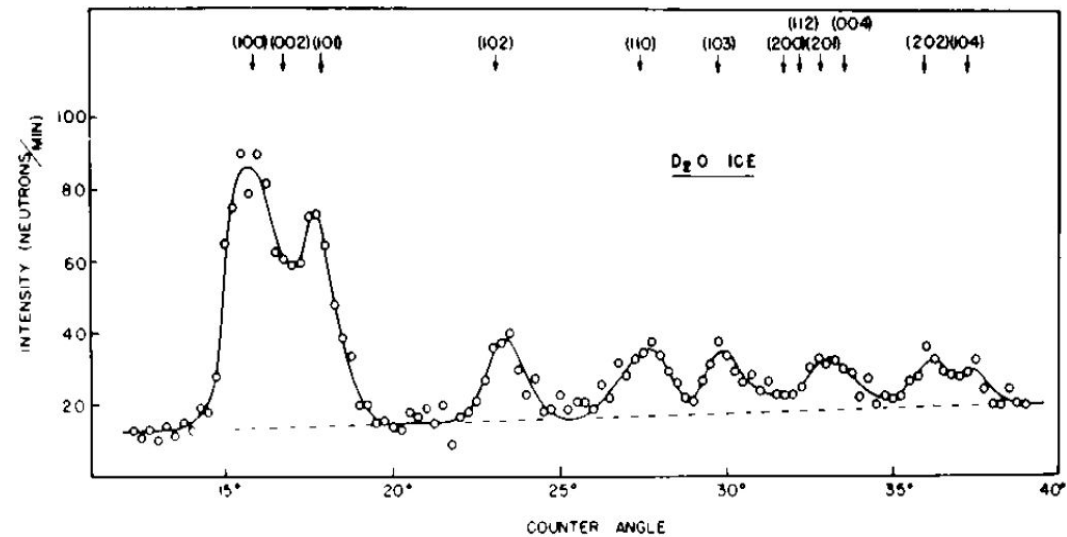


FIG. 6. Pattern taken for a sample of powdered D<sub>2</sub>O ice.

Clifford G. Schull, Early development of neutron scattering, Rev. Mod. Phys., 67, 753 ( 1995)

Шул, 1/2, 1994



# Задачи домашнего задания

## Задача 1.



В ходе первой пилотируемой экспедиции “Аполлон 11” на Луну, среди прочего, был доставлен первый углоковый отражатель размером 0,5 м x 0,5 м. Этот отражатель по сей день используется для лазерной локации Луны. Оценить какая доля от первоначальной мощности лазерного излучения с длиной волны 532 нм и диаметром пучка 5 см после отражения на Луне будет зафиксирована телескопом с диаметром зеркала 1 метр.

## Задача 2.

Для изготовления современных полупроводниковых микропроцессоров требуются специальные маски, точность изготовления которых напрямую влияет на минимальный размер единичного элемента процессора. Для процессоров текущего поколения этот размер составляет 10 нм. Такие маски изготавливаются методом электронной литографии. До какой энергии необходимо разгонять электроны, чтобы обеспечить точность изготовления маски, заведомо(на порядок) превышающую размер единичного элемента процессора.