Квантовая макрофизика.

Лекция 3. Свойства электронного ферми-газа.

Часть 1: Идеальный ферми-газ при T=0

Напоминание 1: Ферми- и бозе-частицы.

Классическая статистика Больцмана	$n \propto e^{-E/T}$ $n = e^{-(E-\mu)/T}$

Напоминание 1: Ферми- и бозе-частицы.

Классическая статистика Больцмана

$$n \propto e^{-E/T}$$

$$n = e^{-(E-\mu)/T}$$

Квантовая статистика: ферми- и бозе- частицы

Напоминание 1: Ферми- и бозе-частицы.

Классическая статистика Больцмана

$$n \propto e^{-E/T}$$

$$n = e^{-(E-\mu)/T}$$

Квантовая статистика: ферми- и бозе- частицы

бозе-частицы (бозоны)

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

целый спин;
произвольное число частиц в одном состоянии.

Напоминание 1: Ферми- и бозе-частицы.

Классическая статистика Больцмана

$$n \propto e^{-E/T}$$

$$n = e^{-(E-\mu)/T}$$

Квантовая статистика: ферми- и бозе- частицы

бозе-частицы (бозоны)

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} - 1}$$

целый спин;
произвольное число частиц в одном состоянии.

ферми-частицы (фермионы)

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1}$$

полуцелый спин;
не более одной частицы в одном состоянии.

Напоминание 2: Химический потенциал

В термодинамике химпотенциал - функция состояния, «цена» добавления очередной частицы к системе

$$dU = \ldots. + \mu\, dN$$

$$dF = \ldots. + \mu\, dN$$

$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{S,V} = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V} = \ldots$$

Напоминание 2: Химический потенциал

В термодинамике химпотенциал - функция состояния, «цена» добавления очередной частицы к системе

$$dU = \ldots + \mu\, dN$$
$$dF = \ldots + \mu\, dN$$
$$\mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N}\right)_{S,V} = \left(\frac{\partial F}{\partial N}\right)_{T,V} = \ldots$$

Следствие: в системе с «подстраивающимся» числом частиц (например — фононы) в равновесии энергия минимальна и *химпотенциал равен нулю*.

Свободный электрон

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\,\Psi$$

$$\Psi = e^{i\vec{k}\,\vec{r}}$$

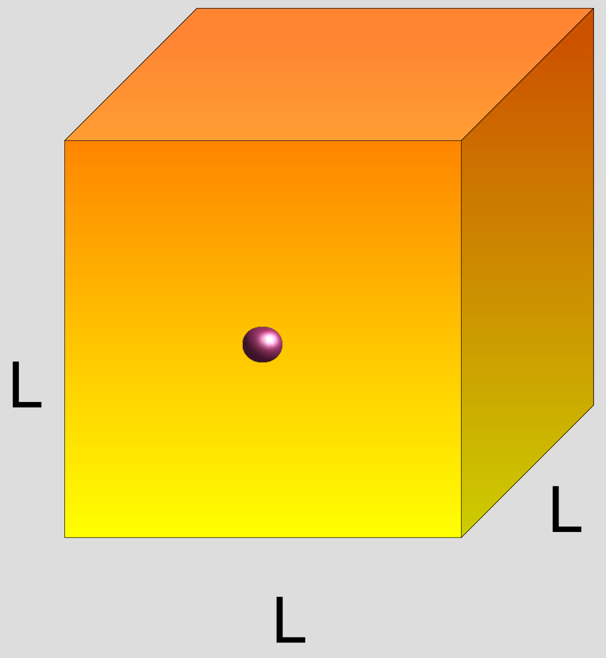
$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Граничные условия для свободного электрона

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\Psi$$

$$\Psi = e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Граничные условия для свободного электрона

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\Psi$$

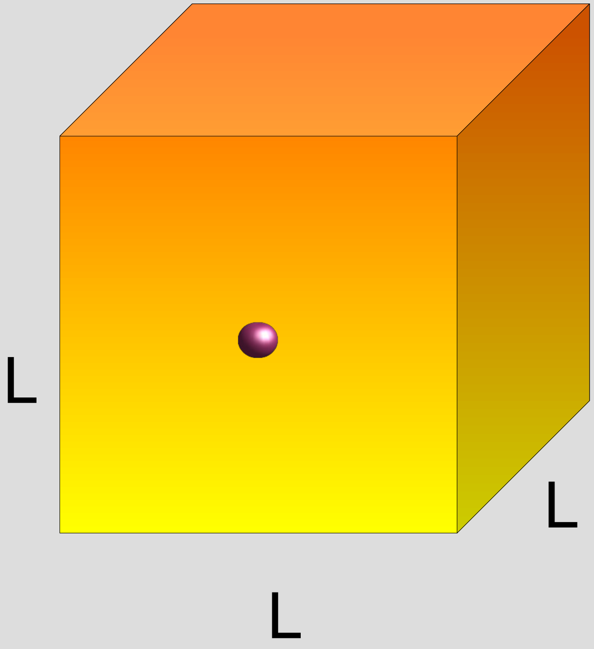
$$\Psi = e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Периодические граничные условия

$$\psi(x, y, z) = \psi(x + L, y, z)$$

...



Граничные условия для свободного электрона

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi=E\Psi$$

$$\Psi=e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

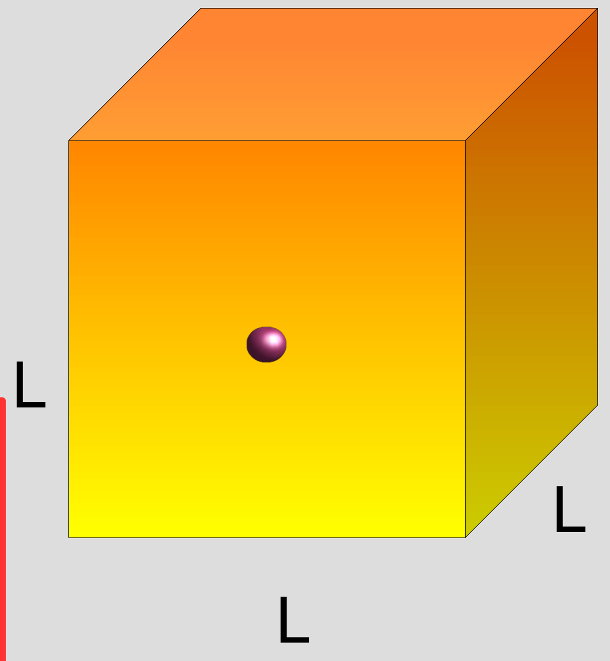
$$E=\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

Периодические граничные условия

$$\psi(x,y,z)=\psi(x+L,y,z)$$

...

$$k_x,k_y,k_z=0,\pm\frac{2\pi}{L},\pm\frac{4\pi}{L}\ldots$$

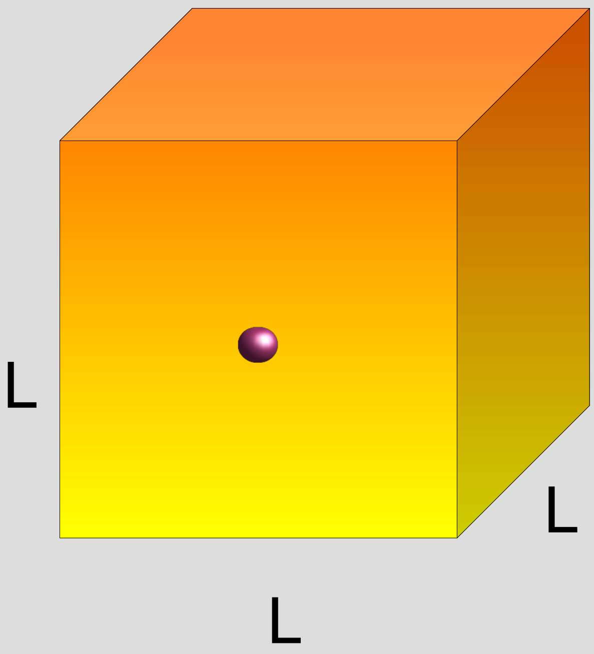


Граничные условия для свободного электрона

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\Psi = E\Psi$$

$$\Psi = e^{i\vec{k}\vec{r}}$$

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$



Периодические граничные условия

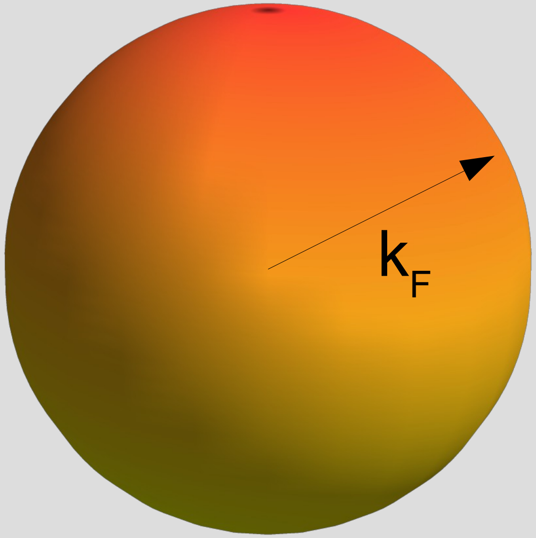
$$\psi(x, y, z) = \psi(x + L, y, z)$$

...

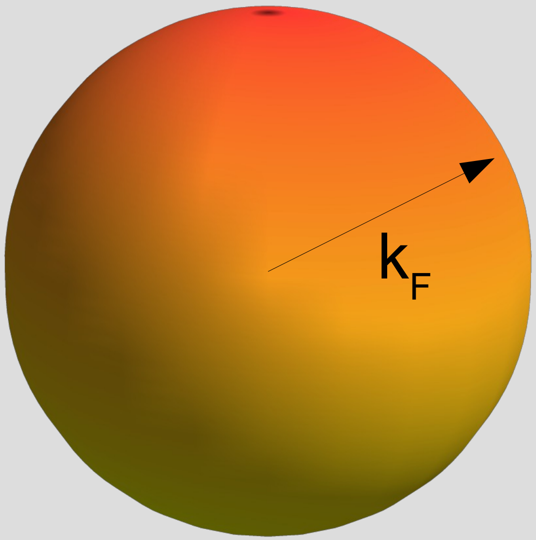
$$k_x, k_y, k_z = 0, \pm\frac{2\pi}{L}, \pm\,4\pi$$

На одно состояние $\frac{(2\pi)^3}{V}$

Заполнение состояний при T=0.

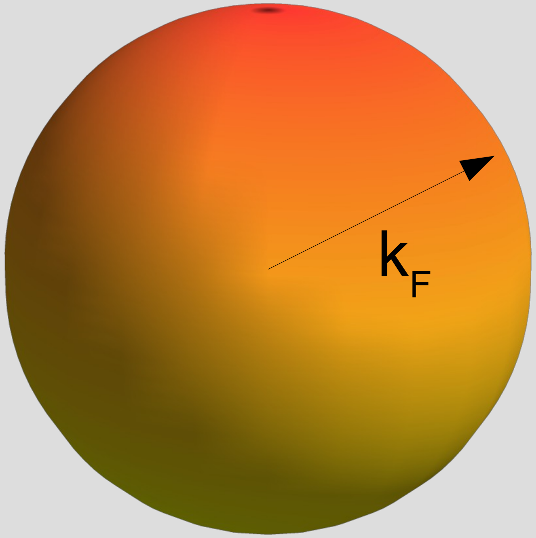


Заполнение состояний при T=0.



$$\boxed{\frac{4}{3}\pi k_F^3 = \frac{N}{2}\frac{(2\pi)^3}{V} = (2\pi)^3\frac{n}{2}}$$

Заполнение состояний при T=0.



$$\frac{4}{3}\pi k_F^3 = \frac{N}{2}\frac{(2\pi)^3}{V} = (2\pi)^3\frac{n}{2}$$

$$k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

$$E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}$$

Сравнение с другими (уже изученными) волновыми векторами

модель Дебая для фононов

дебаевский волновой вектор

$$k_D = \sqrt[3]{6\pi^2 n}$$

количество примитивных элементарных ячеек в единице объёма

модель Ферми-газа

фермиевский волновой вектор

$$k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

количество фермионов (спин 1/2) в единице объёма

граница зоны Бриллюэна

$$k_{Бр} \sim \frac{\pi}{a} \sim \pi \sqrt[3]{n}$$

Сравнение с другими (уже изученными) волновыми векторами

модель Дебая для фононов

дебаевский волновой вектор

$$k_D = \sqrt[3]{6\pi^2 n}$$

количество прим... элементарных яч... единице объёма

модель Ферми-газа

фермиевский волновой вектор

$$k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

количество ферми...в (спин 1/2) в

$$k_{Бр} \sim \frac{\pi}{a} \sim \pi \sqrt[3]{n}$$

Все характерные волновые вектора одного порядка!

Энергия Ферми и импульс Ферми. Порядки величины для металлов.

$$p_F = \hbar k_F$$

импульс Ферми

$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$$

энергия Ферми

$$V_F = \left.\frac{\partial E}{\partial \vec{p}}\right|_{E=E_F} = \frac{p_F}{m} = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$$

скорость Ферми

Энергия Ферми и импульс Ферми. Порядки величины для металлов.

$$p_F = \hbar k_F$$ импульс Ферми

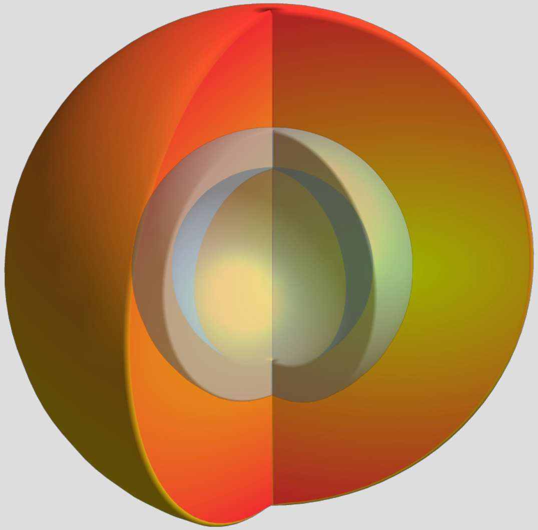
$$E_F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m} = \frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}$$ энергия Ферми

$$V_F = \frac{\partial E}{\partial \vec{p}}\bigg|_{E=E_F} = \frac{p_F}{m} = \sqrt{\frac{2E_F}{m}}$$ скорость Ферми

для типичного металла: постоянная решётки 2Å, концентрация электронов 10^{23} 1/см^3

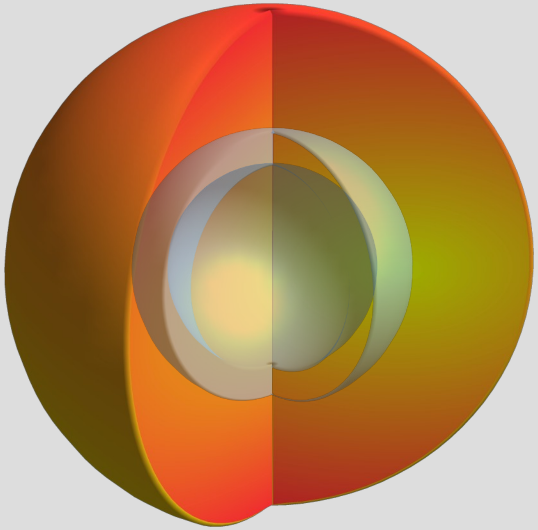
$$k_F \simeq 10^8\, 1/\text{см} \qquad V_F \simeq 1000\, \text{км}/\text{сек} \qquad E_F \simeq 5\cdot 10^{-12}\, \text{эрг} \simeq 3\, \text{эВ}$$

Плотность состояний для ферми газа. 3D.



$$D(E)=\frac{dN}{dE}=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\,dV_k}{dE}=$$

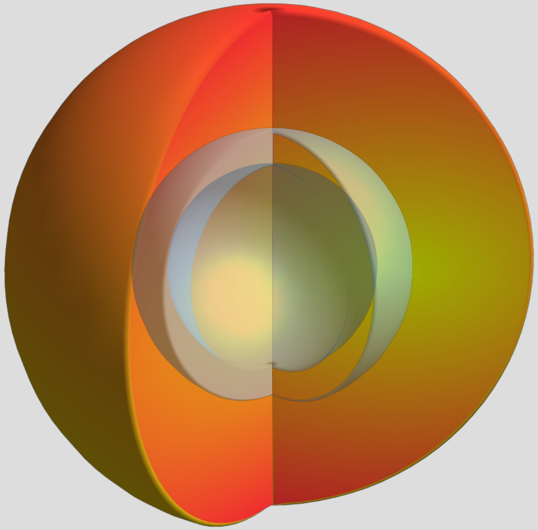
Плотность состояний для ферми газа. 3D.



$$D(E)=\frac{dN}{dE}=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\,dV_k}{dE}=$$

$$=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\times 4\pi k^2\,dk}{\hbar^2 k\,dk/m}=\frac{V}{\pi^2\hbar^2}mk=\frac{V}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{2m^3E}$$

Плотность состояний для ферми газа. 3D.

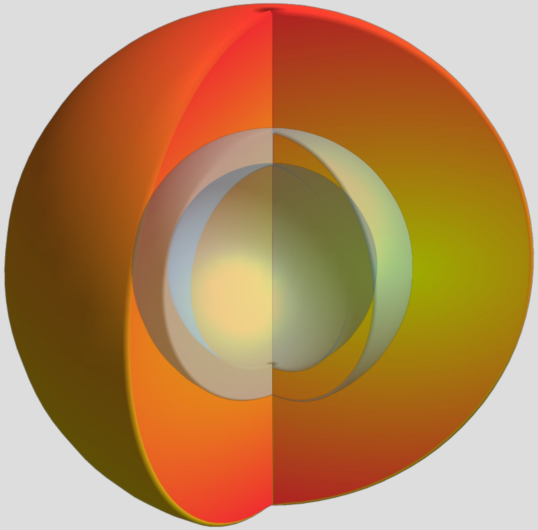


$$D(E)=\frac{dN}{dE}=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\,dV_k}{dE}=$$

$$=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\times 4\pi k^2\,dk}{\hbar^2 k\,dk/m}=\frac{V}{\pi^2\hbar^2}mk=\frac{V}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{2m^3E}$$

$$E_F=\frac{\hbar^2}{2m}(3\pi^2 n)^{2/3}\rightarrow m^3=\frac{\hbar^6}{8E_F^3}(3\pi^2 n)^2$$

Плотность состояний для ферми газа. 3D.



$$D(E)=\frac{dN}{dE}=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\,dV_k}{dE}=$$

$$=\frac{V}{(2\pi)^3}\frac{2\times 4\pi k^2\,dk}{\hbar^2 k\,dk/m}=\frac{V}{\pi^2\hbar^2}mk=\frac{V}{\pi^2\hbar^3}\sqrt{2m^3E}$$

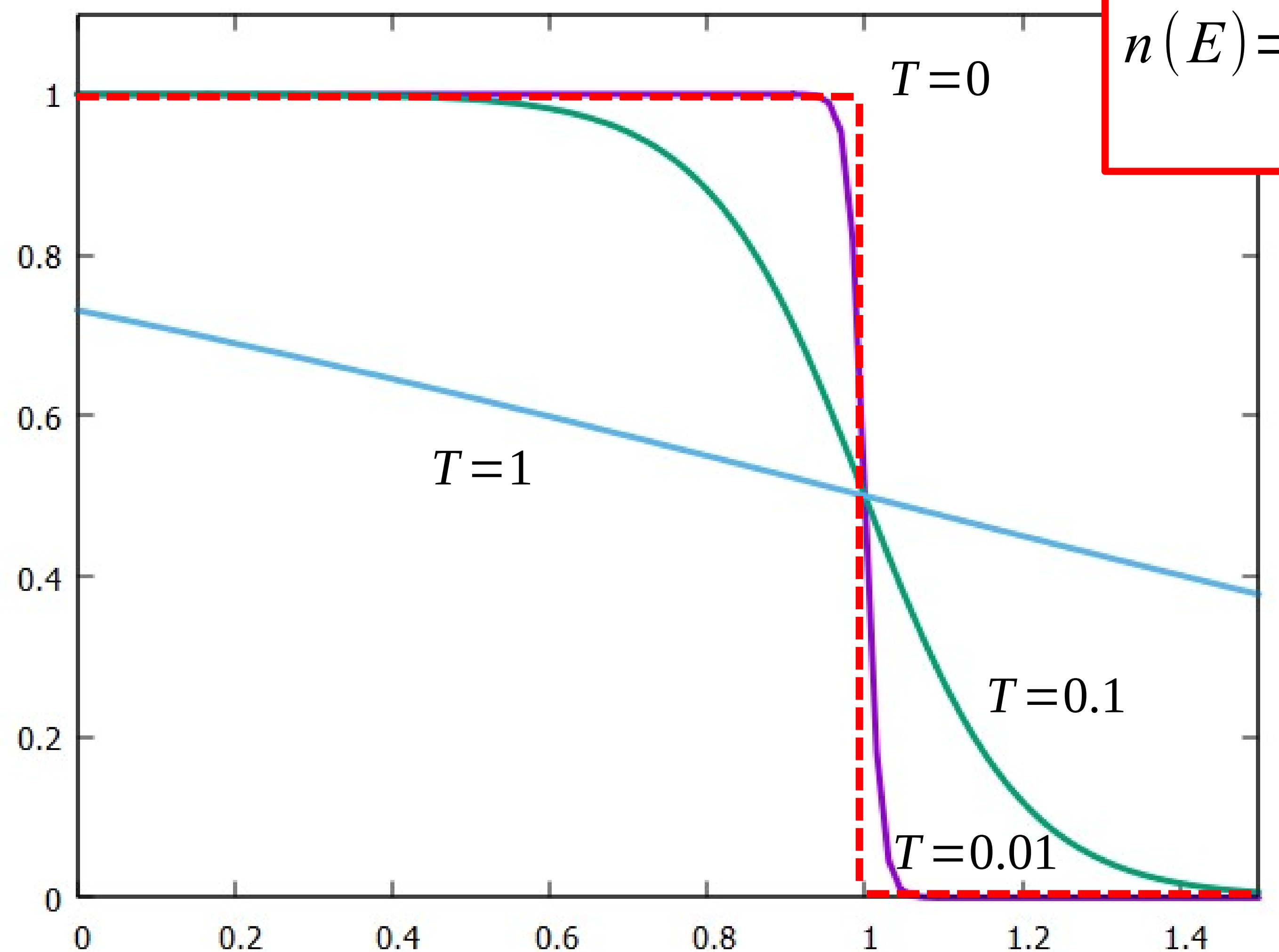
$$E_F=\frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}\rightarrow m^3=\frac{\hbar^6}{8E_F^3}\left(3\pi^2 n\right)^2$$

$$D(E)=\frac{3N}{2E_F}\sqrt{\frac{E}{E_F}}$$

$$D(E_F)=\frac{3N}{2E_F}$$

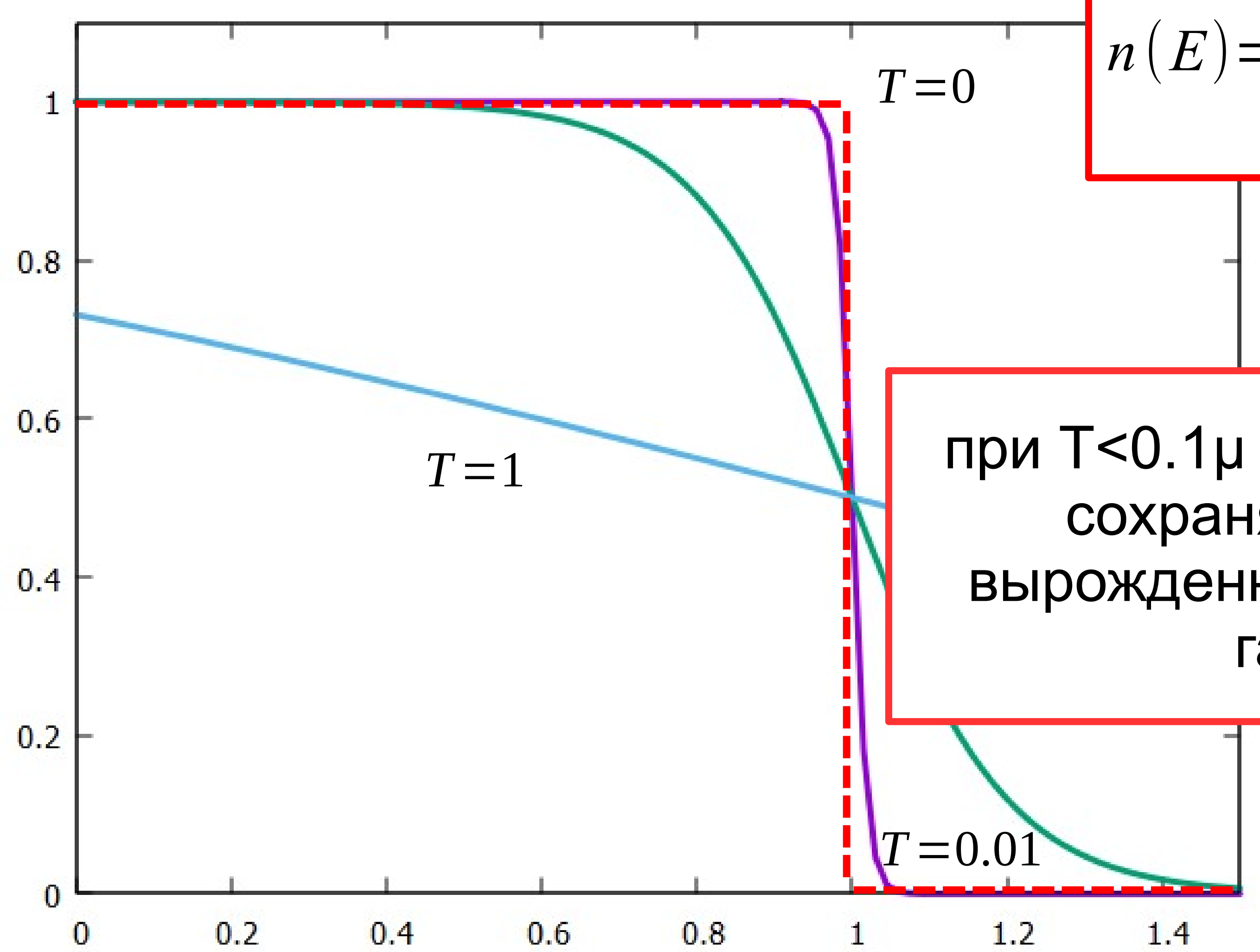
Часть 2.Вырожденный ферми-газ

Идеальный ферми-газ при конечной температуре.



$$n(E)=\frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}}+1}$$

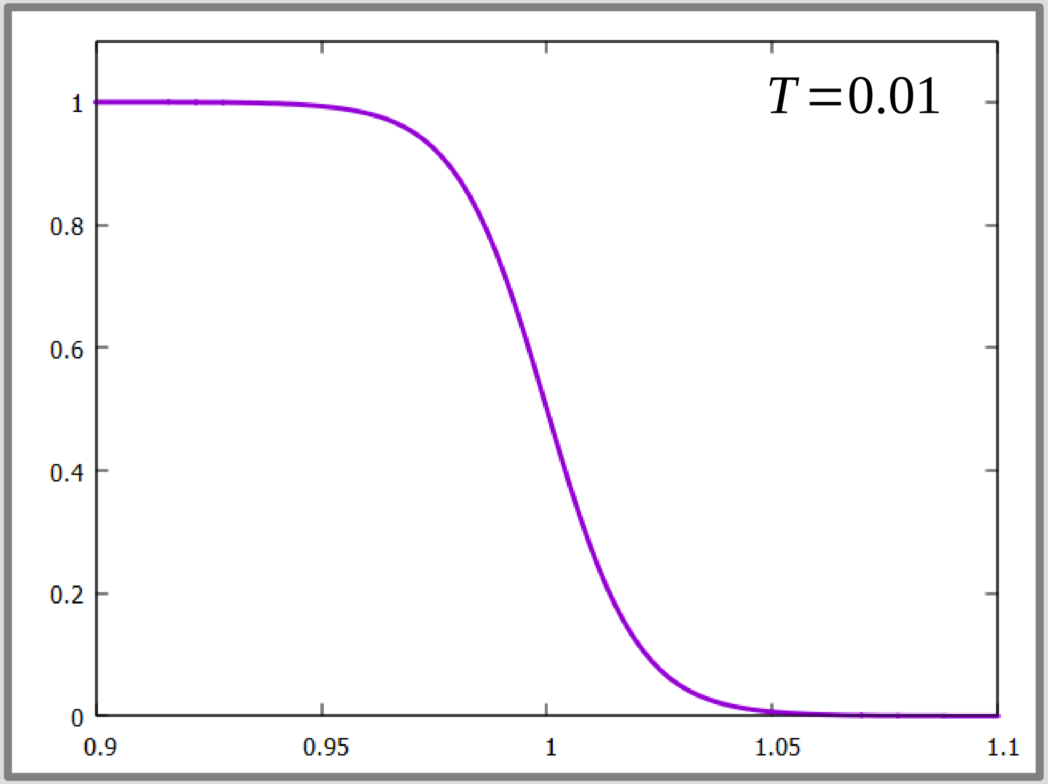
Идеальный ферми-газ при конечной температуре.



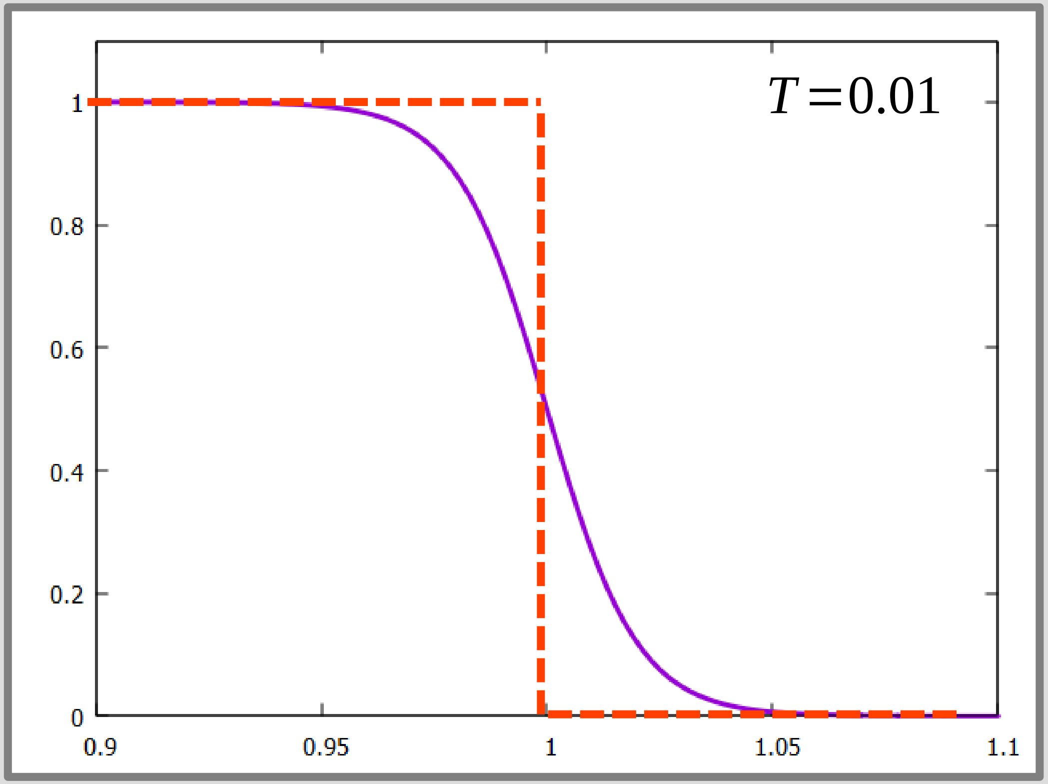
$$n(E) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{T}} + 1}$$

при T<0.1μ «ступенька» сохраняется — вырожденный ферми-газ

Зависимость химпотенциала от температуры.

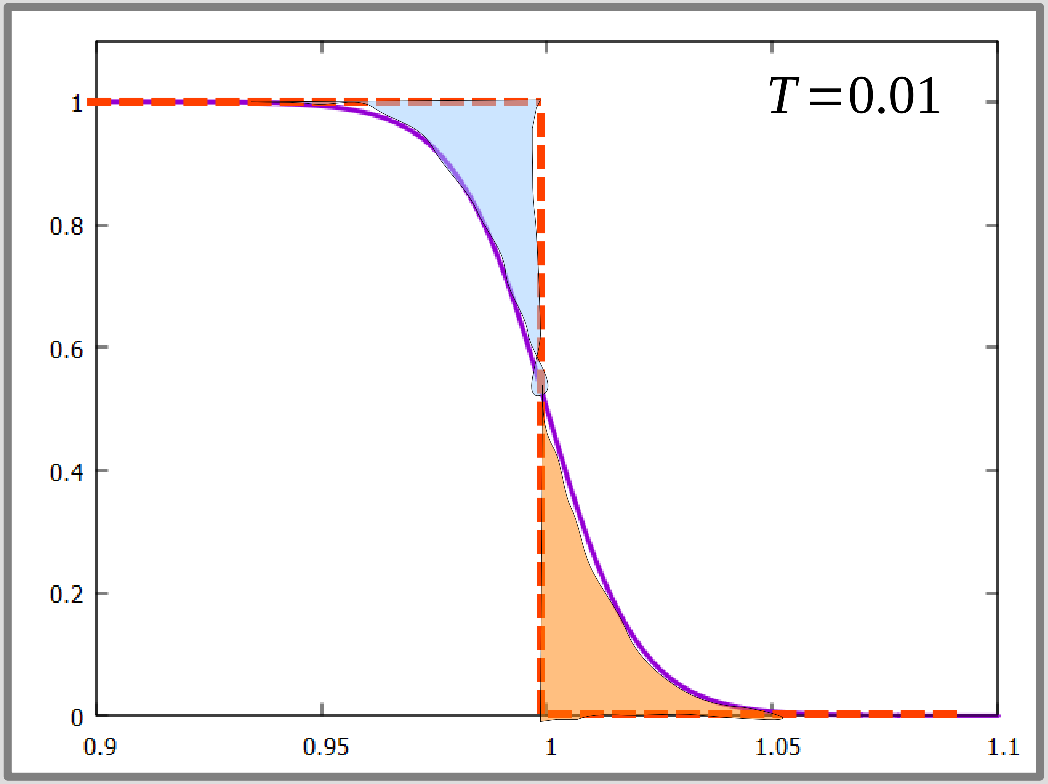


Зависимость химпотенциала от температуры.



$$N=\int_0^\infty n(E)\,D(E)\,dE$$

Зависимость химпотенциала от температуры.

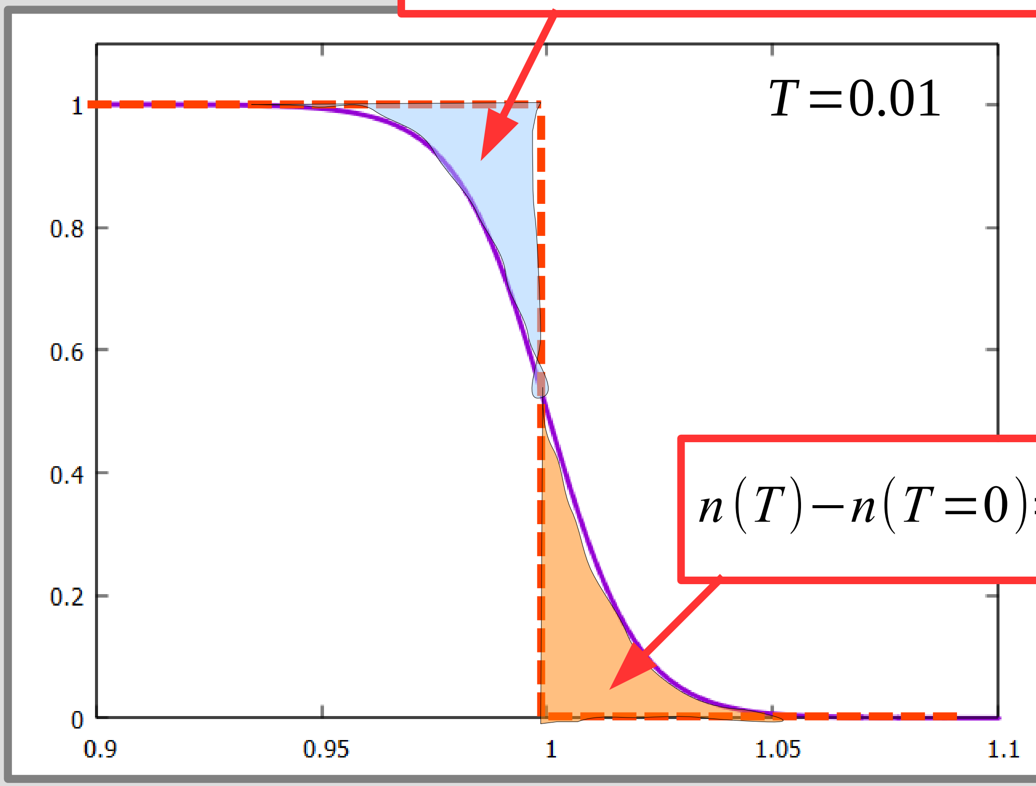


$$N=\int_0^{\infty} n(E)\,D(E)\,dE$$

Зависимость химпотенциала от

$$n(T=0)-n(T)=1-\frac{1}{e^{(E-\mu)/T}+1}=\frac{1}{e^{|E-\mu|/T}+1}$$

$$N=\int_0^\infty n(E)\,D(E)\,dE$$

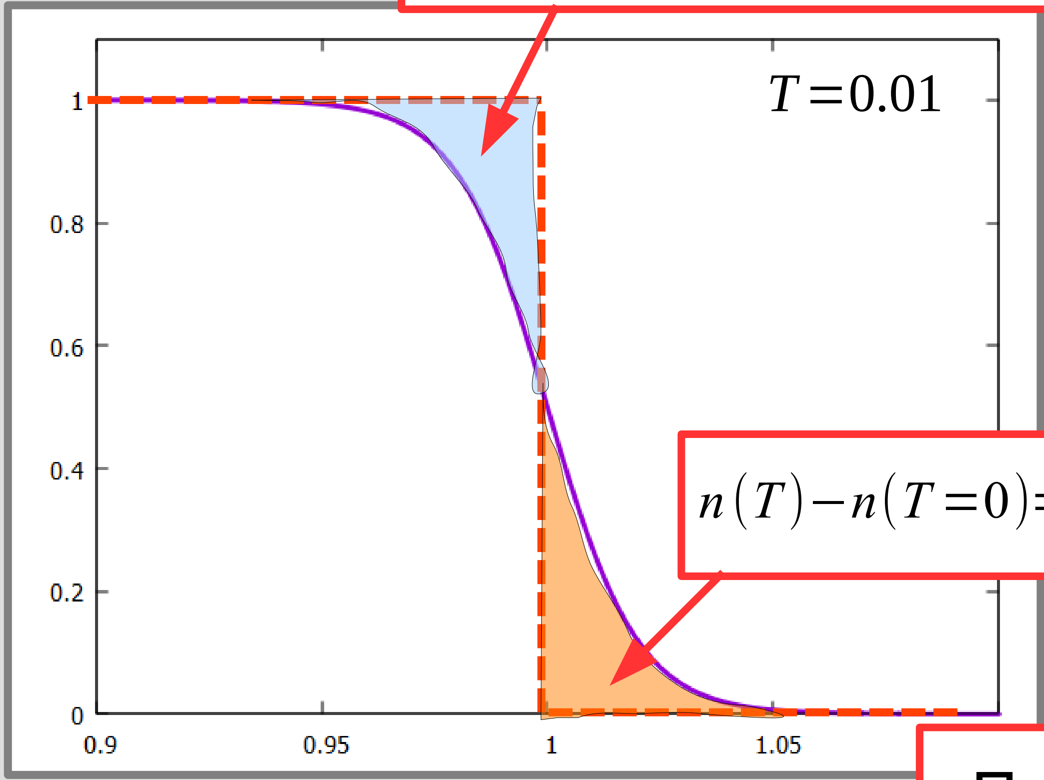


$$n(T)-n(T=0)=\frac{1}{e^{|E-\mu|/T}+1}$$

Зависимость химпотенциала от

$$n(T=0)-n(T)=1-\frac{1}{e^{(E-\mu)/T}+1}=\frac{1}{e^{|E-\mu|/T}+1}$$

$$N=\int_0^\infty n(E)D(E)dE$$

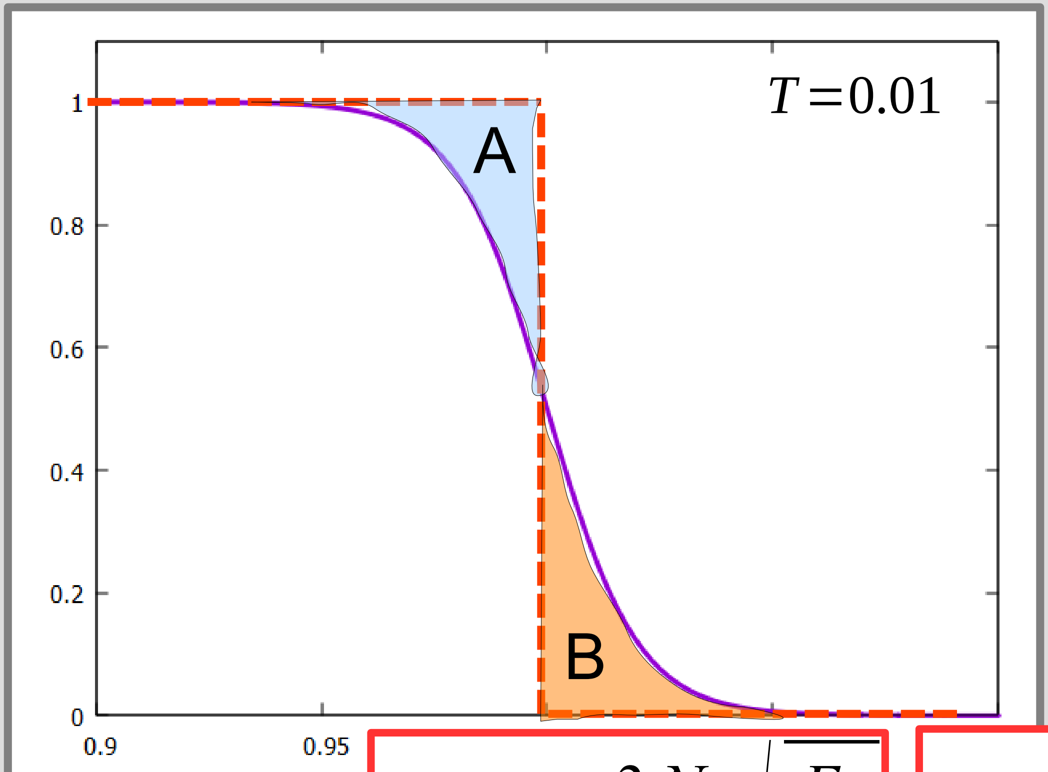


$$n(T)-n(T=0)=\frac{1}{e^{|E-\mu|/T}+1}$$

Площади «треугольников»

$$\int_0^\infty \frac{1}{e^{\varepsilon/T}+1}d\varepsilon=T\int_0^\infty \frac{dx}{e^x+1}=T\,ln2$$

Зависимость химпотенциала от температуры.



$$N=\int_0^\infty n(E)\,D(E)\,dE$$

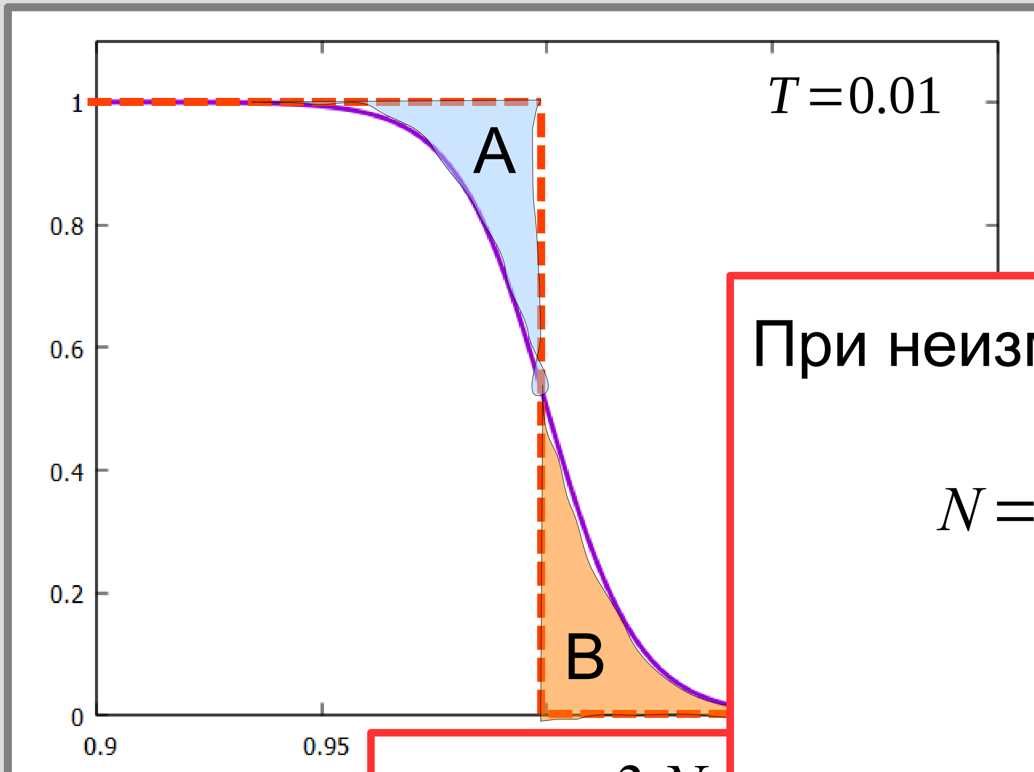
$$D(E)=\frac{3N}{2E_F}\sqrt{\frac{E}{E_F}}$$

$$D_B\simeq D_A+\frac{3N}{4E_F^2}T$$

Площади «треугольников»

$$\int_0^\infty \frac{1}{e^{\varepsilon/T}+1}d\varepsilon=T\int_0^\infty \frac{dx}{e^x+1}=T\ln 2$$

Зависимость химпотенциала от температуры.



$$N=\int_0^{\infty} n(E)\,D(E)\,dE$$

При неизменном химпотенциале

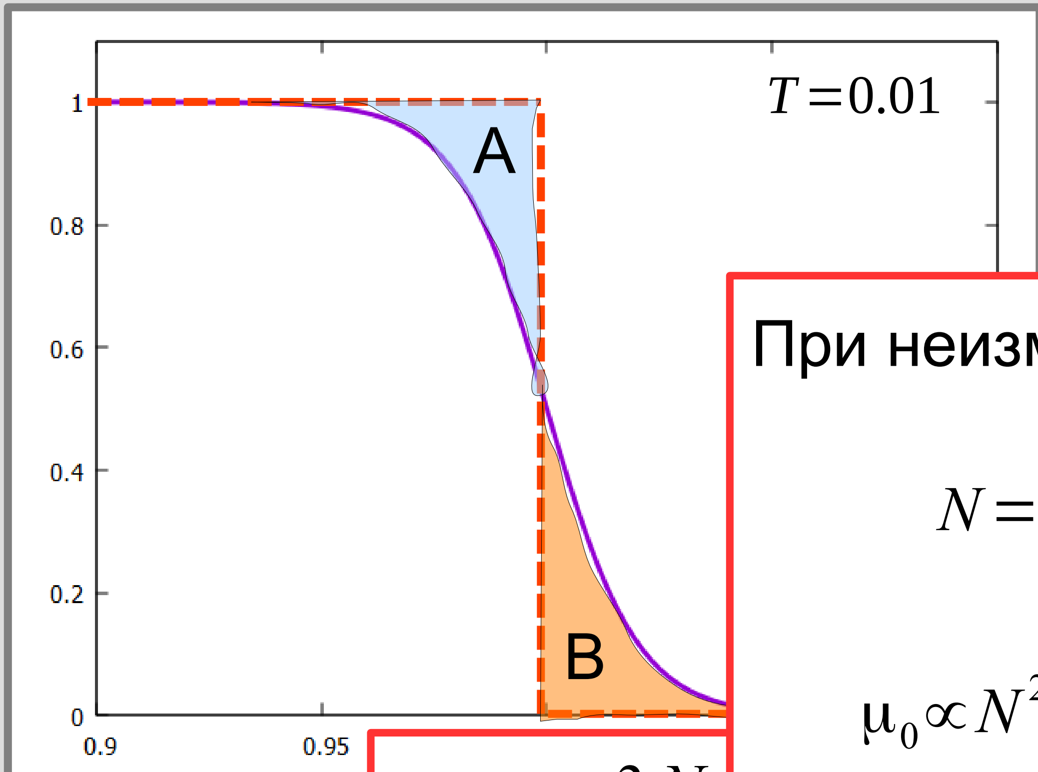
$$N=N_0\left(1+a\frac{T^2}{E_F^2}\right)\neq N_0$$

$$D(E)=\frac{3N}{2E_F}\sqrt{\frac{E}{E_F}}$$

$$D_B\simeq D_A+\frac{3N}{4E_F^2}T$$

$$\int_0^{\infty}\frac{1}{e^{\varepsilon/T}+1}d\varepsilon=T\int_0^{\infty}\frac{dx}{e^x+1}=T\ln 2$$

Зависимость химпотенциала от температуры.



$$N=\int_0^\infty n(E)D(E)\,dE$$

При неизменном химпотенциале

$$N=N_0\left(1+a\frac{T^2}{E_F^2}\right)\neq N_0$$

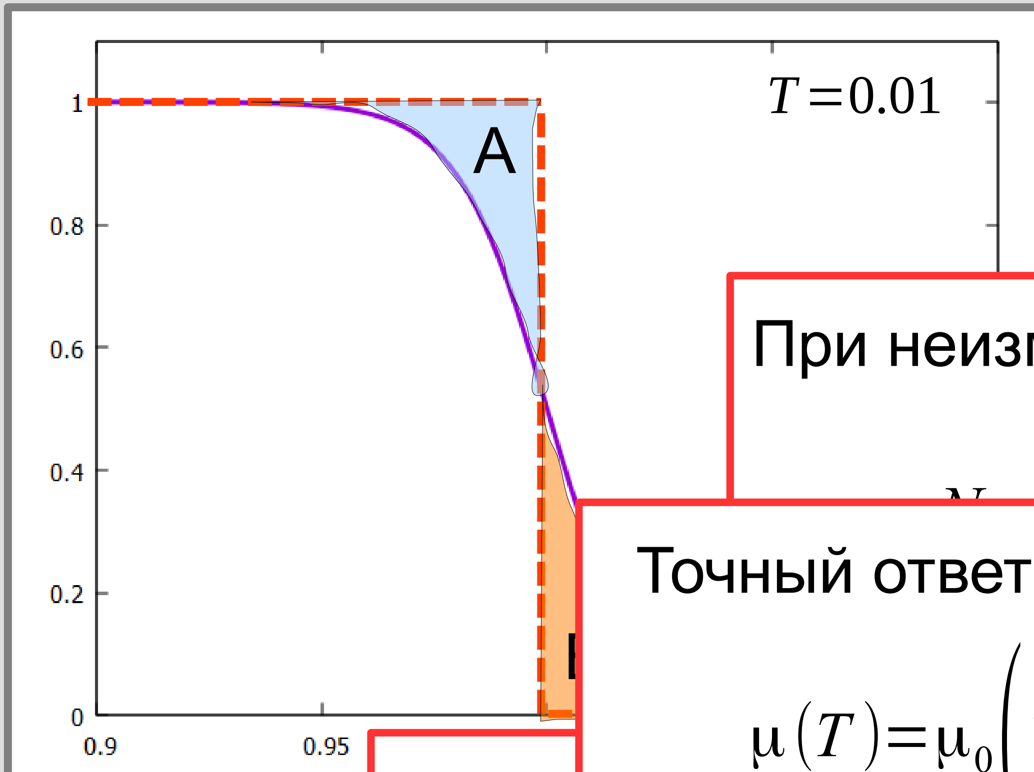
$$\mu_0\propto N^{2/3}\rightarrow\mu(T)=\mu_0\left(1-b\frac{T^2}{\mu_0^2}\right)$$

$$D(E)=\frac{3N}{2E_F\sqrt{E_F}}$$

$$D_B\simeq D_A+\frac{3N}{4E_F^2}T$$

$$\int_0^\infty\frac{1}{e^{\varepsilon/T}+1}\,d\varepsilon=T\int_0^\infty\frac{dx}{e^x+1}=T\ln 2$$

Зависимость химпотенциала от температуры.



$$N=\int_0^{\infty} n(E)\,D(E)\,dE$$

При неизменном химпотенциале

$$N = N_0\left(1 + \ldots T^2 \ldots\right) \ldots N_0$$

$$\ldots b\frac{T^2}{\mu_0^2}\Big)$$

Точный ответ:

$$\mu(T)=\mu_0\left(1-\frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{\mu_0^2}\right)$$

$$D(E)= \ldots$$

$$D_B \simeq D_A + \frac{3N}{4E_F^2}T$$

$$\int_0 \frac{\ldots}{e^{\varepsilon/T}+1}\,d\varepsilon = T\int_0 \frac{dx}{e^x+1} = T\,ln2$$

Часть 3. Энергия и давление ферми-газа, фотоэффект и термо-ЭДС

Энергия и давление нерелятивистского ферми-газа при T=0.

$$E=\int_0^{E_F} E\,D(E)\,dE=\frac{3N}{2E_F^{3/2}}\int_0^{E_F} E^{3/2}\,dE=\frac{3}{5}N\,E_F$$

$$E_F=\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}=\frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}$$

Энергия и давление нерелятивистского ферми-газа при T=0.

$$E=\int_0^{E_F} E\,D(E)\,dE=\frac{3N}{2E_F^{3/2}}\int_0^{E_F} E^{3/2}\,dE=\frac{3}{5}N\,E_F$$

$$E_F=\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}=\frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}$$

$$P=-\frac{\partial E}{\partial V} \Rightarrow P=-\frac{\partial}{\partial V}\left[\frac{3}{5}N\,E_F^{(0)}\left(\frac{V^{(0)}}{V}\right)^{2/3}\right]=\frac{2}{5}n\,E_F$$

Энергия и давление нерелятивистского ферми-газа при T=0.

$$E=\int_0^{E_F} E\,D(E)\,dE=\frac{3N}{2E_F^{3/2}}\int_0^{E_F} E^{3/2}\,dE=\frac{3}{5}N\,E_F$$

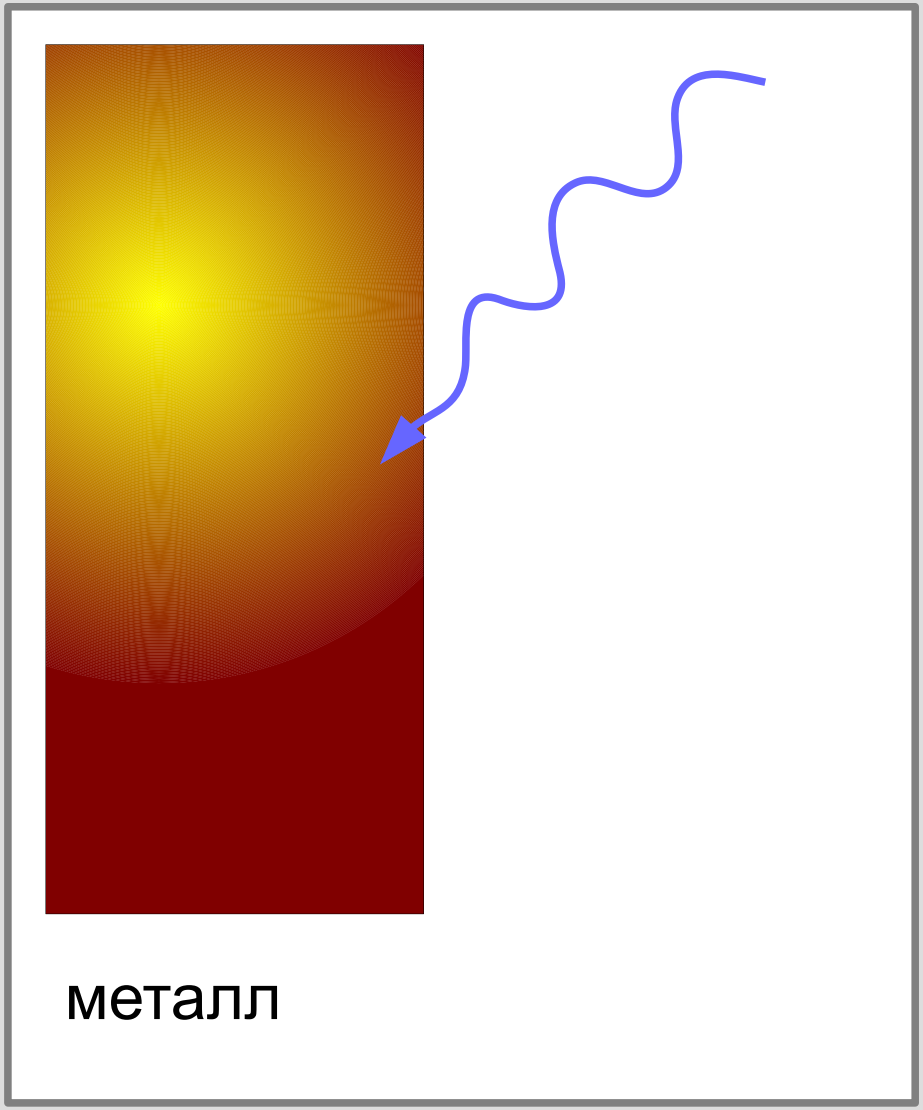
$$E_F=\frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}=\frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n\right)^{2/3}$$

для параметров типичного металла:
10^{11} дин/см^2=10^8 Па=1000 атм

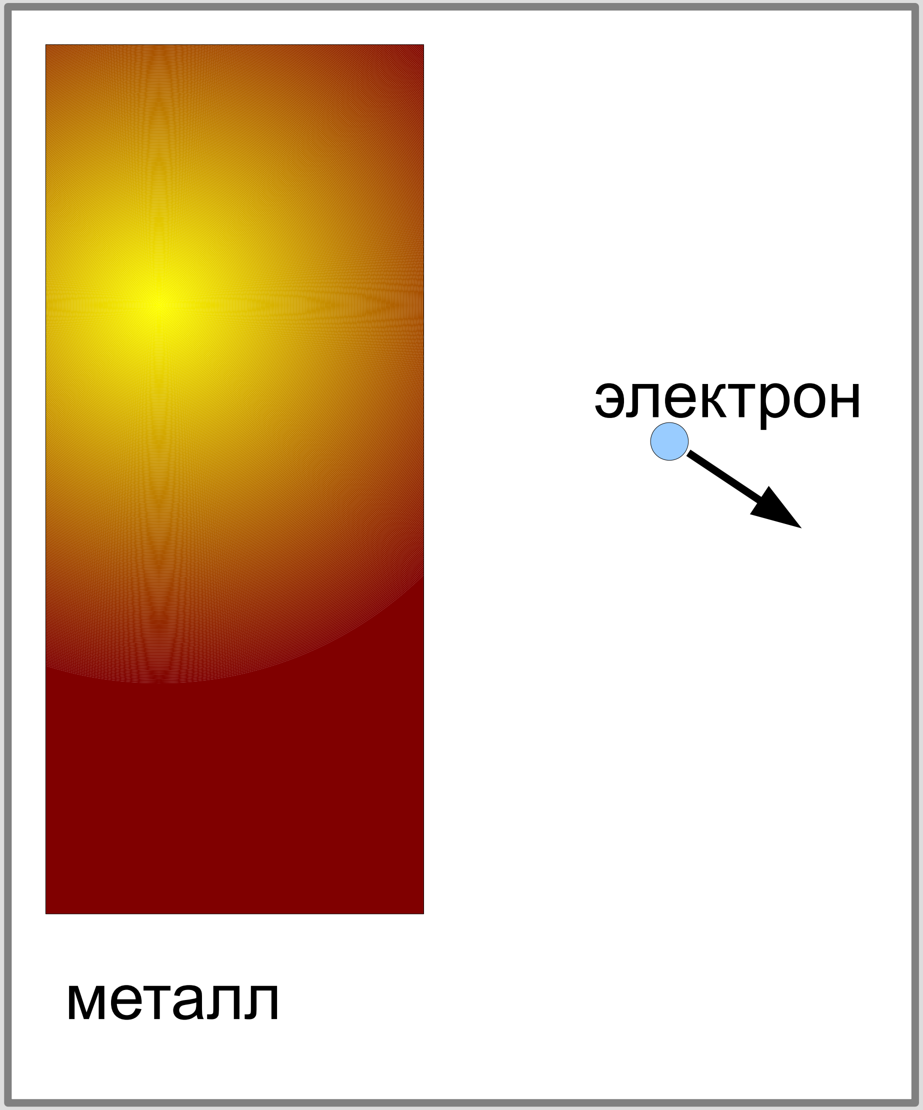
в нейтронных звёздах это давление противостоит гравитационному сжатию

$$-\frac{\partial}{\partial V}\left[\frac{3}{5}N\,E_F^{(0)}\left(\frac{V^{(0)}}{V}\right)^{2/3}\right]=\frac{2}{5}n\,E_F$$

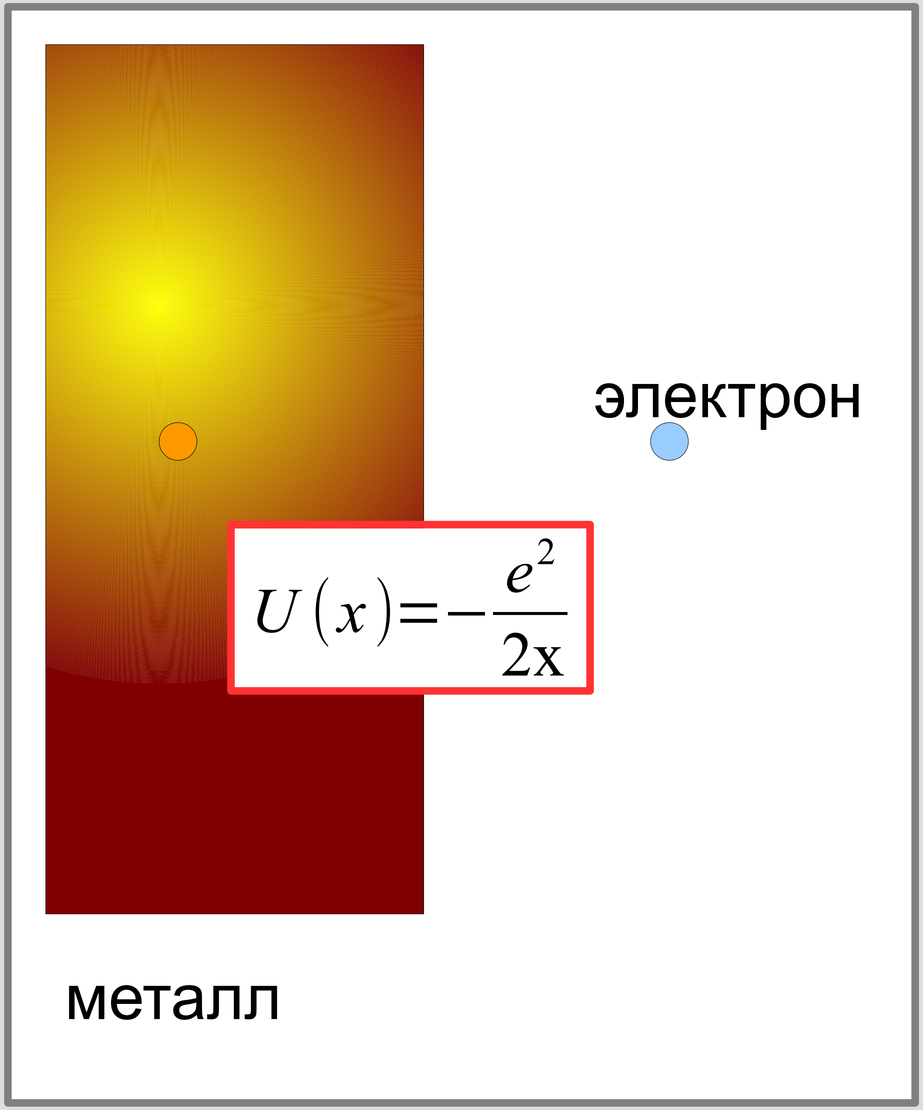
Ферми-газ и работа выхода.



Ферми-газ и работа выхода.

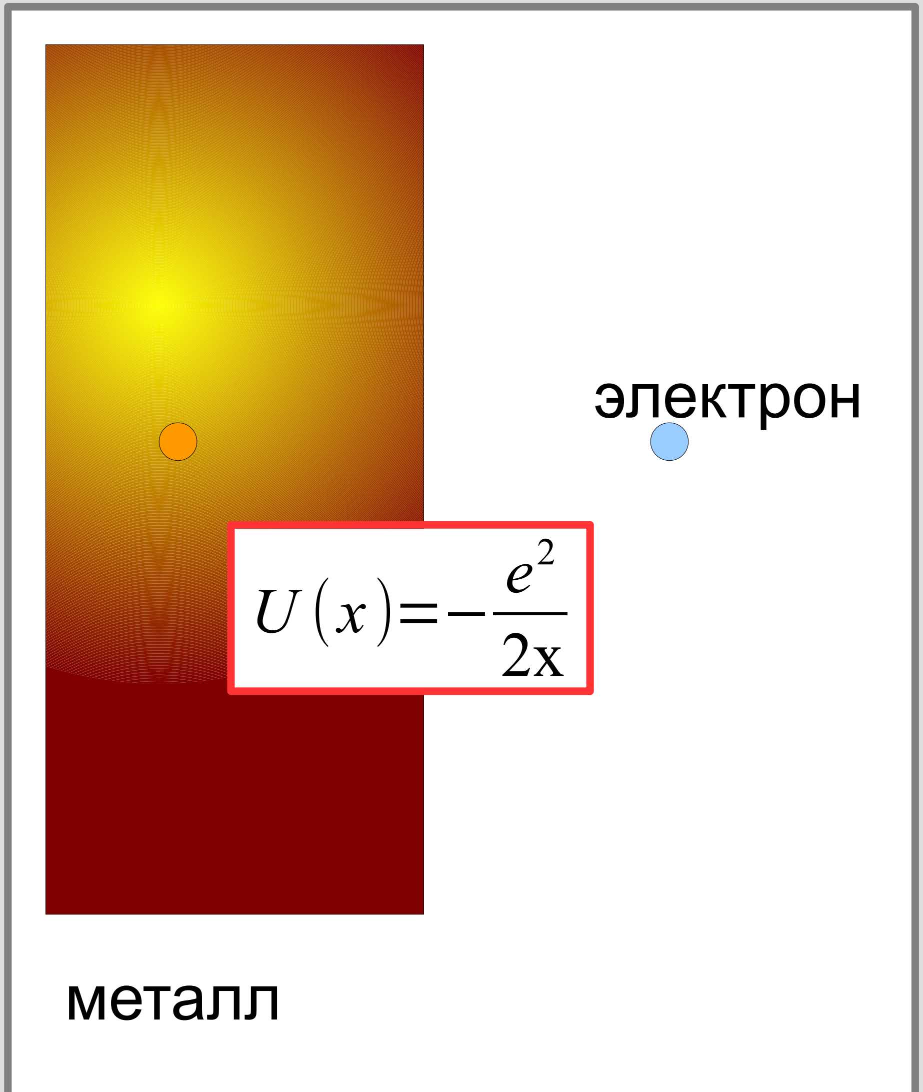


Ферми-газ и работа выхода.



$$U(x) = -\frac{e^2}{2x}$$

Ферми-газ и работа выхода.

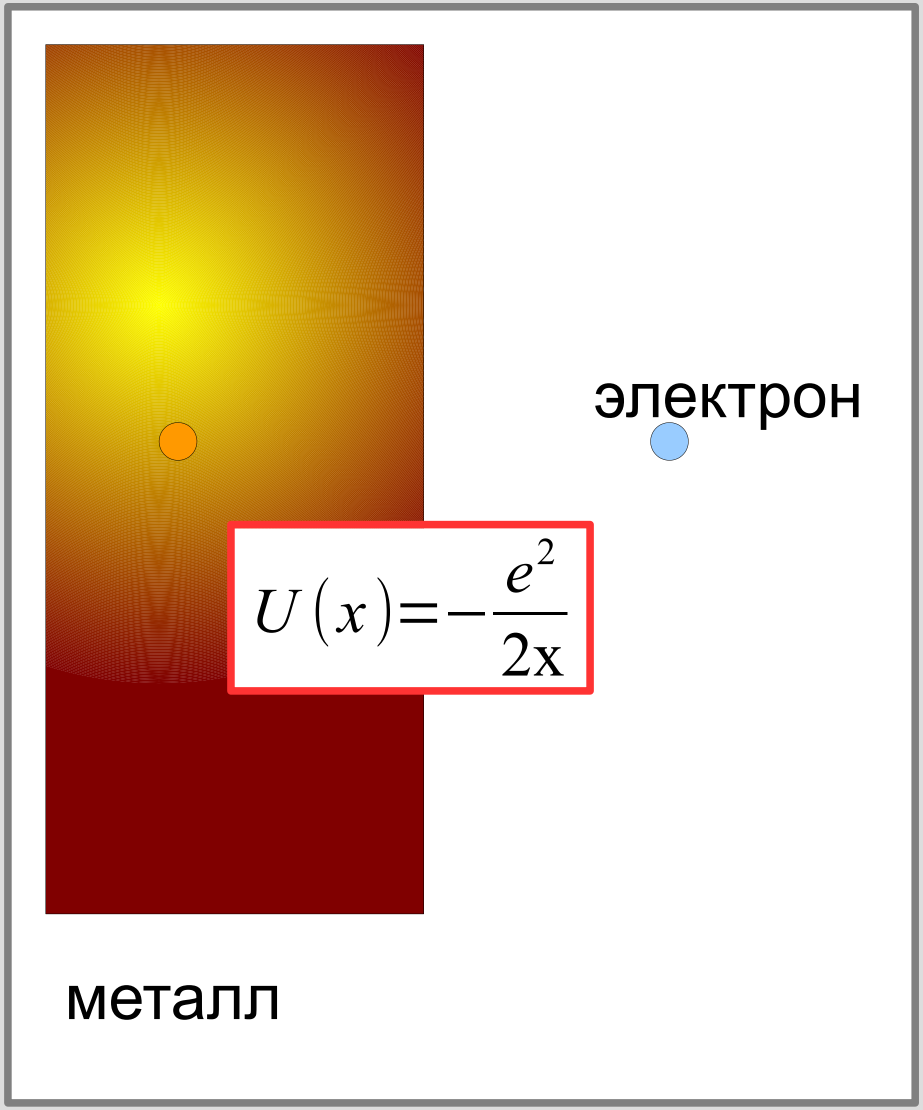


$$U(x) = -\frac{e^2}{2x}$$

$$x_{min} \sim \lambda_{dB} = \frac{2\pi}{k}$$

$$U_{min} \sim -\frac{e^2 k_F}{4\pi} = -\frac{e^2 \sqrt[3]{3\pi^2 n}}{4\pi} \simeq -\frac{e^2}{4} \sqrt[3]{n}$$

Ферми-газ и работа выхода.



$$U(x) = -\frac{e^2}{2x}$$

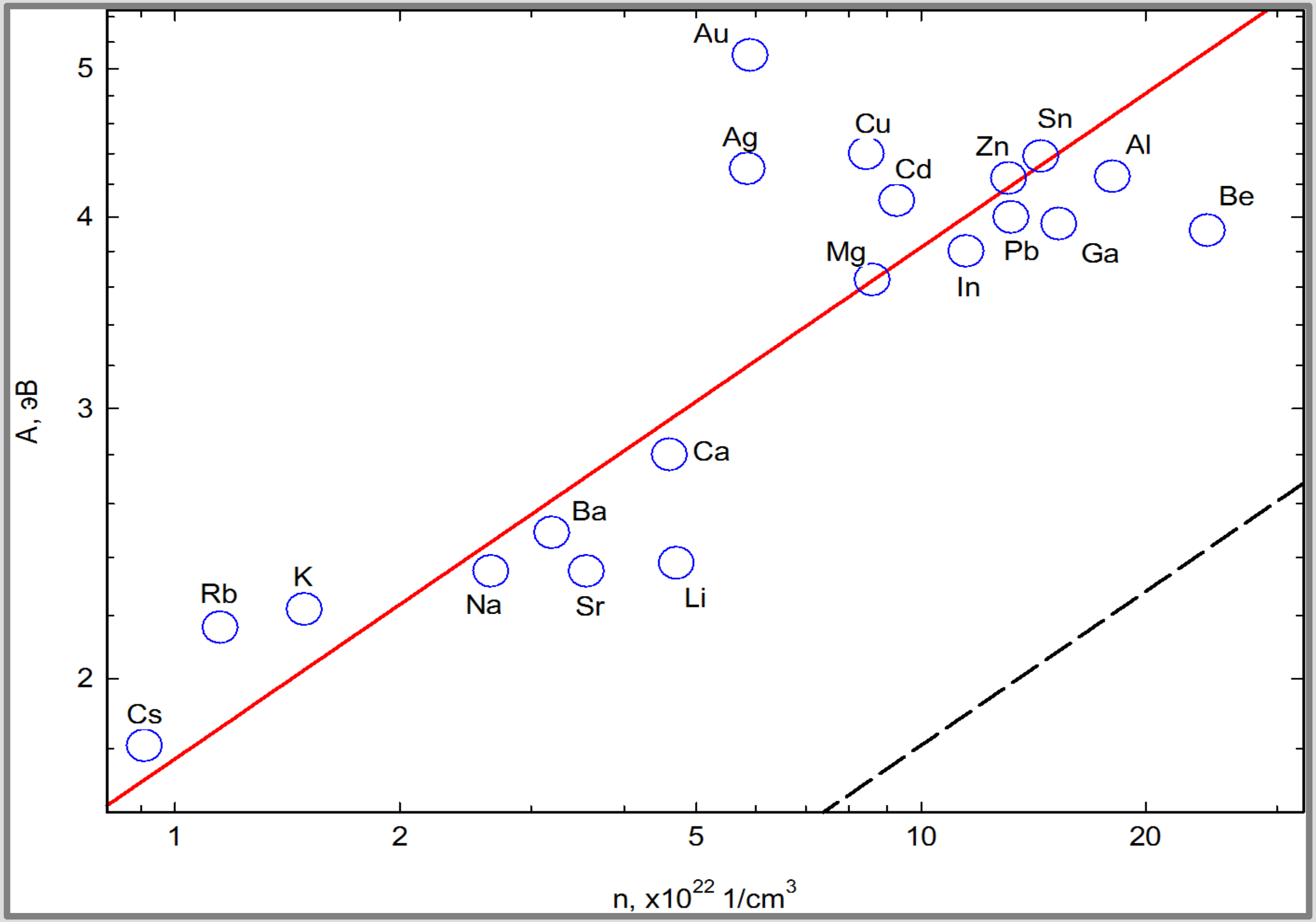
$$x_{min} \sim \lambda_{dB} = \frac{2\pi}{k}$$

$$U_{min} \sim -\frac{e^2 k_F}{4\pi} = -\frac{e^2 \sqrt[3]{3\pi^2 n}}{4\pi} \simeq -\frac{e^2}{4}\sqrt[3]{n}$$

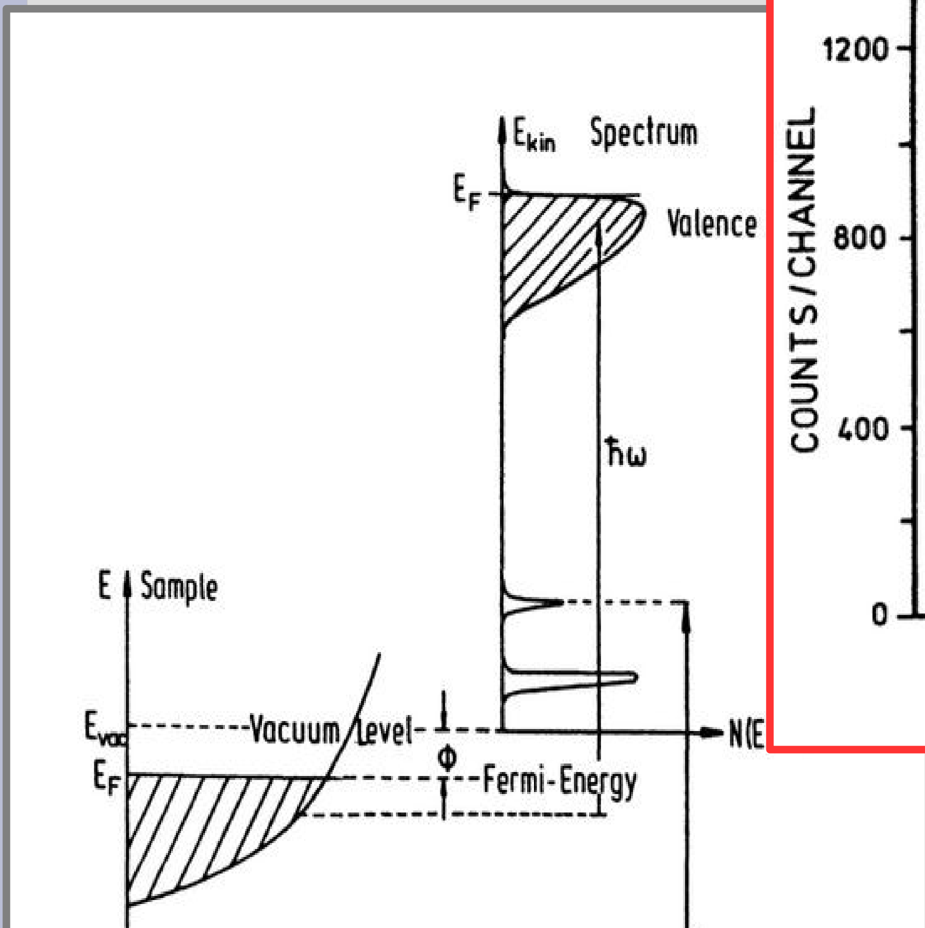
$$n \simeq 10^{23}\ 1/см^3$$

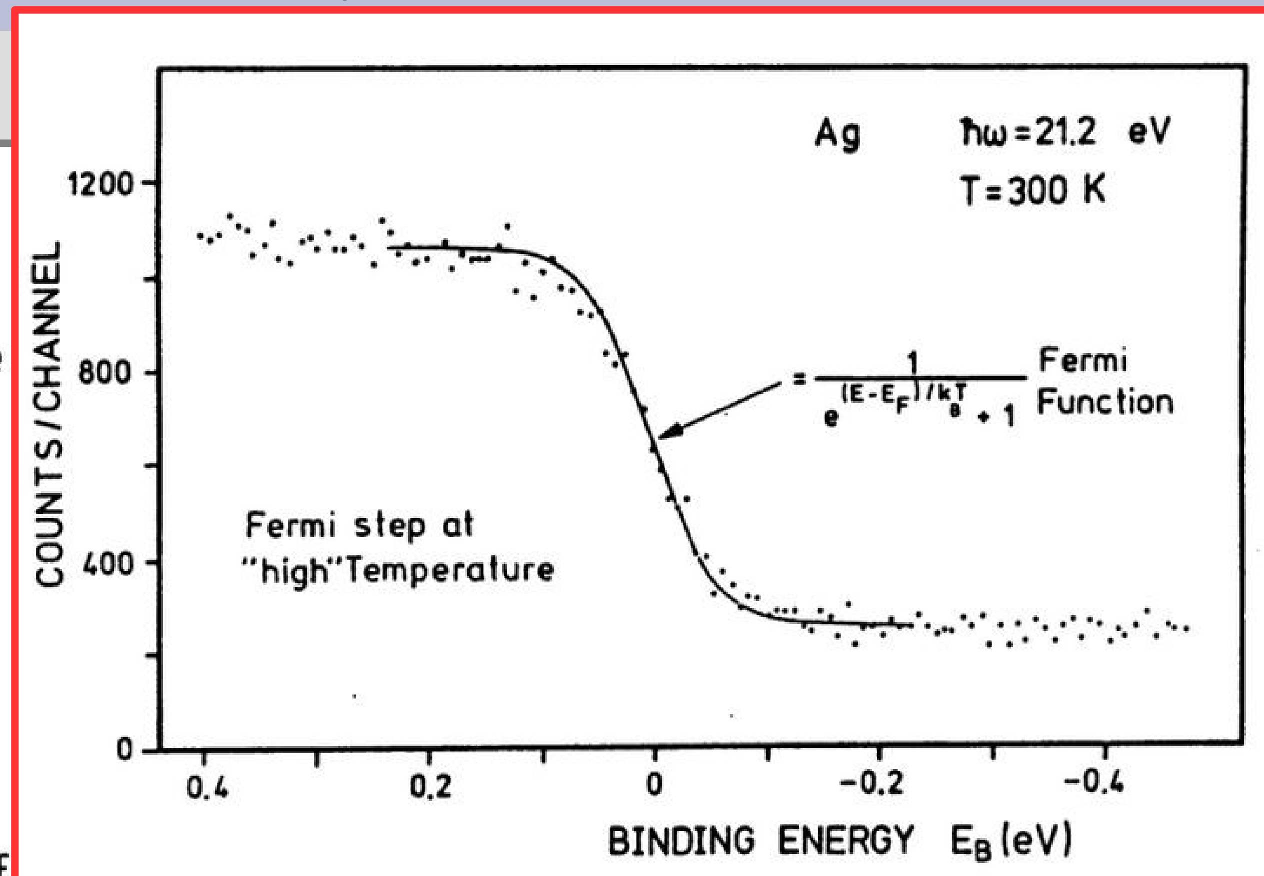
$$A = 1.7\ эВ$$

Работа выхода разных металлов.



Зависимость количества фотоэлектронов от их энергии.

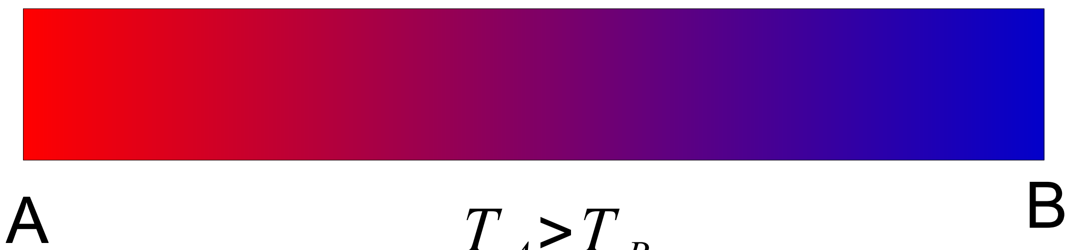




Слева: схема спектра электронов в металле и связь спектра электронов в металле с энергетическим спектром фотоэлектронов. Справа: граница спектра фотоэлектронов из серебряного фотокатода, отражающая форму функции распределения при комнатной температуре.

Stefan Hüfner, Photoelectron Spectroscopy: Principles and Applications, 1995

Электрохимический потенциал



$$T_A > T_B$$

$$\mu(T) = \mu_0 \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \frac{T^2}{\mu_0^2} \right)$$

Электрохимический потенциал

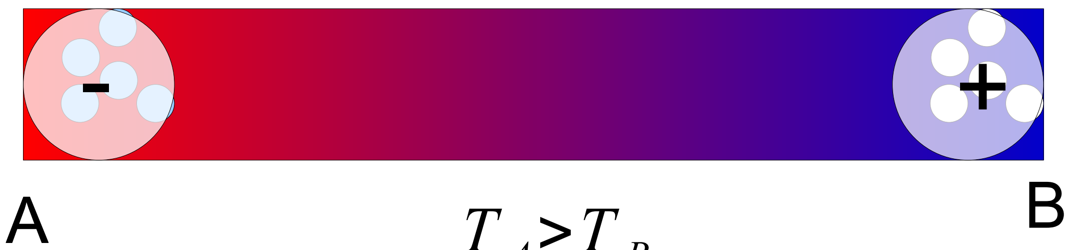
A

B

$$T_A > T_B$$

$$\mu(T) = \mu_0 \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \frac{T^2}{\mu_0^2} \right)$$

Электрохимический потенциал



$$T_A > T_B$$

$$\mu(T) = \mu_0 \left(1 - \frac{\pi^2}{12} \frac{T^2}{\mu_0^2} \right)$$

Электрохимический потенциал

A

B

$$T_A > T_B$$

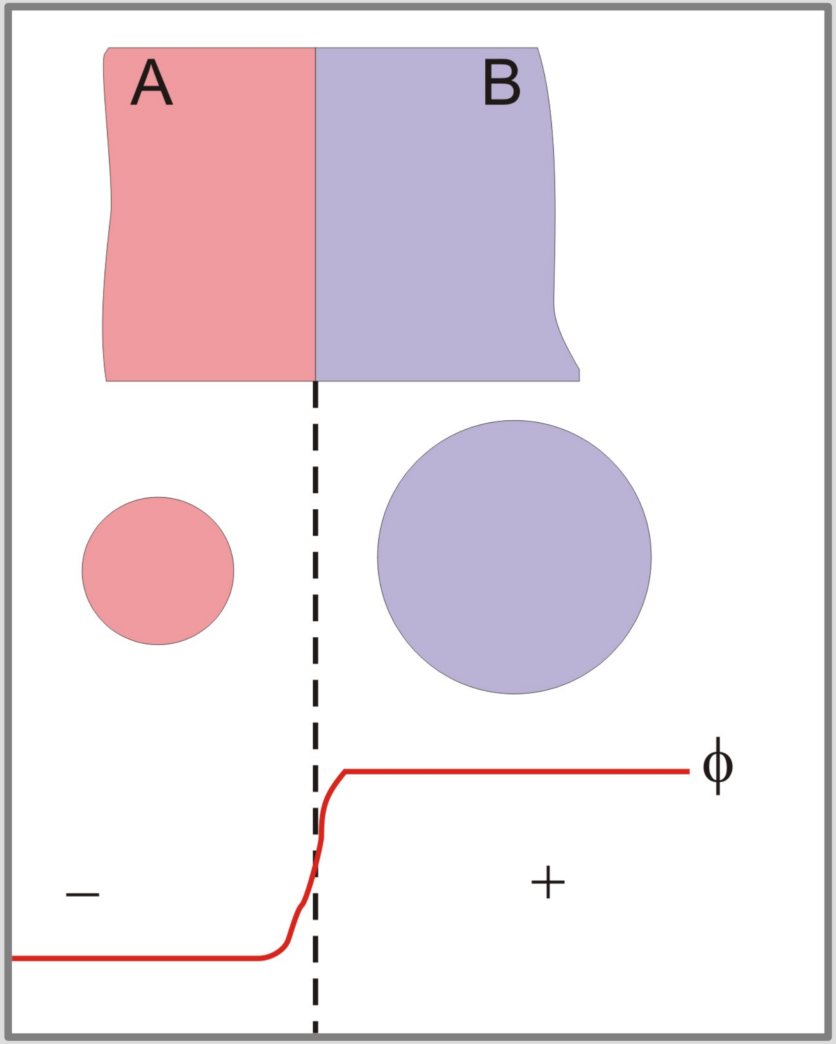
$$\mu(T) = \mu_0\left(1 - \frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{\mu_0^2}\right)$$

В равновесии должен быть постоянен электрохимический потенциал

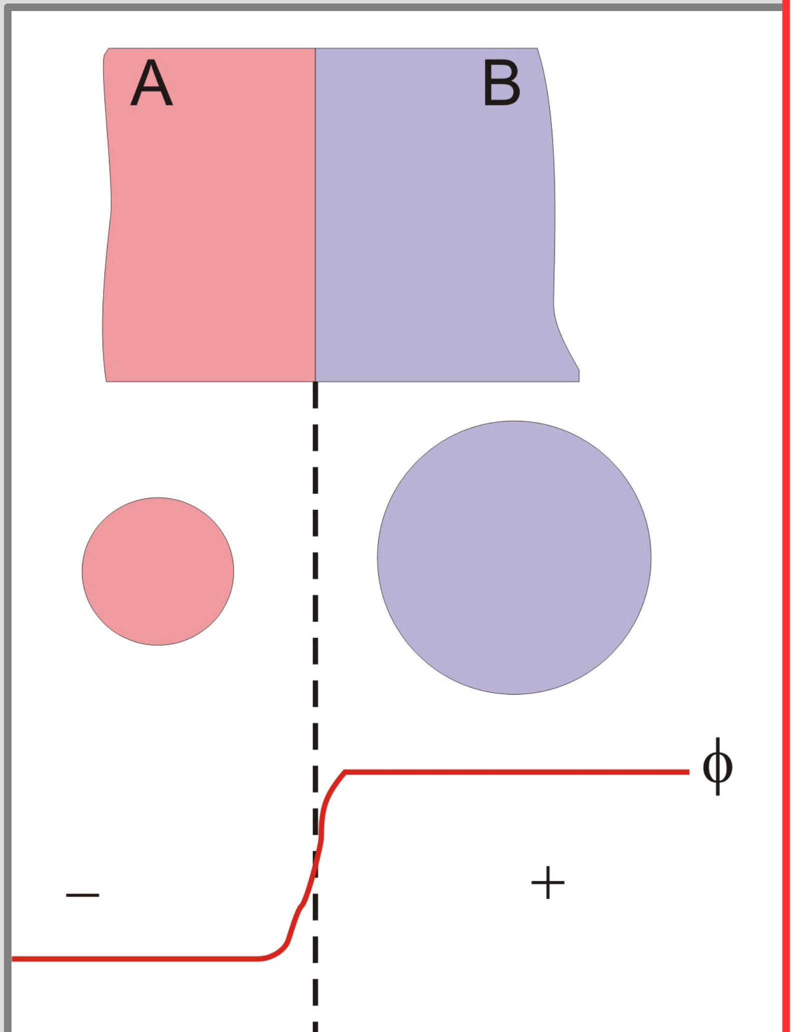
$$\tilde{\mu} = \mu + q\varphi = \mu - e\varphi$$

$$e\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{2}{3}\frac{\mu_0}{n}\frac{\partial n}{\partial x} - \frac{\pi^2}{6}\frac{T}{\mu_0}\frac{\partial T}{\partial x}$$

Контактная разность потенциалов



Контактная разность потенциалов



$$\mu(x) - e\phi(x) = const$$

$$\mu(T) \approx \mu_0\left(1 - \frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{\mu_0^2}\right)$$

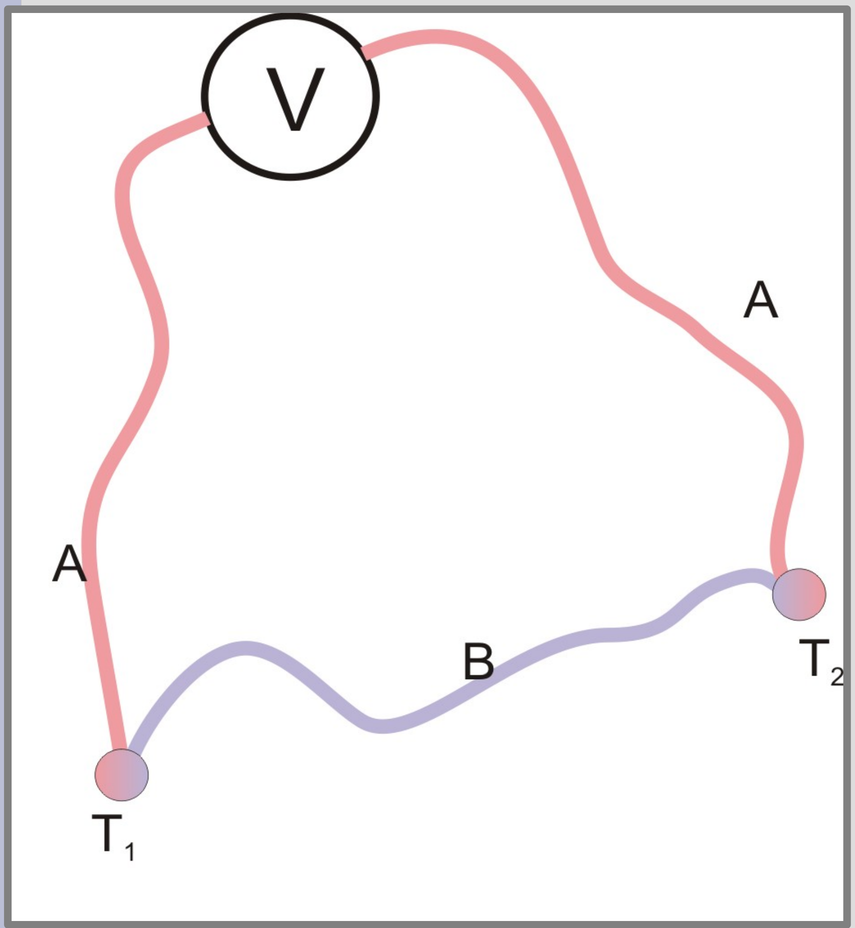
Контактная разность потенциалов

$$e\Delta\phi_{BA} = e(\phi_B - \phi_A) = \mu_B - \mu_A =$$

$$= \mu_0^{(B)}\left(1 - \frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{(\mu_0^{(B)})^2}\right) - \mu_0^{(A)}\left(1 - \frac{\pi^2}{12}\frac{T^2}{(\mu_0^{(A)})^2}\right) =$$

$$= \left(\mu_0^{(B)} - \mu_0^{(A)}\right) + \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{1}{\mu_0^{(A)}} - \frac{1}{\mu_0^{(B)}}\right)T^2$$

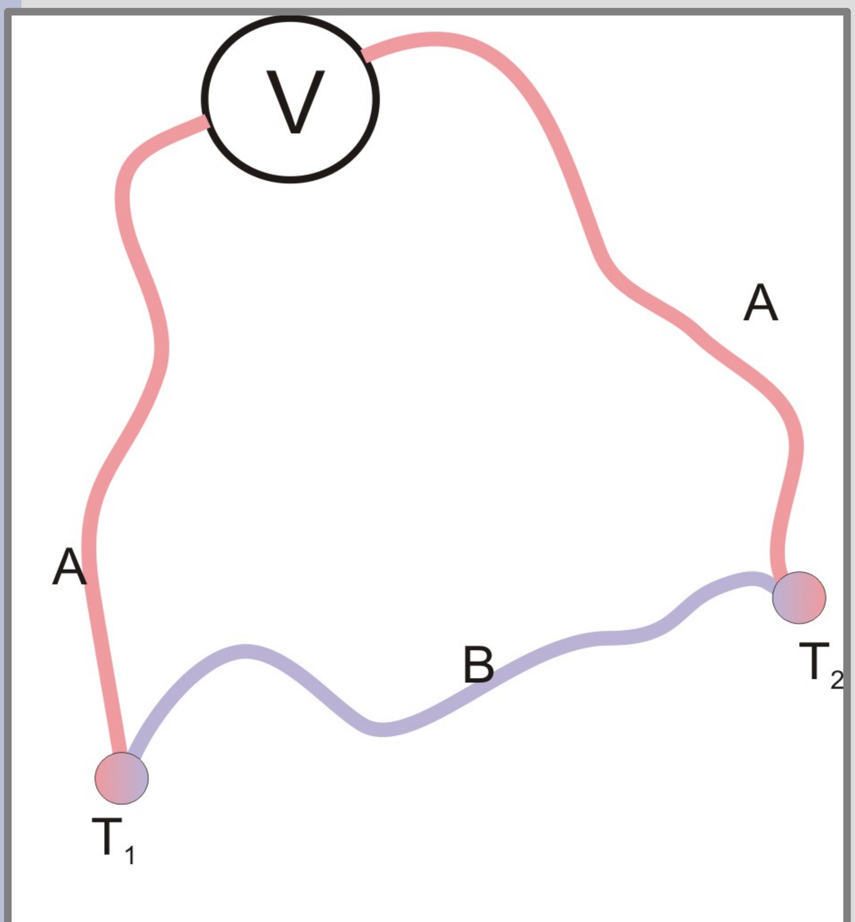
ТермоЭДС



$$e\,\Delta\phi_{BA} = \left(\mu_0^{(B)} - \mu_0^{(A)}\right) + \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{1}{\mu_0^{(A)}} - \frac{1}{\mu_0^{(B)}}\right)T^2$$

$$e\,\Delta\phi_V = \frac{\pi^2}{6}\left(\frac{1}{\mu_0^{(B)}} - \frac{1}{\mu_0^{(A)}}\right)T\,\Delta T$$

ТермоЭДС



$$e\,\Delta\phi_{BA} = \left(\mu_0^{(B)} - \mu_0^{(A)}\right) + \frac{\pi^2}{12}\left(\frac{1}{\mu_0^{(A)}} - \frac{1}{\mu_0^{(B)}}\right)T^2$$

$$e\,\Delta\phi_V = \frac{\pi^2}{6}\left(\frac{1}{\mu_0^{(B)}} - \frac{1}{\mu_0^{(A)}}\right)T\,\Delta T$$

~0.1 1/эВ

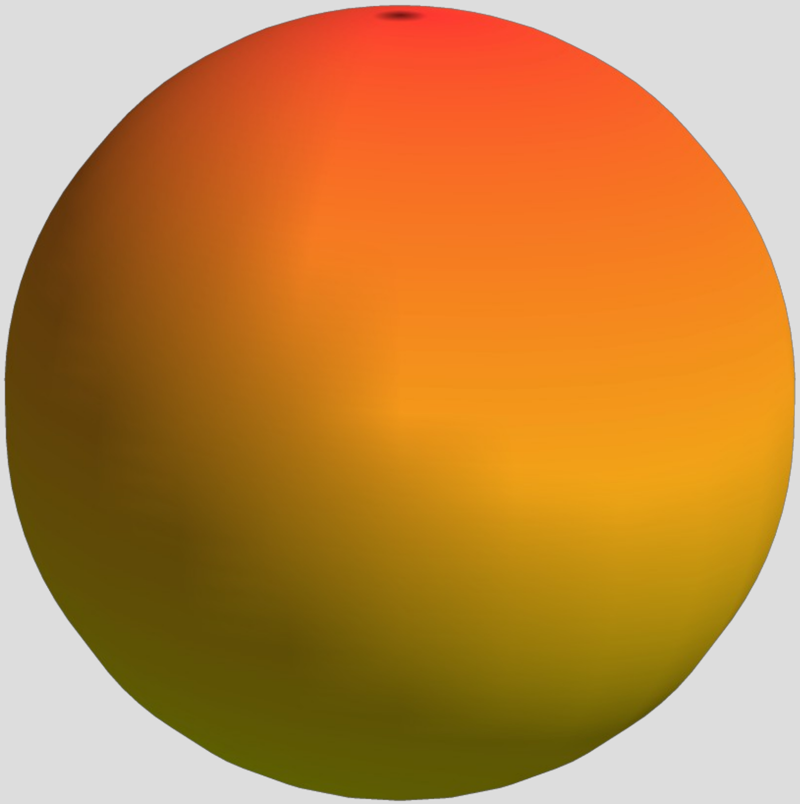
1К=10^{-4}эВ

25 мэВ

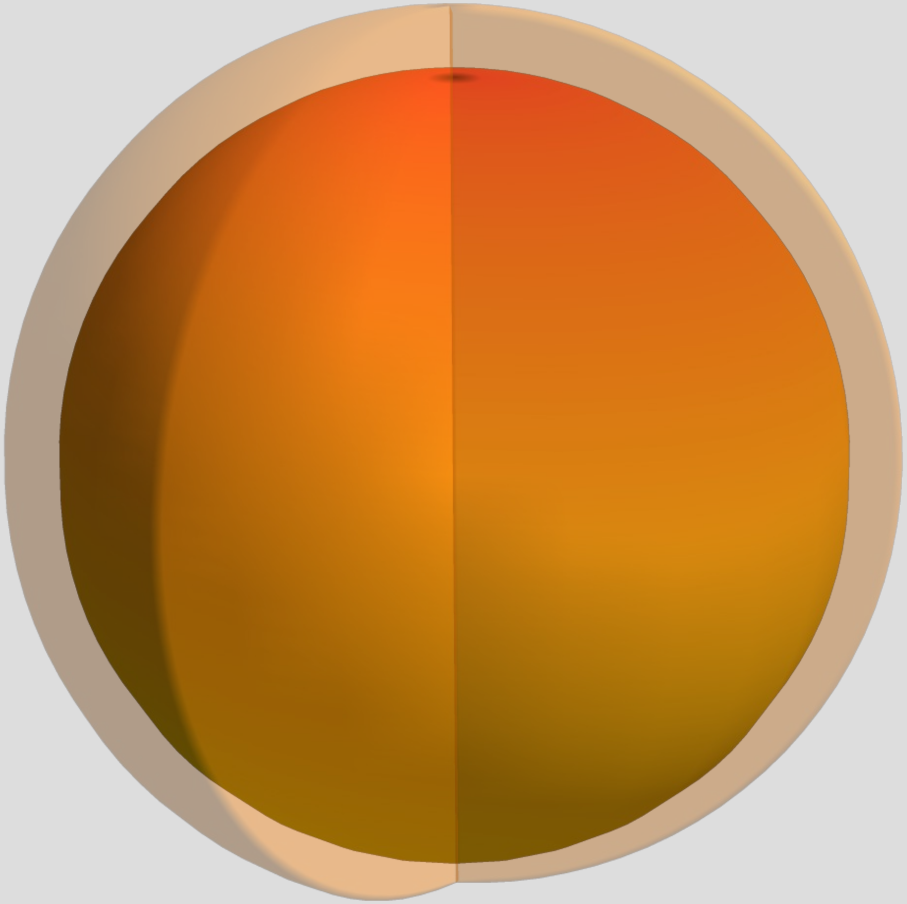
- постоянная термопары: ~ мкВ/К,
- зависит от температуры!
- медь-константан: 43 мкВ/К

Часть 4. Теплоёмкость ферми-газа

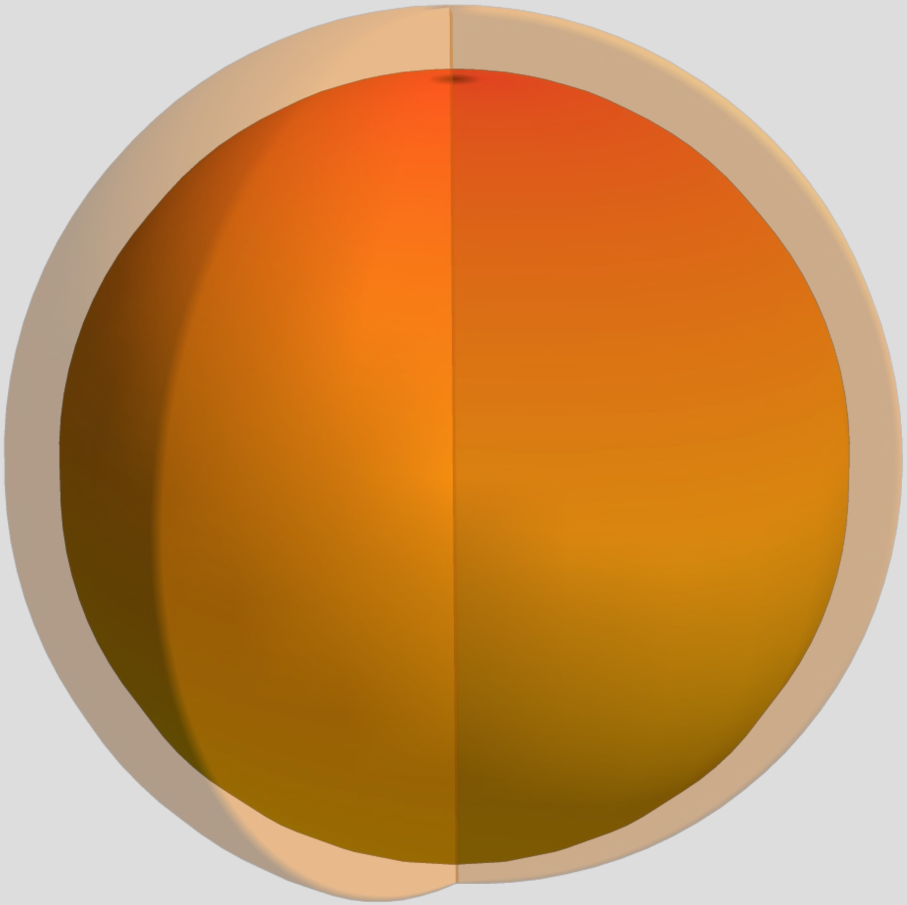
Теплоёмкость вырожденного ферми-газа.



Теплоёмкость вырожденного ферми-газа.



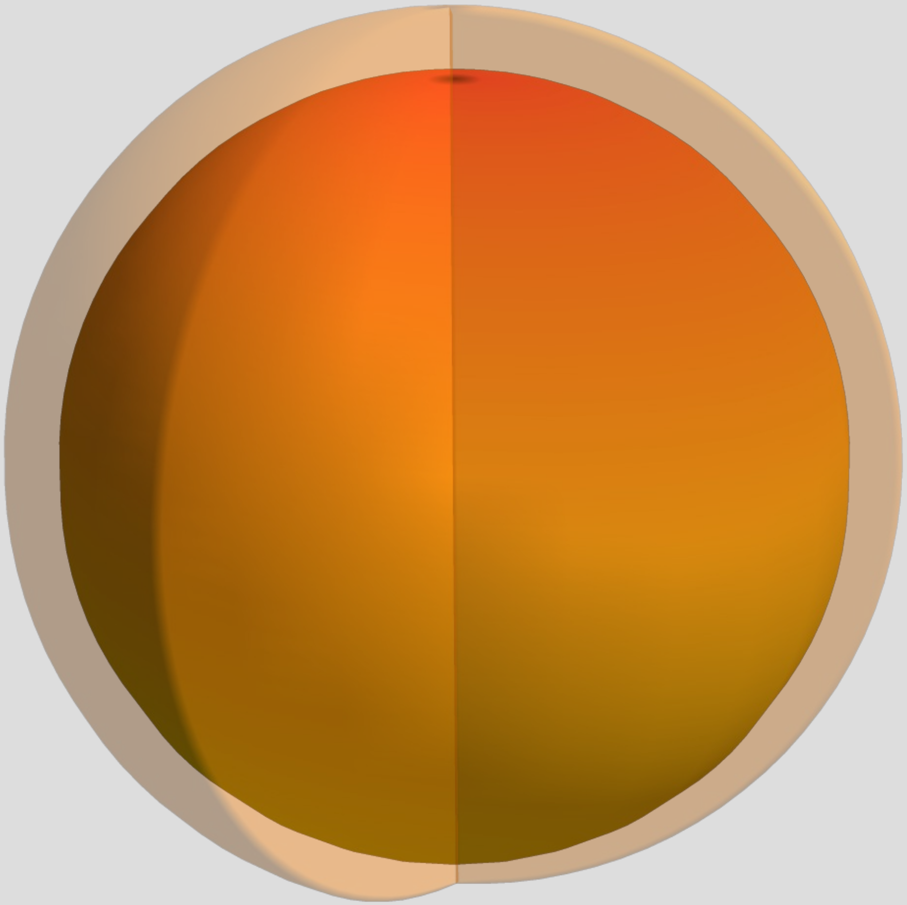
Теплоёмкость вырожденного ферми-газа.



$$\Delta E \simeq T$$

$$D(E_F) = \frac{3N}{2E_F}$$

Теплоёмкость вырожденного ферми-газа.



$$\Delta E \simeq T$$

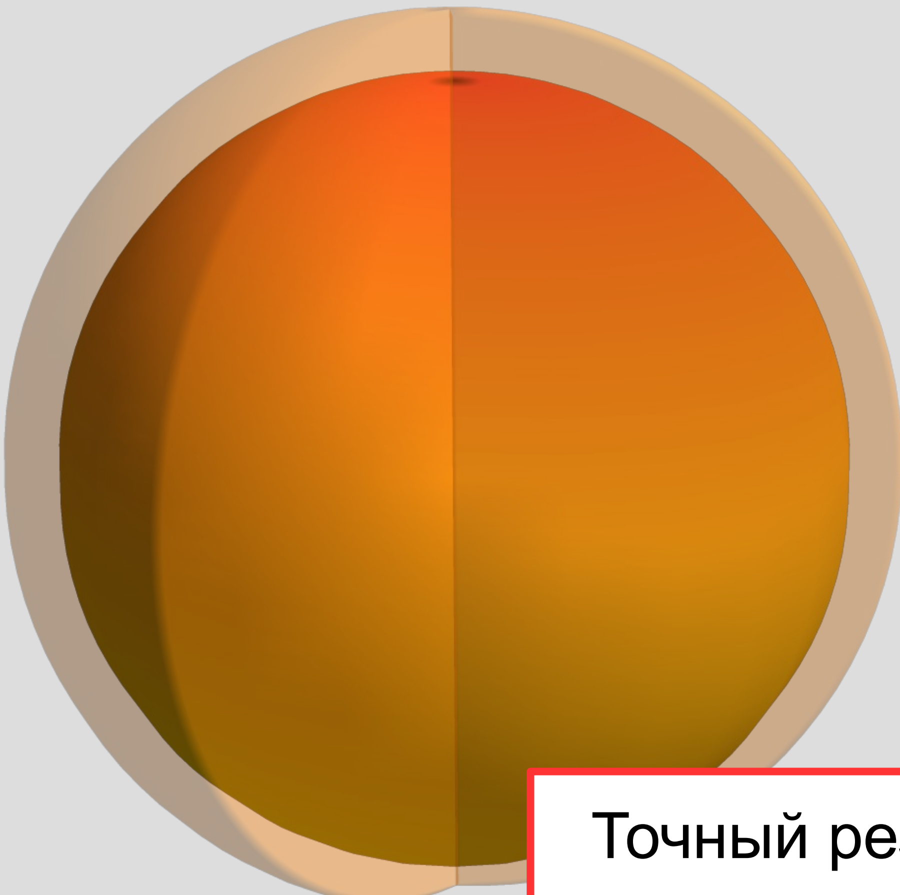
$$D(E_F) = \frac{3N}{2E_F}$$

$$E(T) - E_0 \simeq D(E_F)\,T^2 =$$

$$= \frac{3}{2} N \frac{T^2}{E_F}$$

$$C(T) \simeq k_B \frac{T}{T_F}$$

Теплоёмкость вырожденного ферми-газа.



$$\Delta E \simeq T$$

$$D(E_F) = \frac{3N}{2E_F}$$

$$E(T) - E_0 \simeq D(E_F)\,T^2 =$$

$$= \frac{3}{2} N \frac{T^2}{E_F}$$

$$\simeq k_B \frac{T}{T_F}$$

Точный результат

$$C = \frac{\pi^2}{2} N \frac{k_B^2 T}{E_F} = \frac{\pi^2}{3} D(E_F)\, k_B^2 T$$

Связь теплоёмкости с массой частицы.

$$C=\frac{\pi^2}{2}N\frac{k_B^2T}{E_F}=\frac{\pi^2}{3}D(E_F)k_B^2T$$

$$C_\mu=\frac{\pi^2}{2}R\frac{k_BT}{E_F}=\pi^2Rm\frac{k_BT}{\hbar^2(3\pi^2n)^{2/3}}=\gamma T$$

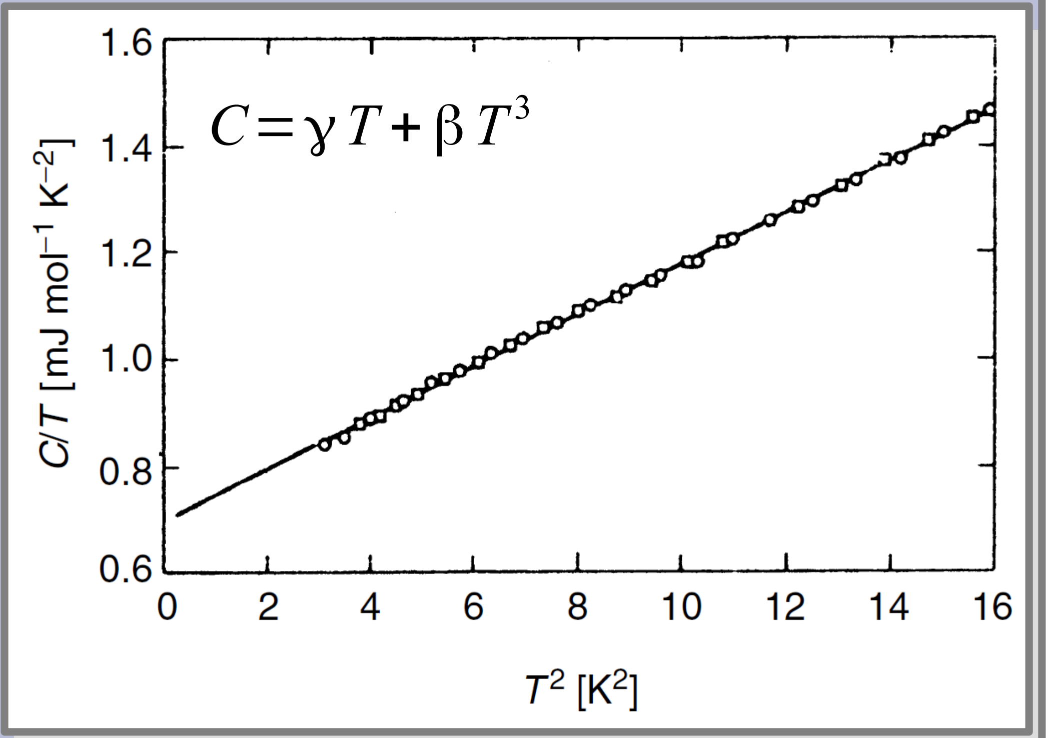
Связь теплоёмкости с массой частицы.

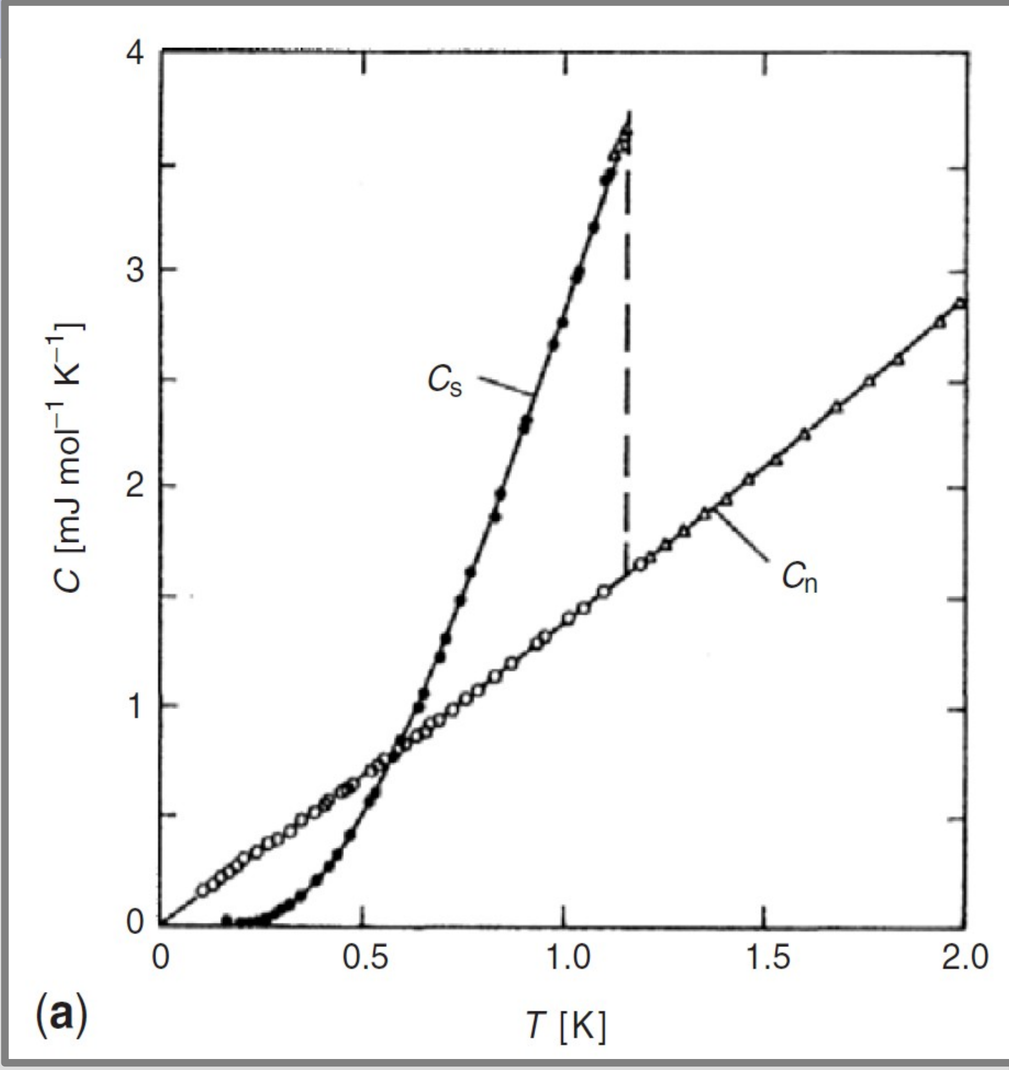
$$C = \frac{\pi^2}{2} N \frac{k_B^2 T}{E_F} = \frac{\pi^2}{3} D(E_F) k_B^2 T$$

$$C_\mu = \frac{\pi^2}{2} R \frac{k_B T}{E_F} = \pi^2 R m \frac{k_B T}{\hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3}} = \gamma T$$

$$\frac{m^*}{m_0} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{k_B m_0} \times \frac{\gamma}{R}$$

Теплоёмкости металлов.

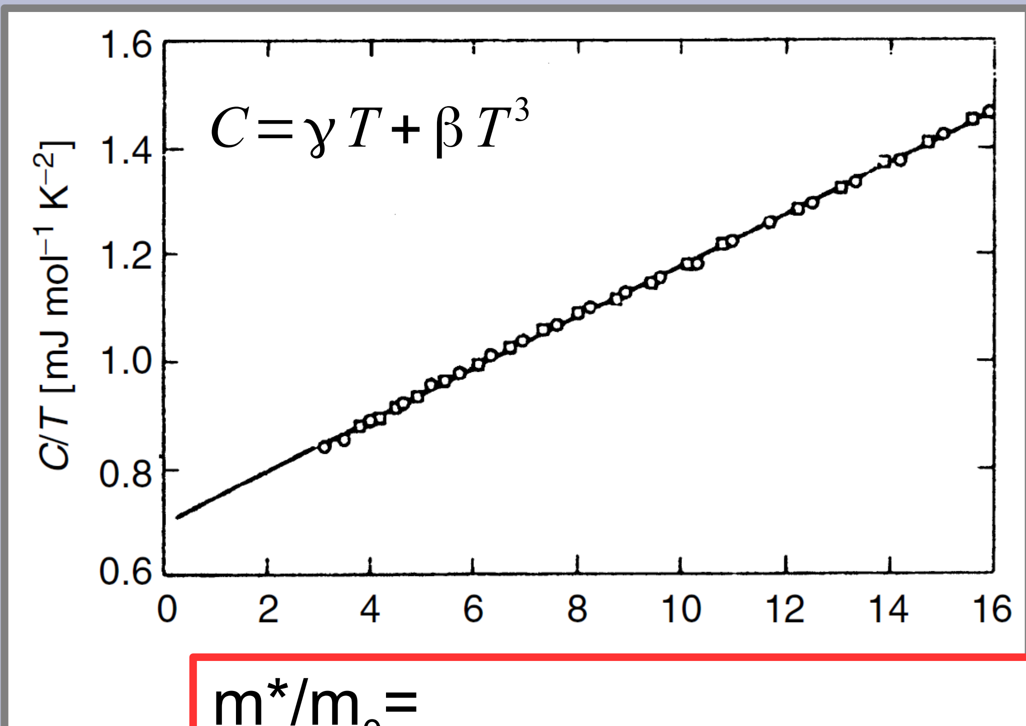


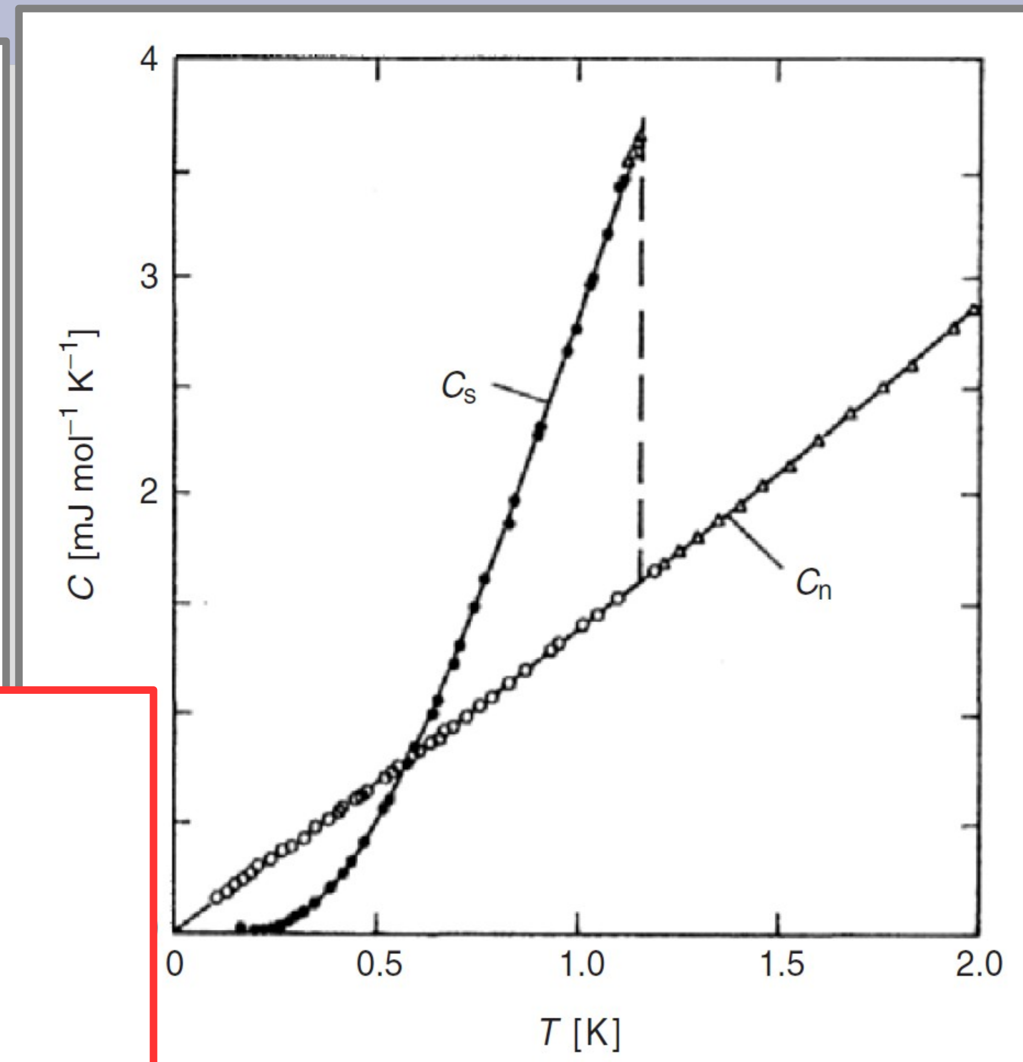


Слева: теплоёмкость меди при низких температурах.
Справа: теплоёмкость алюминия в нормальной и сверхпроводящей фазах (для измерения в нормальной фазе переход в сверхпроводящее состояние подавлялся магнитным полем).

F.Pobell, Matter and Methods at Low Tempertaures, 2007

Теплоёмкости металлов.





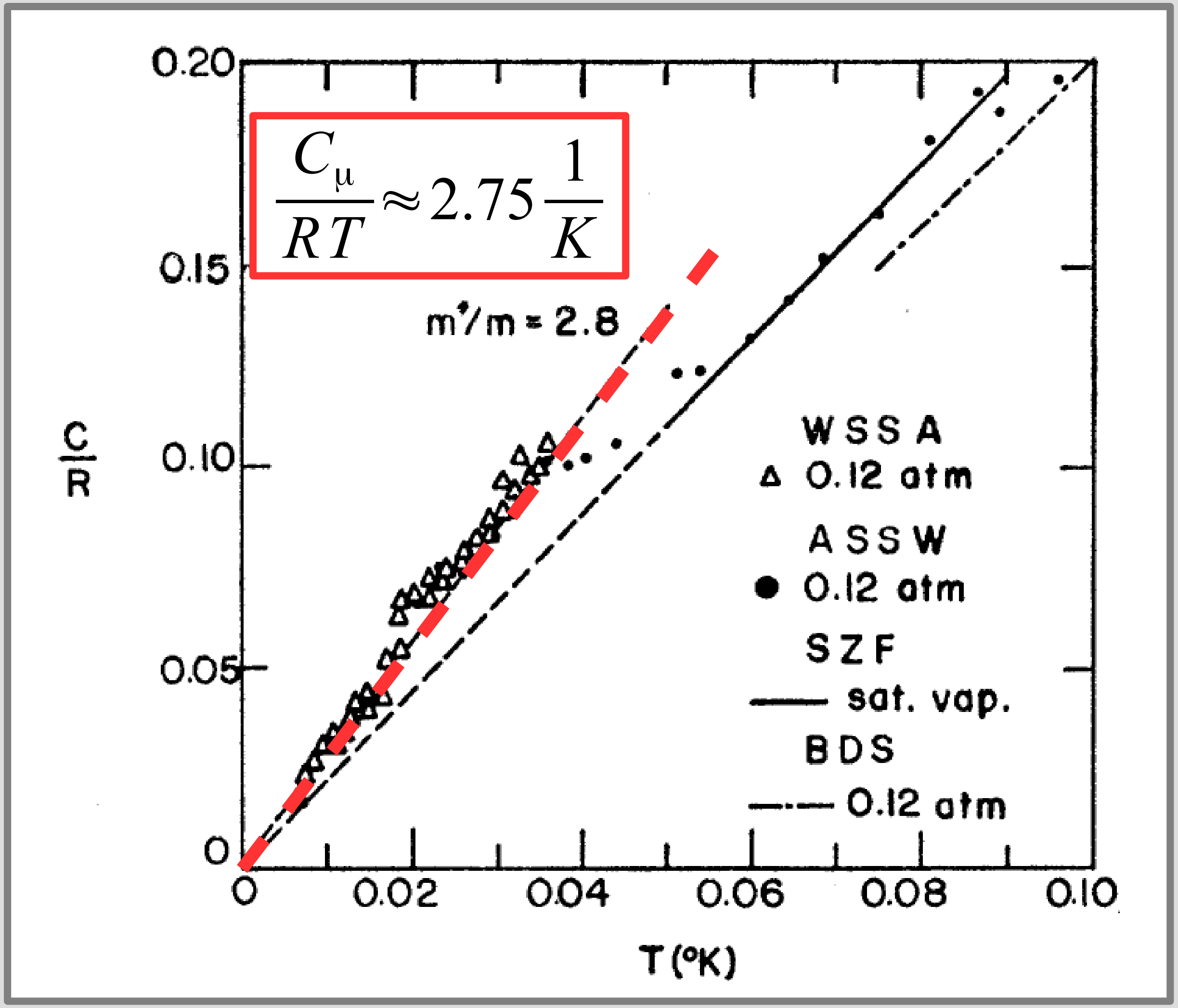
$m^*/m_0=$

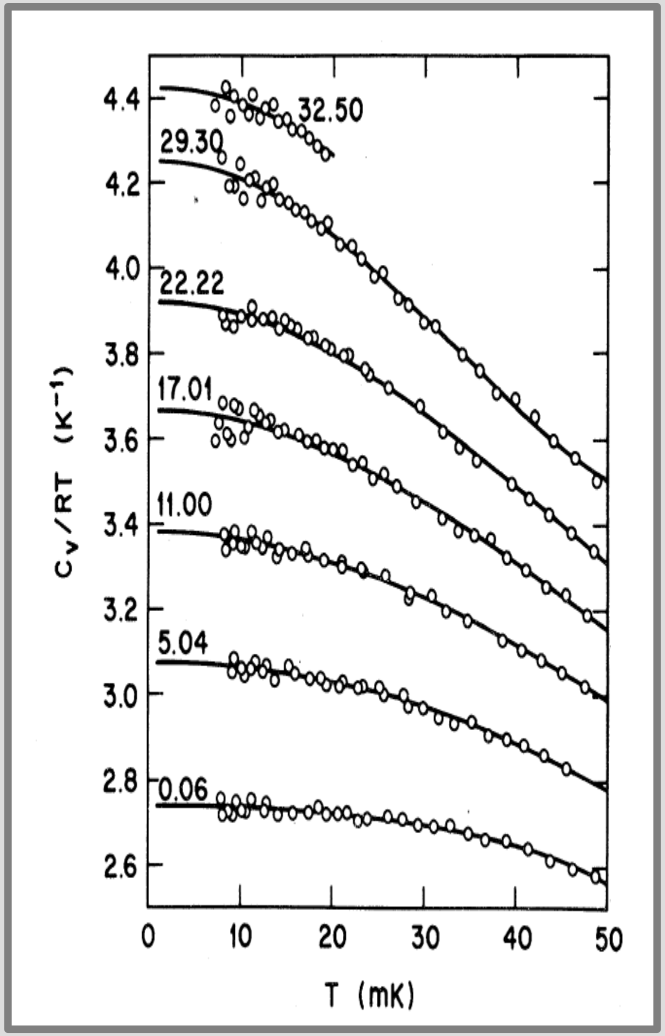
для меди 1.37,
для золота 1.08,
для серебра 0.995,
для алюминия 4.45

Слева: те
Справа: т
сверхпро
фазе пер
подавлял

F.Pobell, Matter and Methods at Low Tempertaures, 2007

Теплоёмкость жидкого гелия-3





Гелий-3: эффект Померанчука.

$$\boxed{\frac{dP}{dT}=\frac{S_1-S_2}{V_1-V_2}}$$

Гелий-3: эффект Померанчука.

$$\frac{dP}{dT}=\frac{S_1-S_2}{V_1-V_2}$$

твёрдая фаза выше 10мК

$$S=\ln(2S+1)=\ln 2\approx 0.69$$

Гелий-3: эффект Померанчука.

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2}$$

твёрдая фаза выше 10мК

$$S = \ln(2\mathrm{S} + 1) = \ln 2 \approx 0.69$$

жидкая фаза

$$S(T') = \int_0^{T'} \frac{C}{T}\, dT$$

$$\frac{C_\mu}{RT} \approx 2.75 \frac{1}{K}$$

$$\Rightarrow \quad S(T) \approx 2.75\, T$$

Гелий-3: эффект Померанчука.

$$\frac{dP}{dT}=\frac{S_1-S_2}{V_1-V_2}$$

твёрдая фаза выше 10мК

$$S=\ln(2S+1)=\ln 2\approx 0.69$$

При T<0.25K энтропия жидкой фазы меньше энтропии твёрдой фазы! Кривая плавления должна менять наклон....

жидкая фаза

$$S(T')=\int_0^{T'}\frac{C}{T}dT$$

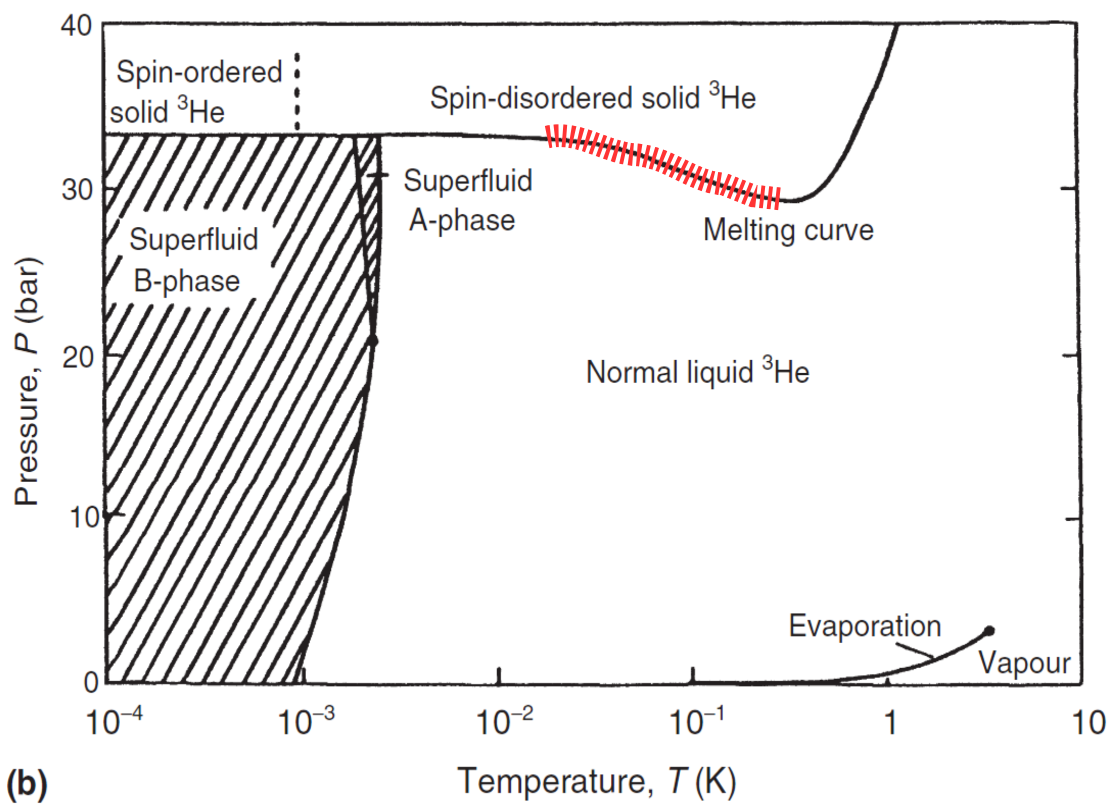
$$\frac{C_\mu}{RT}\approx 2.75\frac{1}{K}$$

$$\Rightarrow S(T)\approx 2.75\,T$$

Гелий-3: эффект Померанчука.

$$\frac{dP}{dT} = \frac{S_1 - S_2}{V_1 - V_2}$$

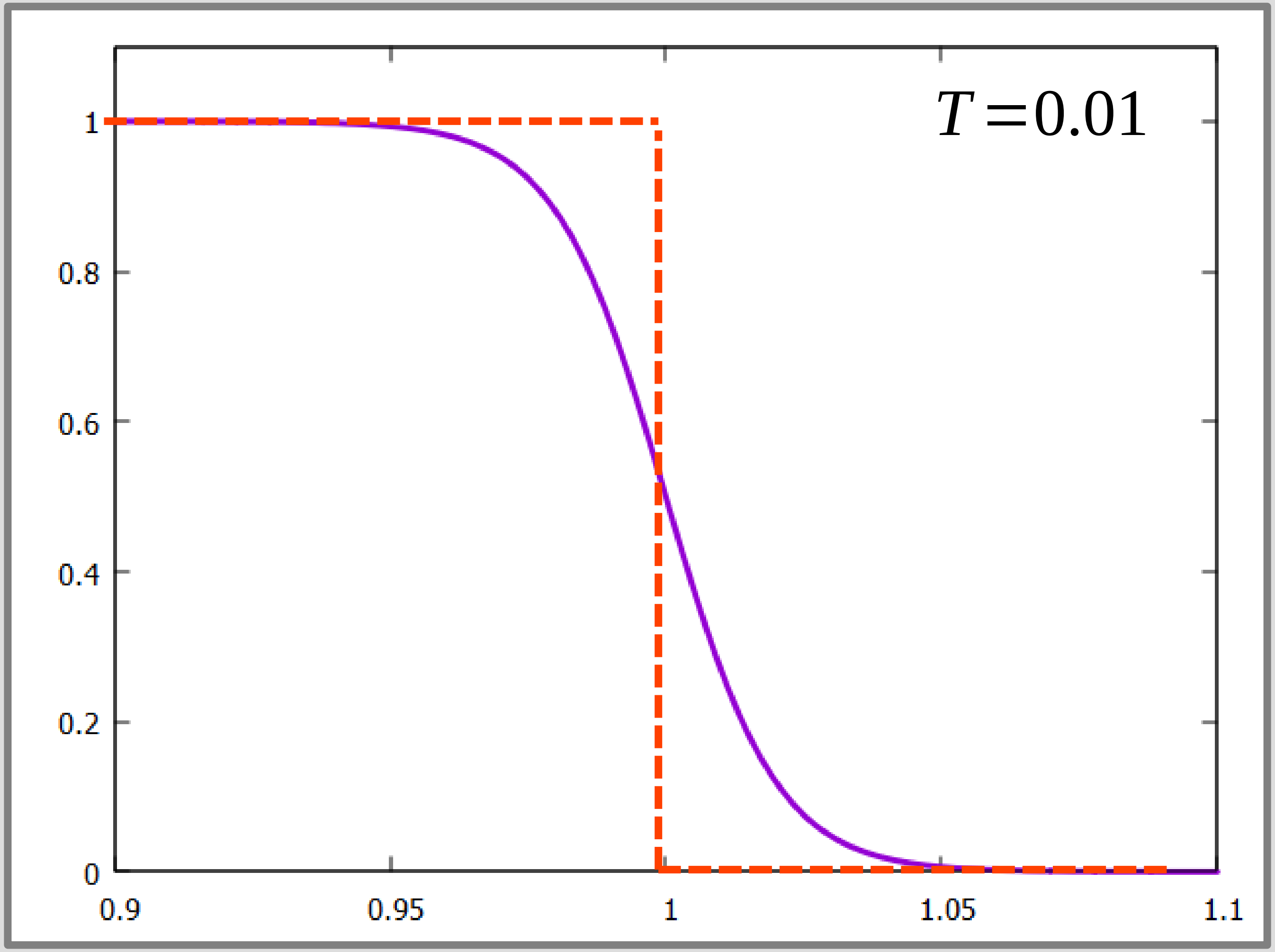
При T<0.25K энтропия
фазы меньше
твёрдой фазы!
авления должна
ь наклон....



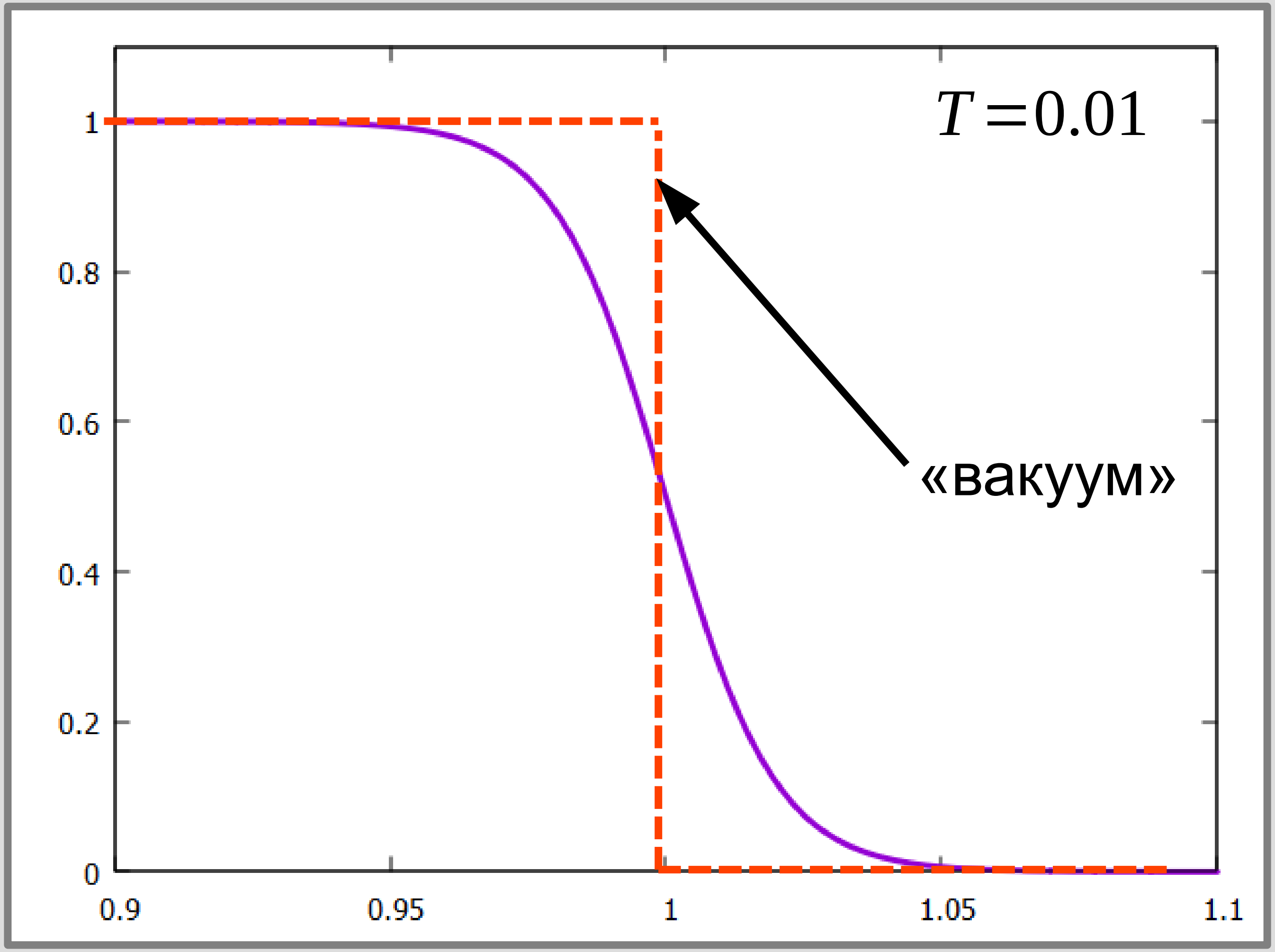
(b)

Часть 5. Квазичастичное описание вырожденной ферми-системы

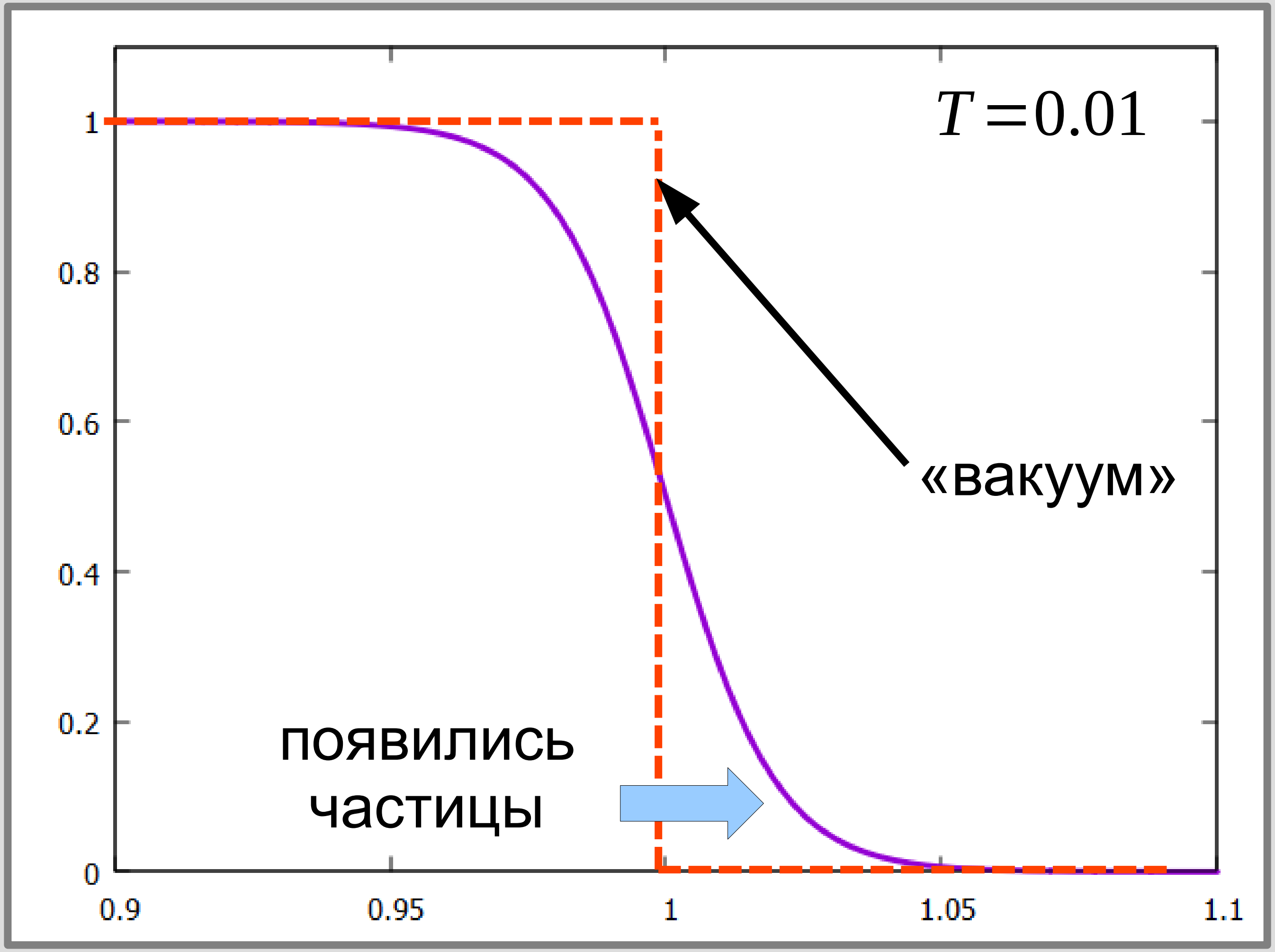
Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.



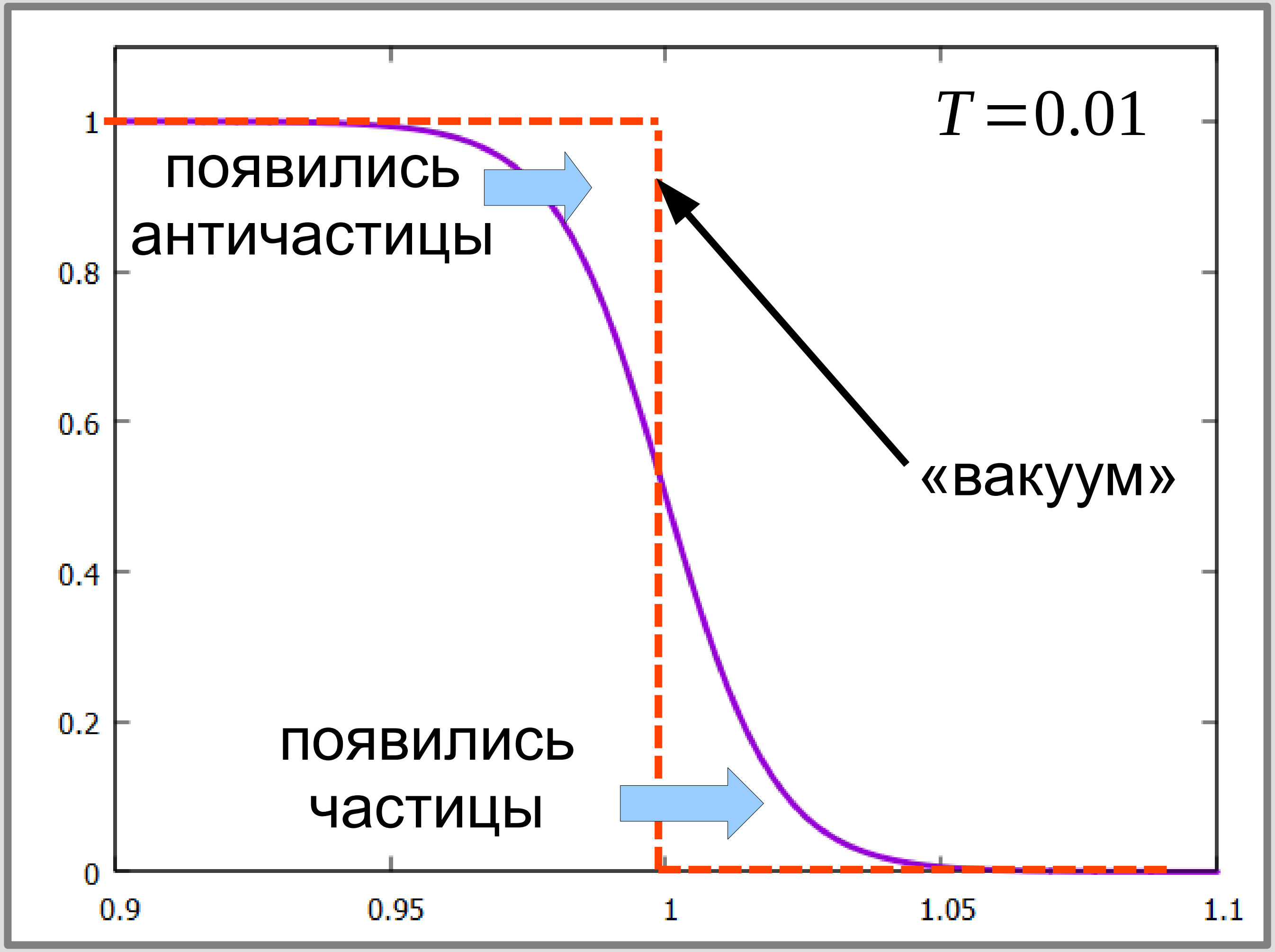
Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.



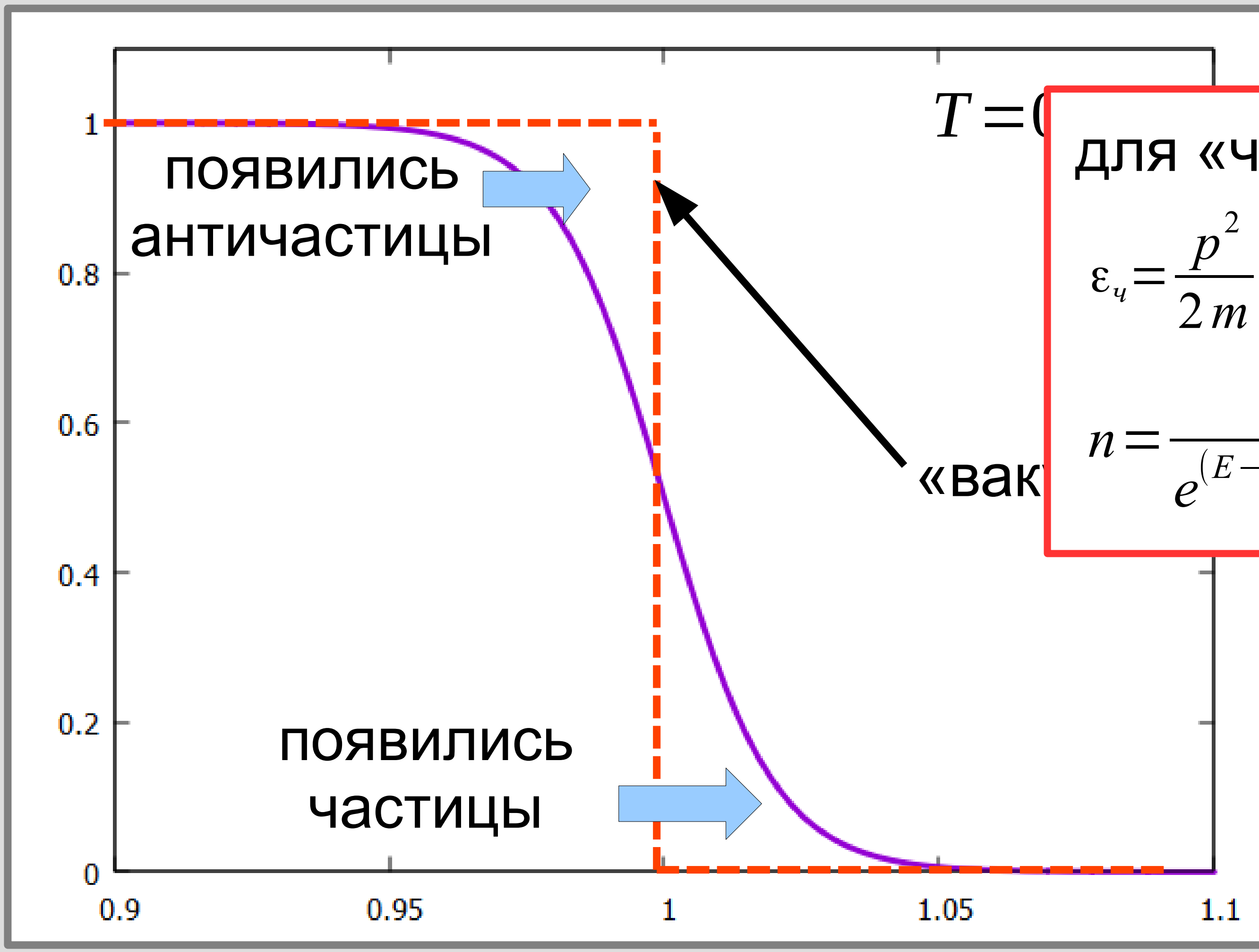
Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.



Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.



Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.

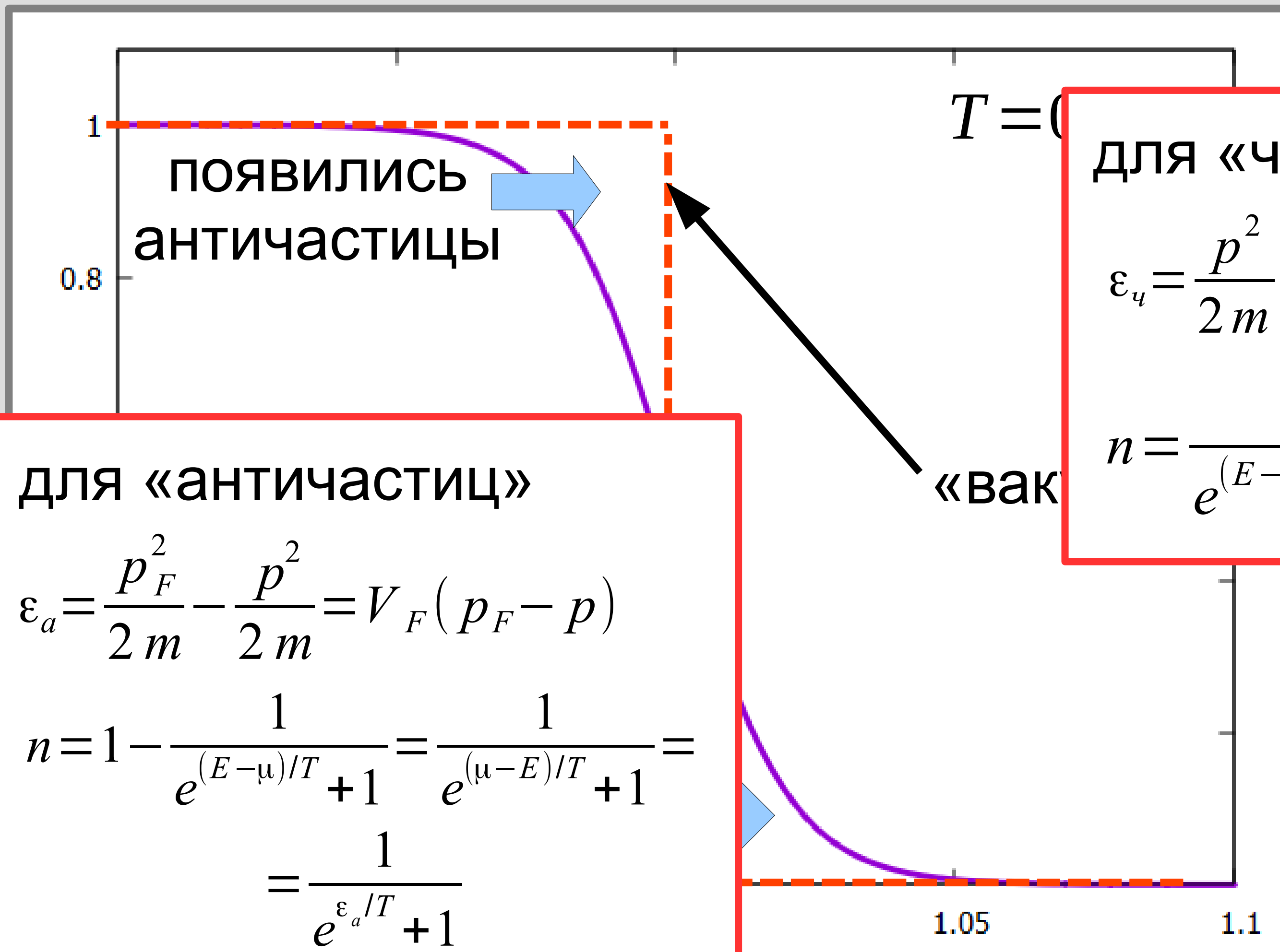


для «частиц»

$$\varepsilon_ч = \frac{p^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m} = V_F(p - p_F)$$

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} = \frac{1}{e^{\varepsilon_ч/T} + 1}$$

Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.



для «частиц»

$$\varepsilon_ч = \frac{p^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m} = V_F(p - p_F)$$

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} = \frac{1}{e^{\varepsilon_ч/T} + 1}$$

для «античастиц»

$$\varepsilon_a = \frac{p_F^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = V_F(p_F - p)$$

$$n = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} = \frac{1}{e^{(\mu-E)/T} + 1} = \frac{1}{e^{\varepsilon_a/T} + 1}$$

Представление об элементарных возбуждениях ферми-системы.

для «частиц»

$$\varepsilon_ч = \frac{p^2}{2m} - \frac{p_F^2}{2m} = V_F(p - p_F)$$

$$n = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} = \frac{1}{e^{\varepsilon_ч/T} + 1}$$

для «античастиц»

$$\varepsilon_a = \frac{p_F^2}{2m} - \frac{p^2}{2m} = V_F(p_F - p)$$

$$n = 1 - \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1} = \frac{1}{e^{(\mu-E)/T} + 1} = \frac{1}{e^{\varepsilon_a/T} + 1}$$

У «частиц» и «античастиц» фермиевская статистика с нулевым химпотенциалом

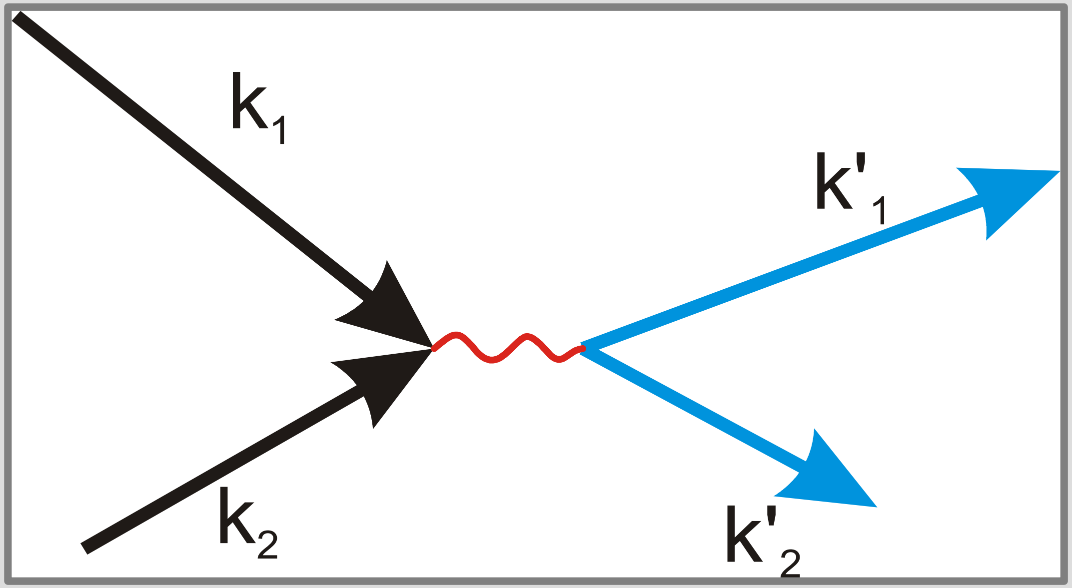
Вычисление теплоёмкости на языке элементарных возбуждений

$$E = 2\int_0^\infty \varepsilon\, n(\varepsilon)\, D(\varepsilon)\, d\varepsilon$$

$$C = \frac{dE}{dT} = 2D(E_F)\int_0^\infty \varepsilon \frac{\partial n(\varepsilon)}{\partial T}\, d\varepsilon = 2T\, D(E_F)\int_0^\infty \frac{x^2 e^x\, dx}{(e^x+1)^2} =$$

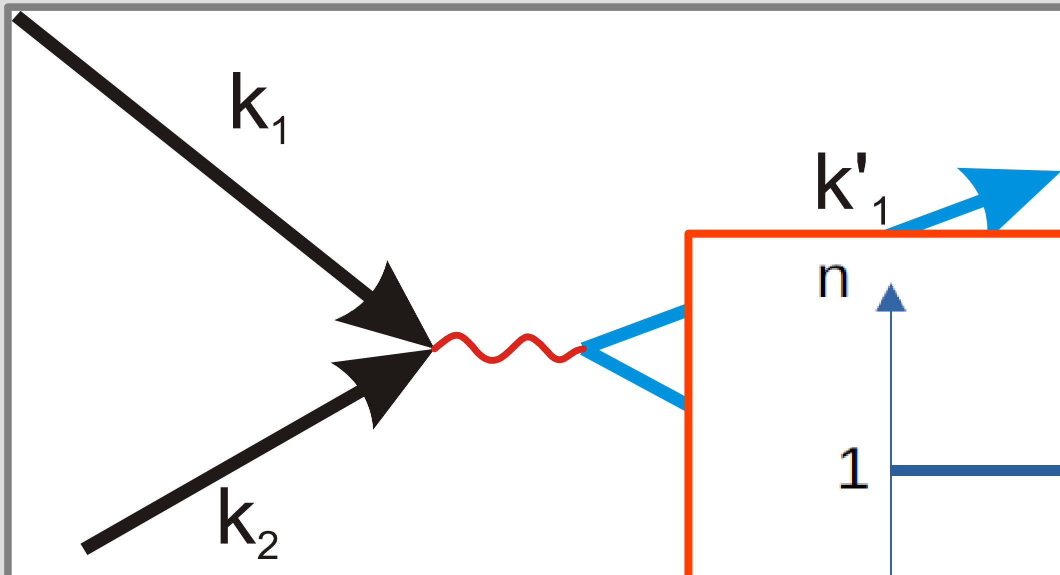
$$= 4\mathrm{T}\, D(E_F)\int_0^\infty \frac{\xi^2}{ch^2\xi}\, d\xi = \frac{\pi^2}{3} D(E_F)\, T$$

Взаимодействие в ферми-системах.

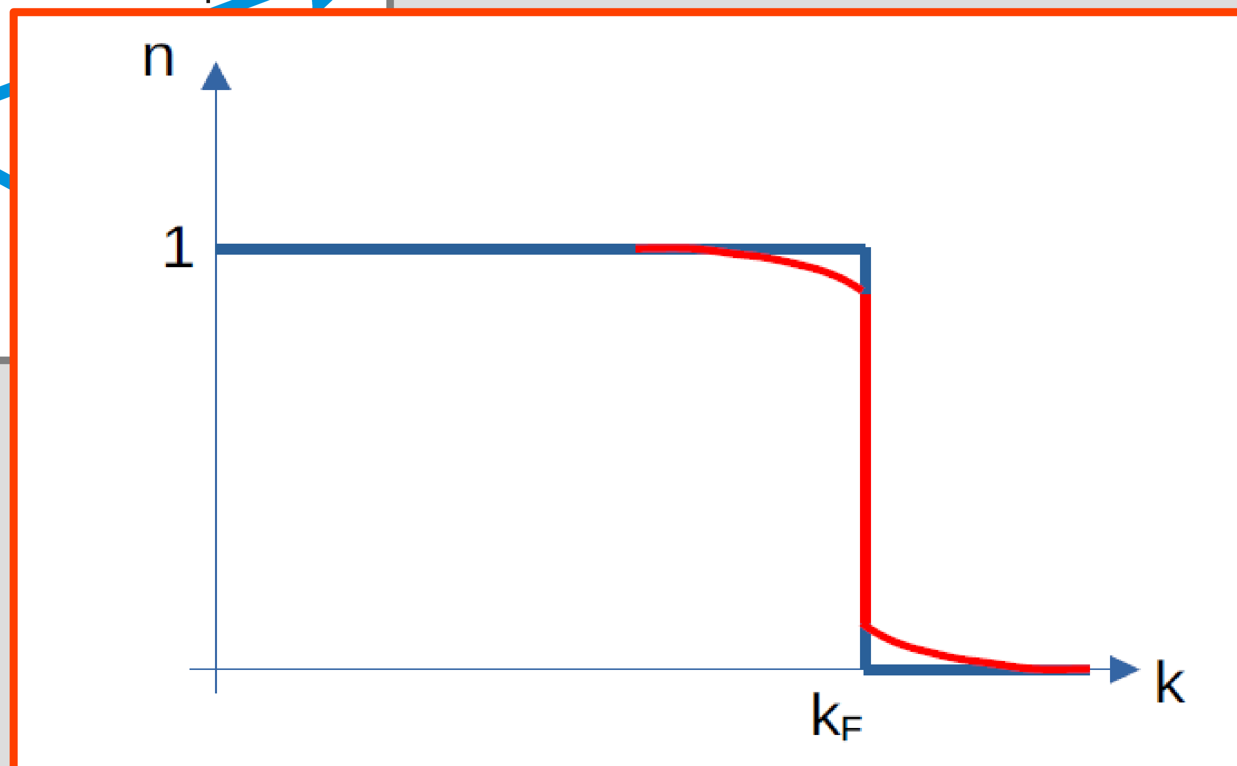


$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}\,'_1 + \vec{k}\,'_2$$

Взаимодействие в ферми-системах.



$$\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}\,'_1 + \vec{k}\,'_2$$

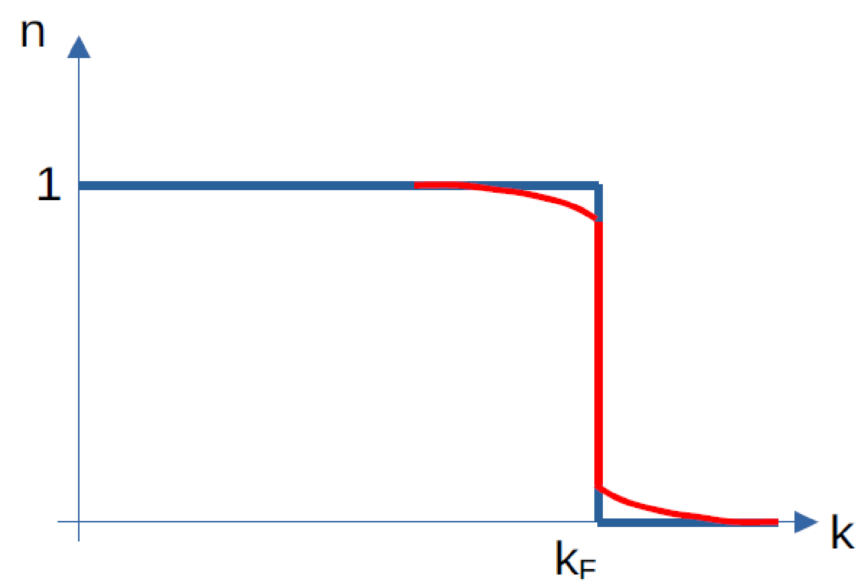


Критерий идеальности ферми-газа

$$U \ll E_F$$

$$\frac{e^2}{a} \sim e^2 n^{1/3} \ll E_F \sim \frac{\hbar^2}{m} n^{2/3}$$

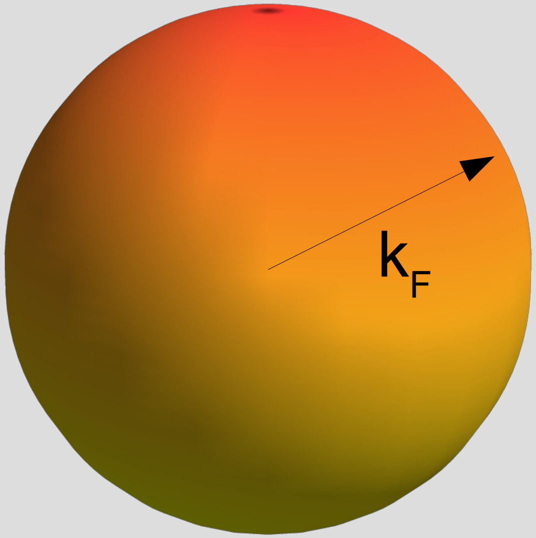
$$n \gg \left(\frac{e^2 m}{\hbar^2} \right)^3 \sim 10^{24} \, 1/см^3$$



Главное на лекции

- Фермиевские импульс и энергия
- Теплоёмкость ферми газа
- Эффективная масса частицы
- Квазичастицы

$$\boxed{k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}}$$



$$\boxed{C = \frac{\pi^2}{2} N \frac{k_B^2 T}{E_F} = \frac{\pi^2}{3} D(E_F) k_B^2 T}$$

$$\boxed{\frac{m^*}{m_0} = \left(\frac{3}{\pi}\right)^{2/3} \frac{\hbar^2 n^{2/3}}{k_B m_0} \times \frac{\gamma}{R}}$$