

Домашнее задание к лекции №12

Задача 1

Электрону энергетически невыгодно находиться рядом с атомами гелия, поэтому оказавшись в толще жидкого гелия, электрон образует вокруг себя пустой пузырек (“баблон”). Оценить радиус такого пузырька исходя из соотношения неопределенности. Коэффициент поверхностного натяжения в жидком гелии равен $\sigma = 0,36 \text{ мН/м}$, энергия связанная с поверхностью равна $E = \sigma S$.

Задача 2

Найдите отношение количеств теплоты, необходимых для изменения температуры кристалла алмаза на 1К, при начальной температуре в 1К и 100К. Температура Дебая для алмаза равна 2200К.

Подсказка к задаче 2

1. Температура Дебая — примерно равна максимально возможной энергии кванта колебаний решетки кристалла.
2. В кристалле (в том числе и в алмазе) могут распространяться звуковые волны, для которых связь частоты и длины волны $v \times \lambda = s$, где s — скорость звука. Этот закон похож на связь частоты и длины волны для световых (электромагнитных) волн. Также как и для электромагнитных волн, энергия, запасенная в звуковой волне, содержит целое число квантов $E = N \hbar \omega$. Такой квант называют *фононом*.
3. Можно посчитать, какая энергия запасена в колебаниях кристалла в состоянии теплового равновесия. Эта задача *формально очень похожа* на вычисление энергии, запасенной в колебаниях электромагнитного поля, которую мы решали при рассмотрении абсолютно черного тела. Существенное требование (так как энергия квантов электромагнитного поля не ограничена, частота может быть любой) — необходимо, чтобы энергии возникших в тепловом равновесии фононов были много меньше максимальной. Так как эти энергии порядка $k_B T$, это означает что есть температура много меньше характерной температуры Дебая (см. п.1 выше).
4. Таким образом, по аналогии с задачей об абсолютно черном теле (об энергии электромагнитного поля в полости), энергия запасенная в тепловых колебаниях кристалла при низких температурах равна $E_T = A V T^4$, где V — объем тела, A — некоторая константа (зависящая от материала), а теплоёмкость при маленьком изменении температуры $C = \frac{dE}{dT} = 4 A V T^3$. Закон $C \propto T^3$ известен как *закон теплоёмкости Дебая*.