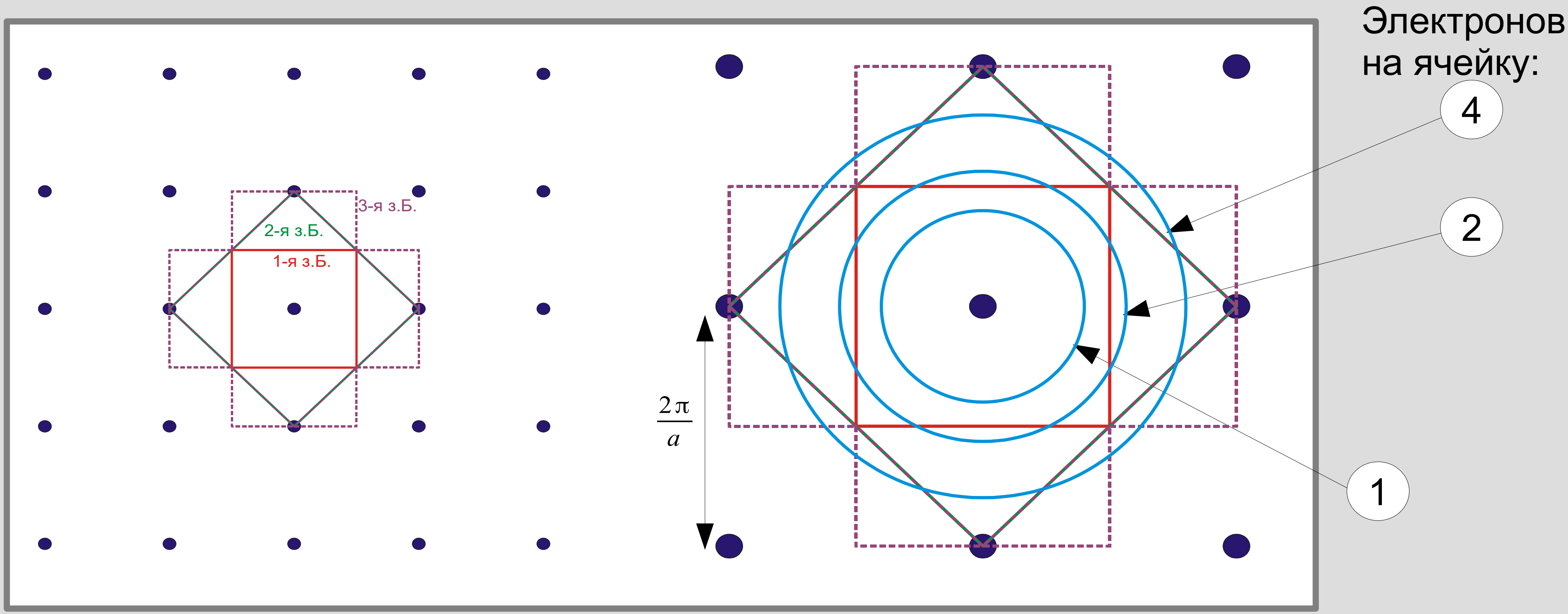
К лекции 4. Немного о ферми-поверхностях реальных металлов

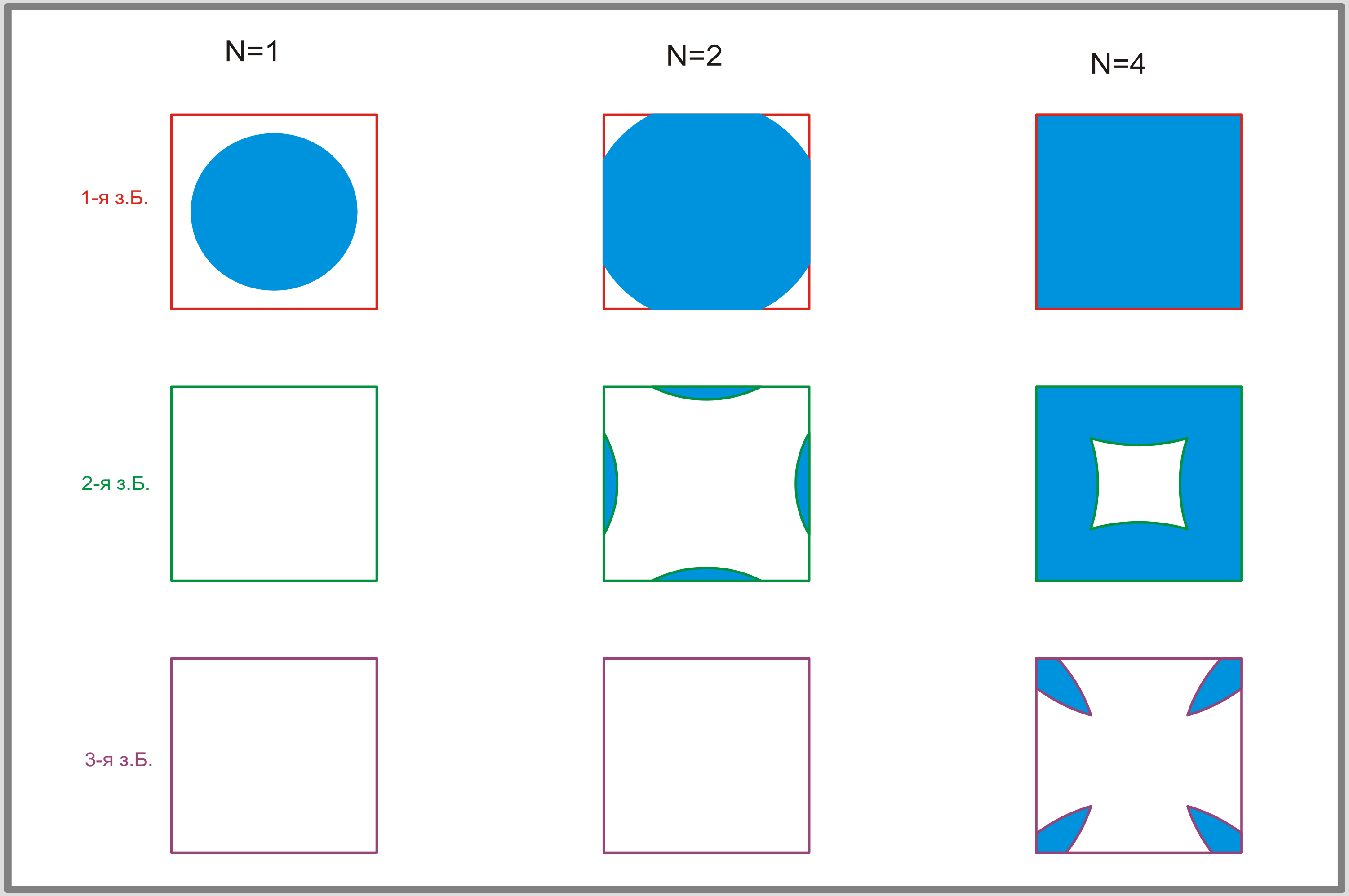
Построение поверхности Ферми для металла. Модель свободных электронов.



Слева: обратная решётка для двумерной квадратной решётки и построение нескольких первых зон Бриллюэна. Справа: фрагмент обратной решётки и окружности радиуса для случая одного, двух и четырёх электронов на элементарную ячейку.

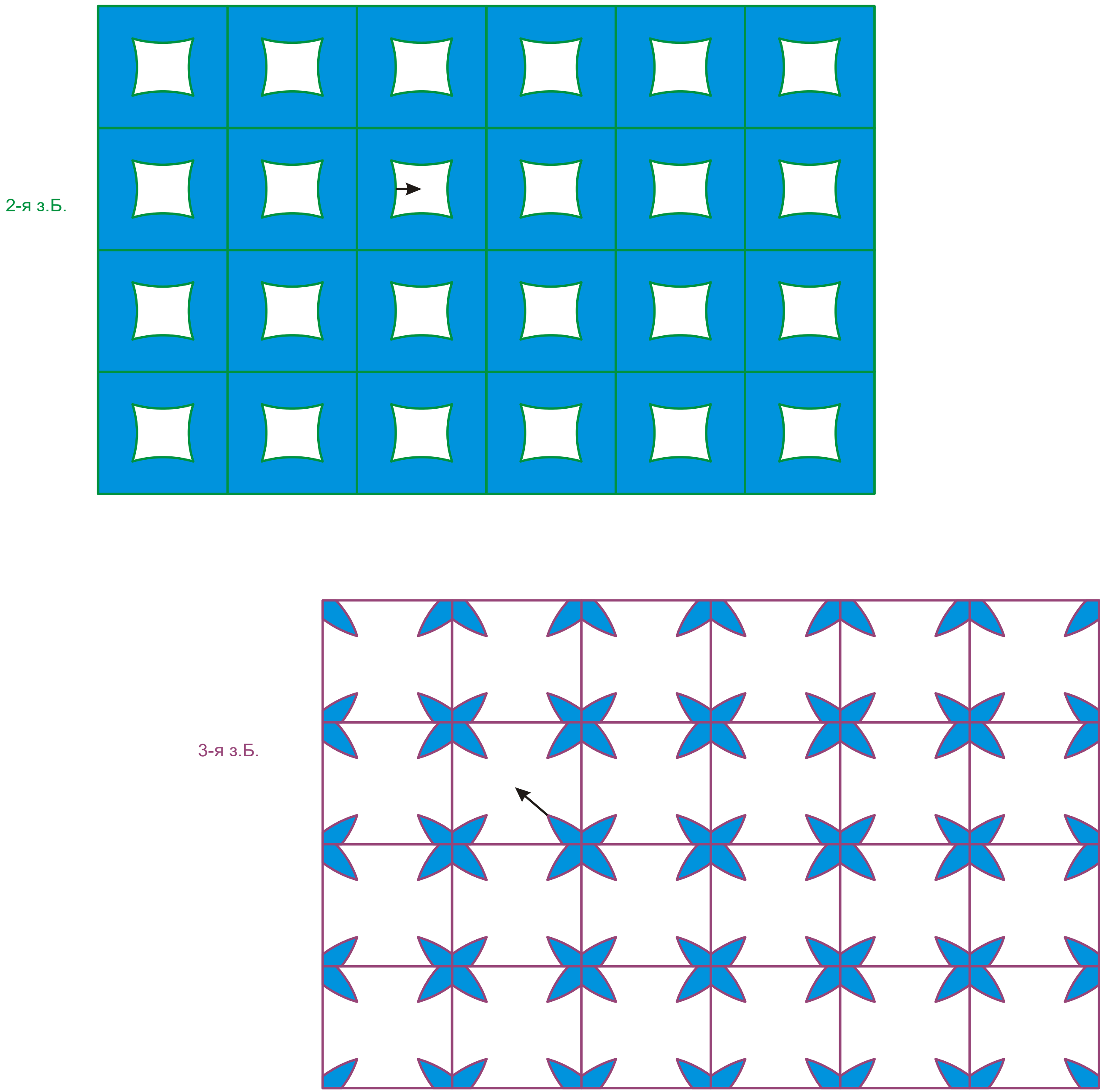
$$\text{2D:} \quad k_F = \sqrt{2\pi n} = \frac{\sqrt{2\pi N}}{a}$$

Построение поверхности Ферми для металла. Модель свободных электронов.



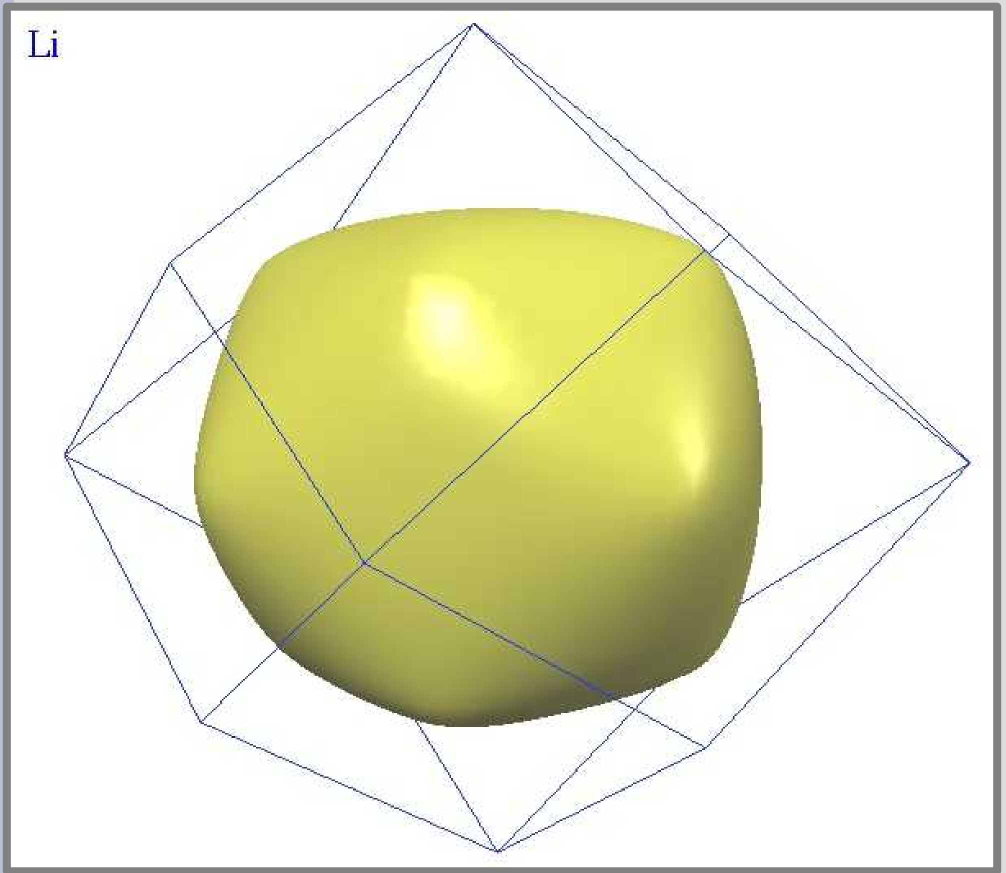
Поверхность Ферми для свободных электронов в схеме приведённых зон для двумерной простой квадратной решётки для разного числа электронов на элементарную ячейку. Заливкой показаны занятые состояния.

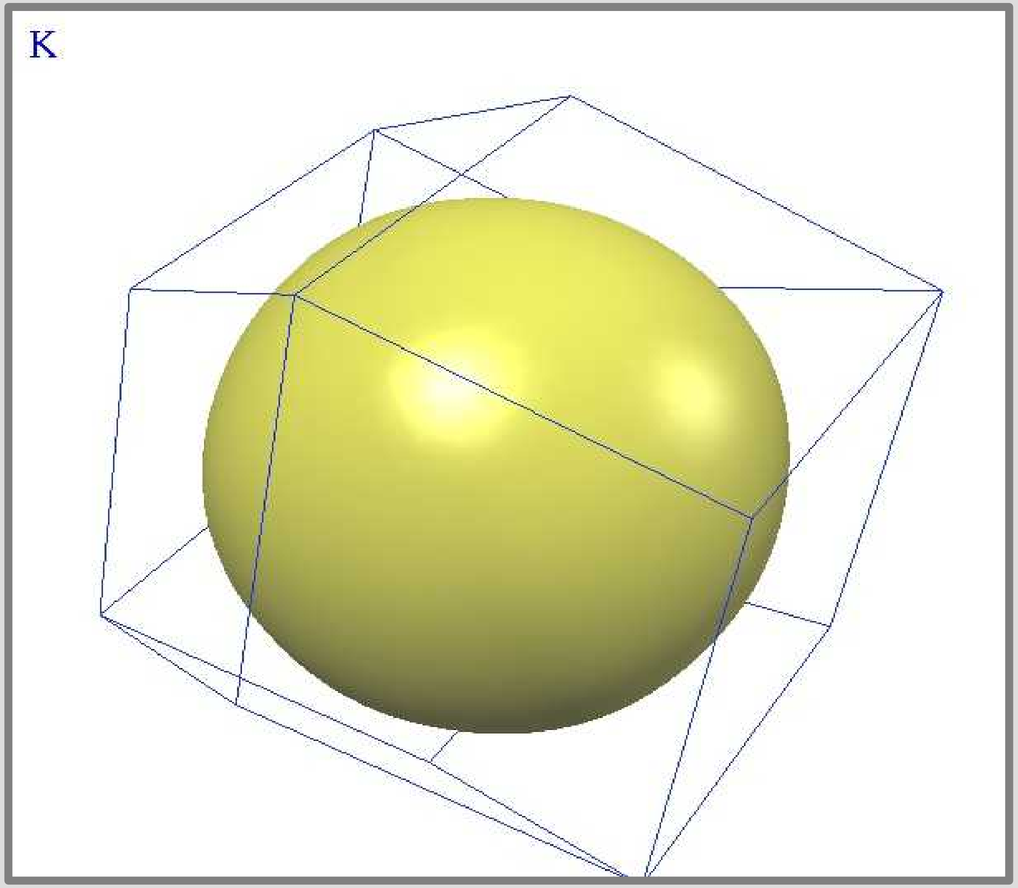
Построение поверхности Ферми для электронов.



Поверхность Ферми в модели свободных электронов в представлении периодической зонной схемы для второй и третьей зон Бриллюэна в модели двумерной простой квадратной решётки с четырьмя электронами на элементарную ячейку. Стрелки показывают направление роста энергии. Заливкой показаны занятые состояния.

Примеры поверхностей Ферми. Щелочные металлы.





Ферми-поверхности лития (слева) и калия (справа). Тонкими линиями показаны границы первой зоны Бриллюэна.
http://www.phys.ufl.edu/fermisurface/

Примеры ферми-поверхностей. Cu, Au, Ag.

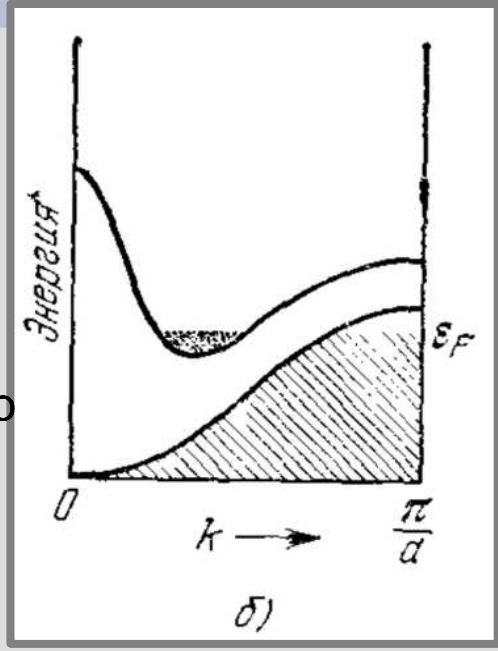
Слева: Модель ферми-поверхности меди из музея Кавендишской лаборатории. Стеклянный многогранник показывает границы первой зоны Бриллюэна. Справа: соединение ферми-поверхностей в периодической зонной схеме. Модель из музея Кавендишской лаборатории.

http://www-outreach.phy.cam.ac.uk/camphy/museum/area7/tour.htm

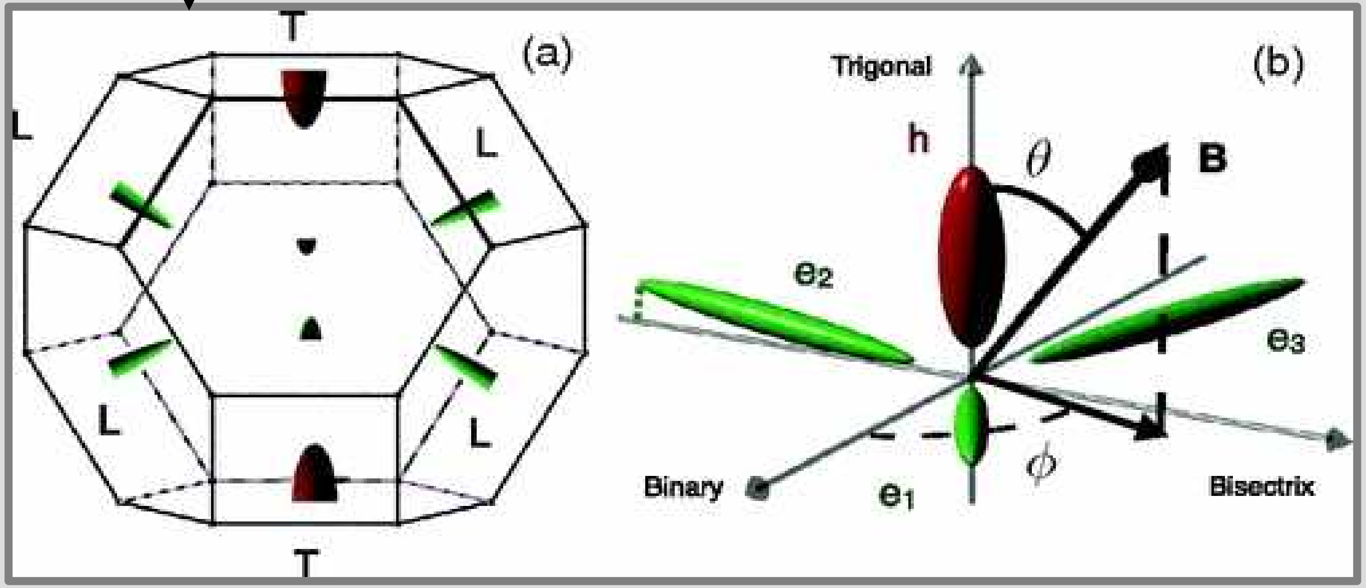
Только электроны на ферми-поверхности «за всё в ответе».

«Экзотика»

алюминий: 3 электрона, первая зона Бриллюэна заполнена полностью, во второй *незаполненная* область выглядит вот так

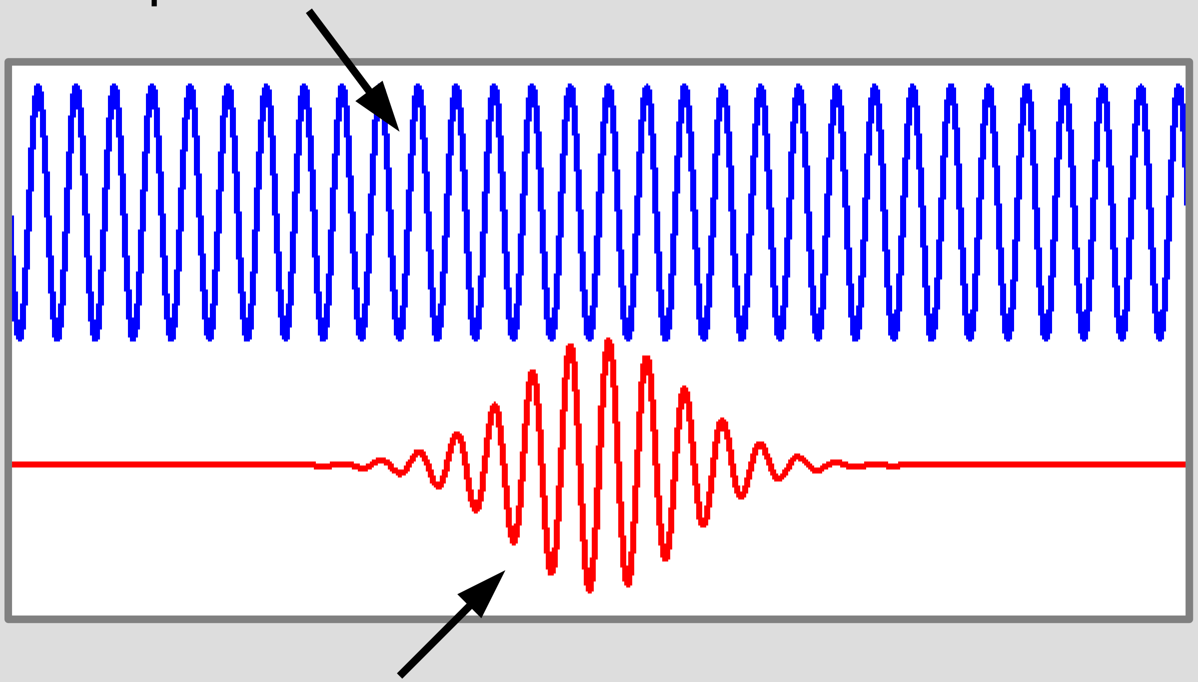


полуметалл висмут — сильно анизотропная поверхность, несколько электронных «карманов»

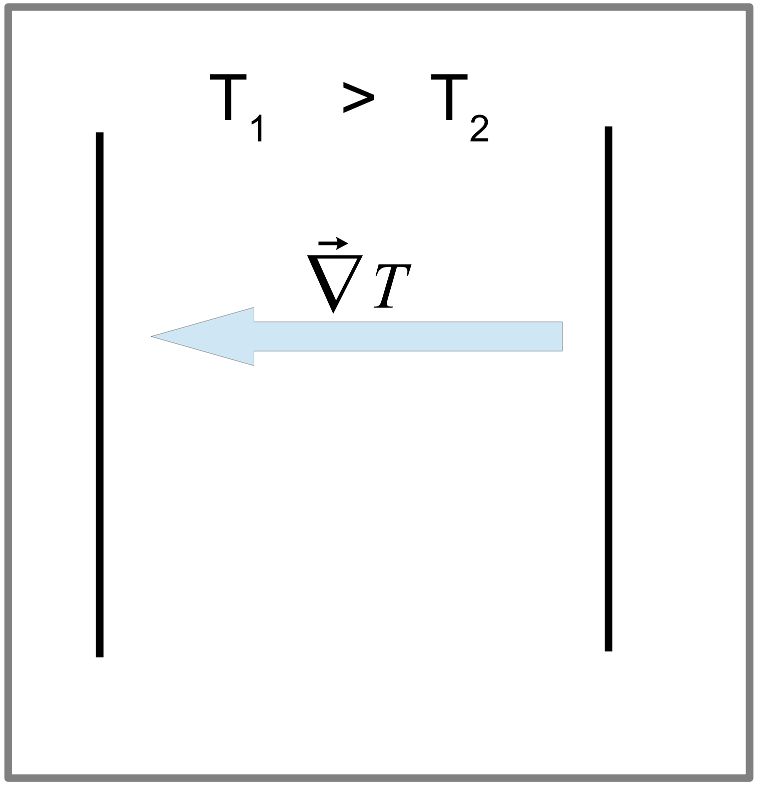


Лекция 5. Тепловой и электрический транспорт в диэлектриках и металлах.

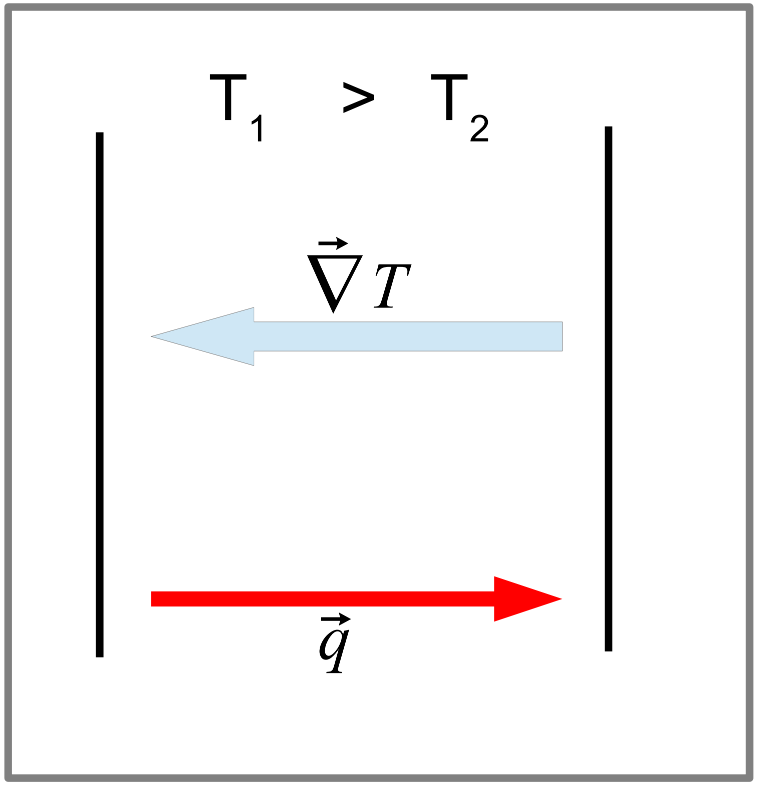
Волны и волновые пакеты



Теплопроводность газа (напоминание).

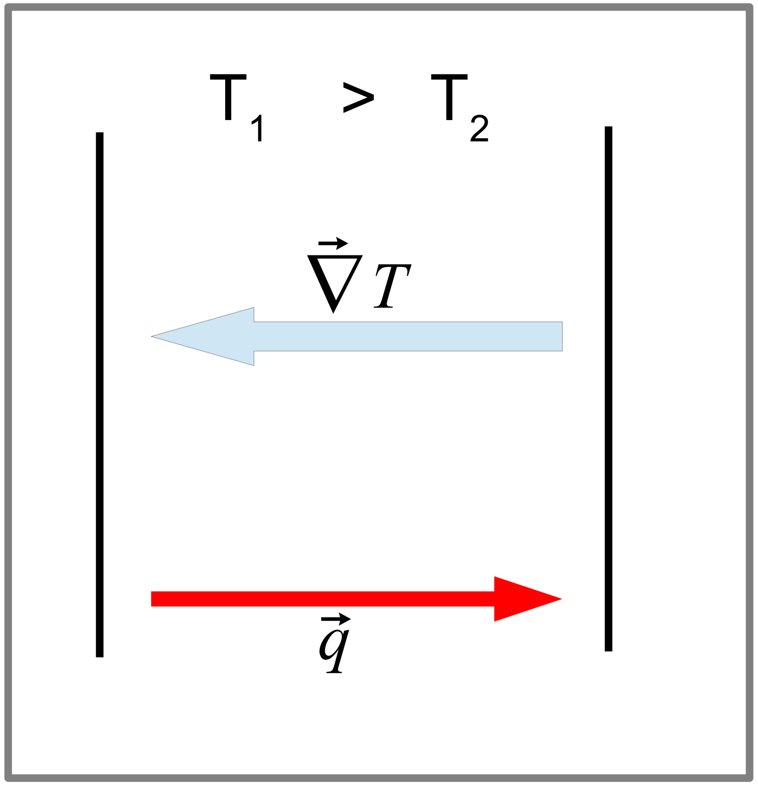


Теплопроводность газа (напоминание).



$$\boxed{\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T}$$

Теплопроводность газа (напоминание).



$$\vec{q} = -\kappa \vec{\nabla} T$$

$$\kappa = \frac{1}{3} n c_V \tau \langle V^2 \rangle$$

$$\kappa = \frac{1}{3} n c_V L \overline{V} = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L \overline{V}$$

Часть 1. Теплопроводность фононов.

Теплопроводность фононов.

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Теплопроводность фононов.

теплоёмкость
единицы
объёма

скорость
звука

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

длина свободного
пробега

Теплопроводность фононов.

Как зависит L(T)?

Что ограничивает длину пробега?

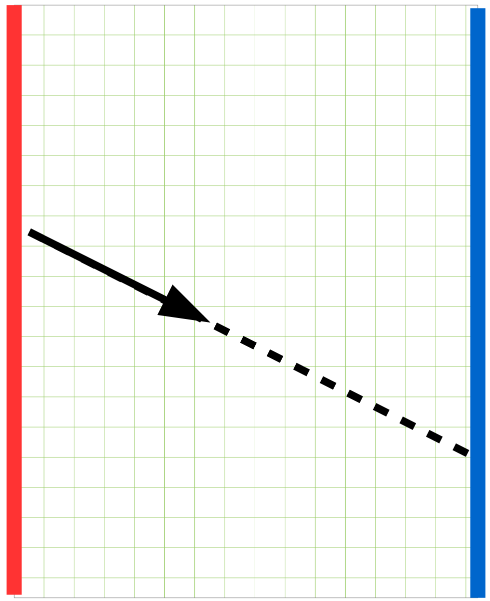
теплоёмкость единицы объёма

звука

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

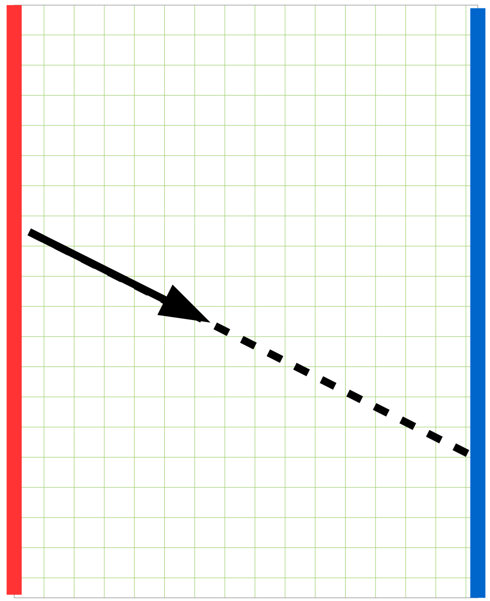
длина свободного пробега

Процессы рассеяния.

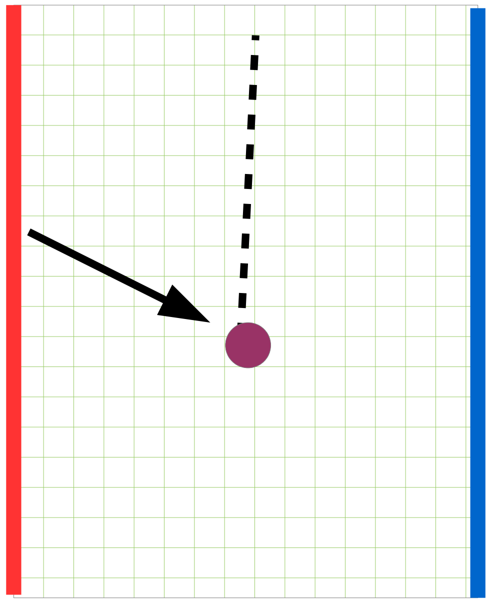


идеальный кристалл

Процессы рассеяния.

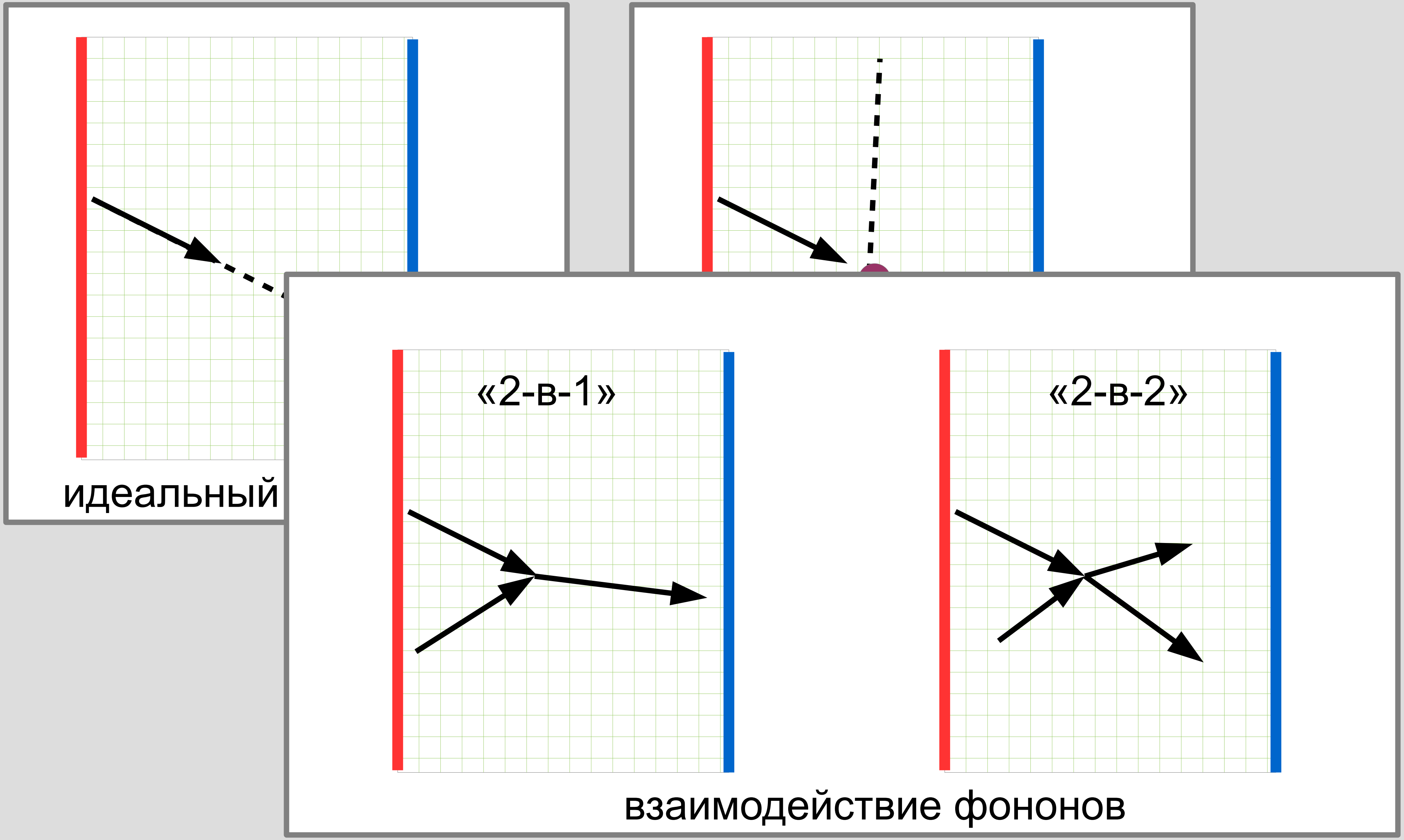


идеальный кристалл



дефект

Процессы рассеяния.



Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H}=\sum_{j=1}^{N}\frac{1}{2\mathrm{M}}\hat{p}_j^2+\frac{C}{2}\left(x_{j+1}-x_j\right)^2$$

$$\hat{H}=\frac{1}{2}\hbar\sum_k \omega_k\left(a_k a_k^+ + a_k^+ a_k\right)$$

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2} \left(x_{j+1} - x_j \right)^2$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \sum_k \omega_k \left(a_k a_k^+ + a_k^+ a_k \right)$$

$$\hat{V} = \sum_j b \left(x_{j+1} - x_j \right)^3$$

.... и те же преобразования координат...

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2} (x_{j+1} - x_j)^2$$

$$\hat{H} = \frac{1}{2} \hbar \sum_k \omega_k \left(a_k a_k^+ + a_k^+ a_k \right)$$

$$\hat{V} = \sum_j b (x_{j+1} - x_j)^3$$

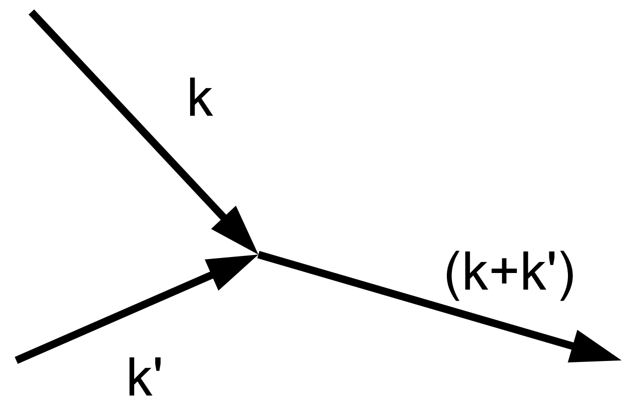
.... и те ж

координа

$$\hat{V} = \sum_{k,k'} B(k,k') \left(a_k a_{k'} a_{(k+k')}^+ + a_k^+ a_{k'}^+ a_{(k+k')} \right)$$

Связь взаимодействия фононов с ангармонизмом потенциала.

$$\hat{H} = \sum_{j=1}^{N} \frac{1}{2M} \hat{p}_j^2 + \frac{C}{2}$$



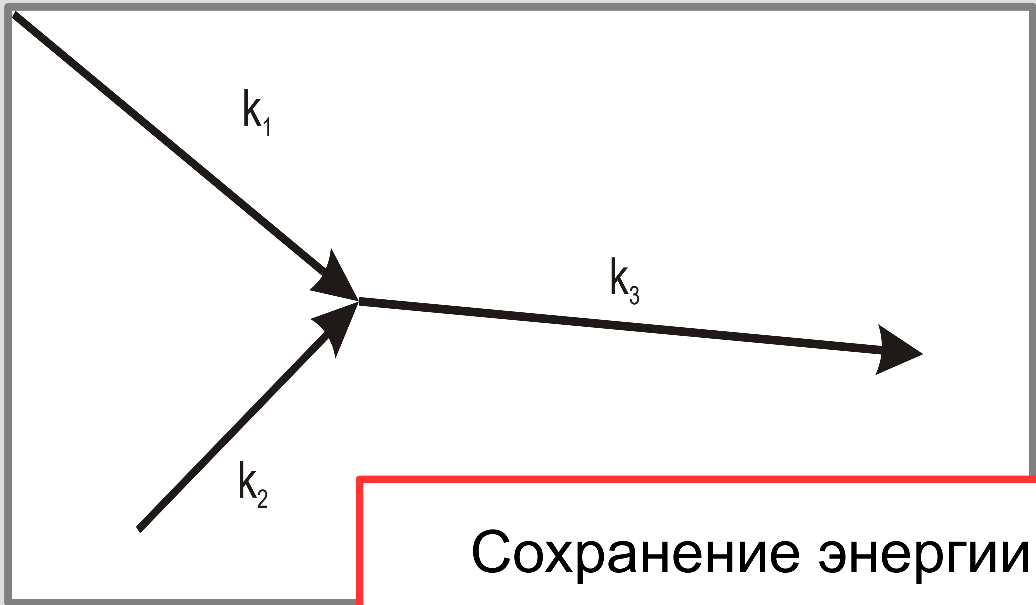
$$\hat{V} = \sum_{j} b\left(x_{j+1} - x_j\right)^3$$

.... и те ж

координа

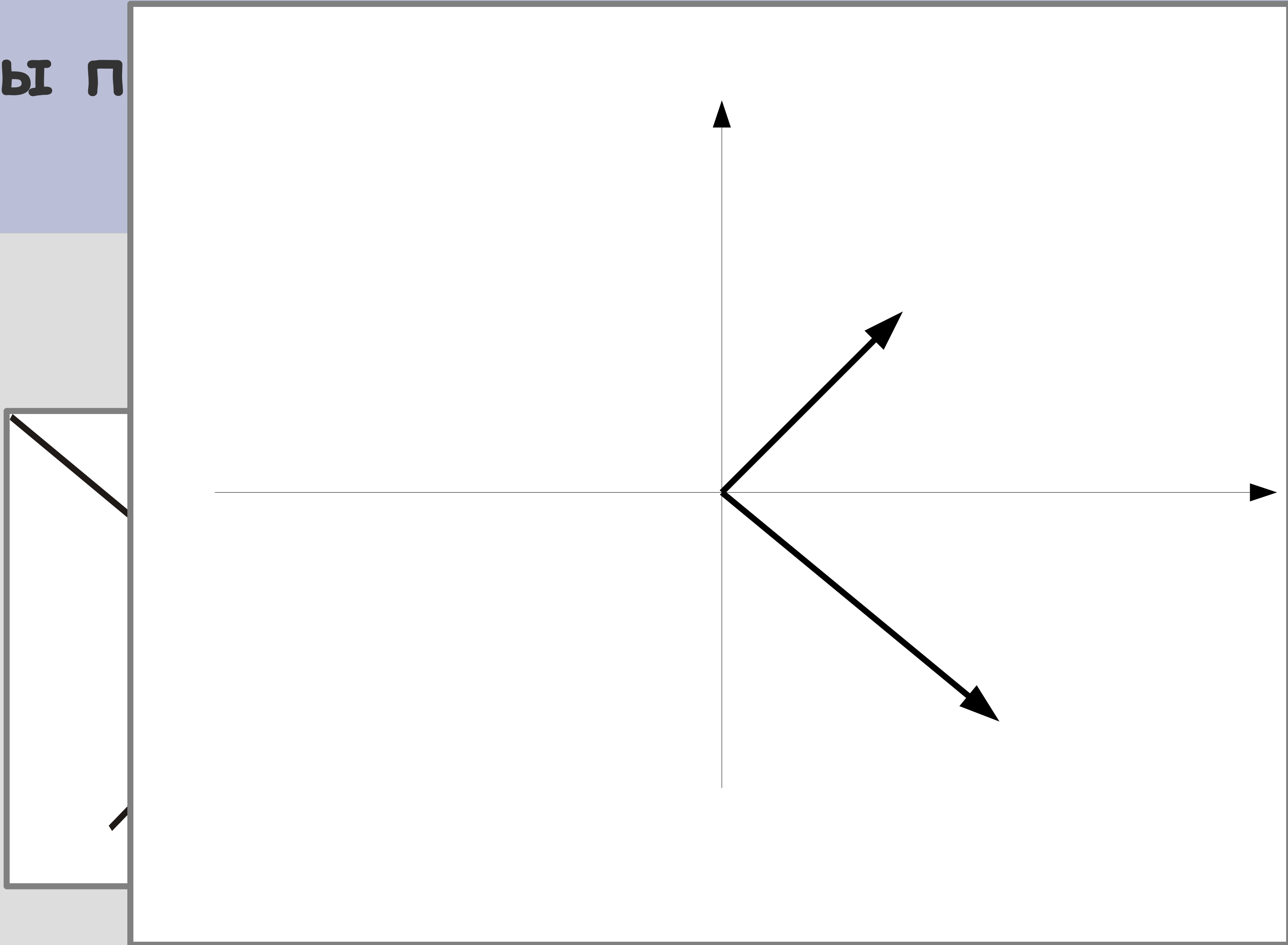
$$\hat{V} = \sum_{k,k'} B(k,k')\left(a_k a_{k'} a^{+}_{(k+k')} + a^{+}_{k} a^{+}_{k'} a_{(k+k')}\right)$$

Процессы переброса при фонон-фононном взаимодействии

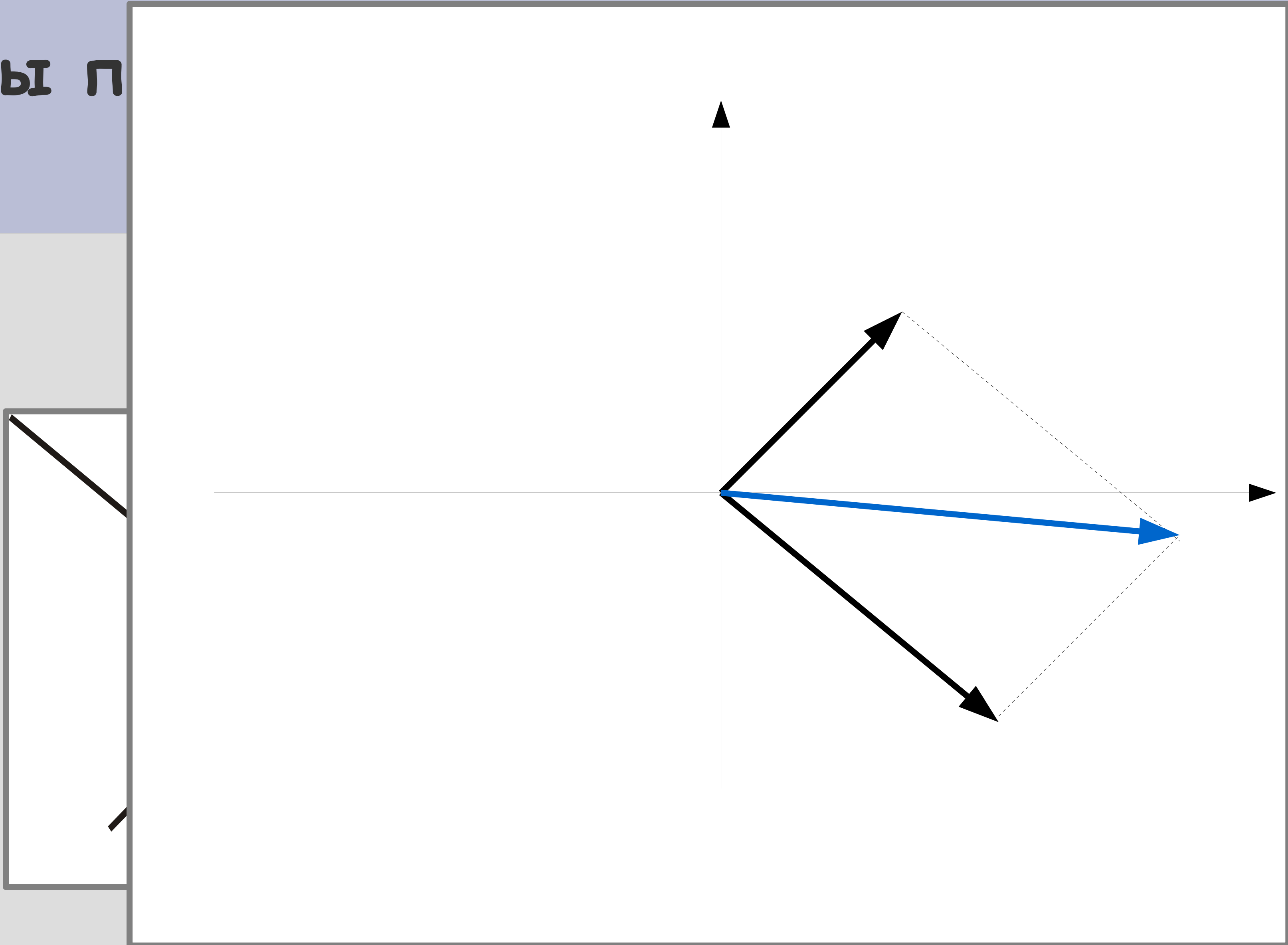


Сохранение энергии и импульса сохраняет поток тепла. Что делать?

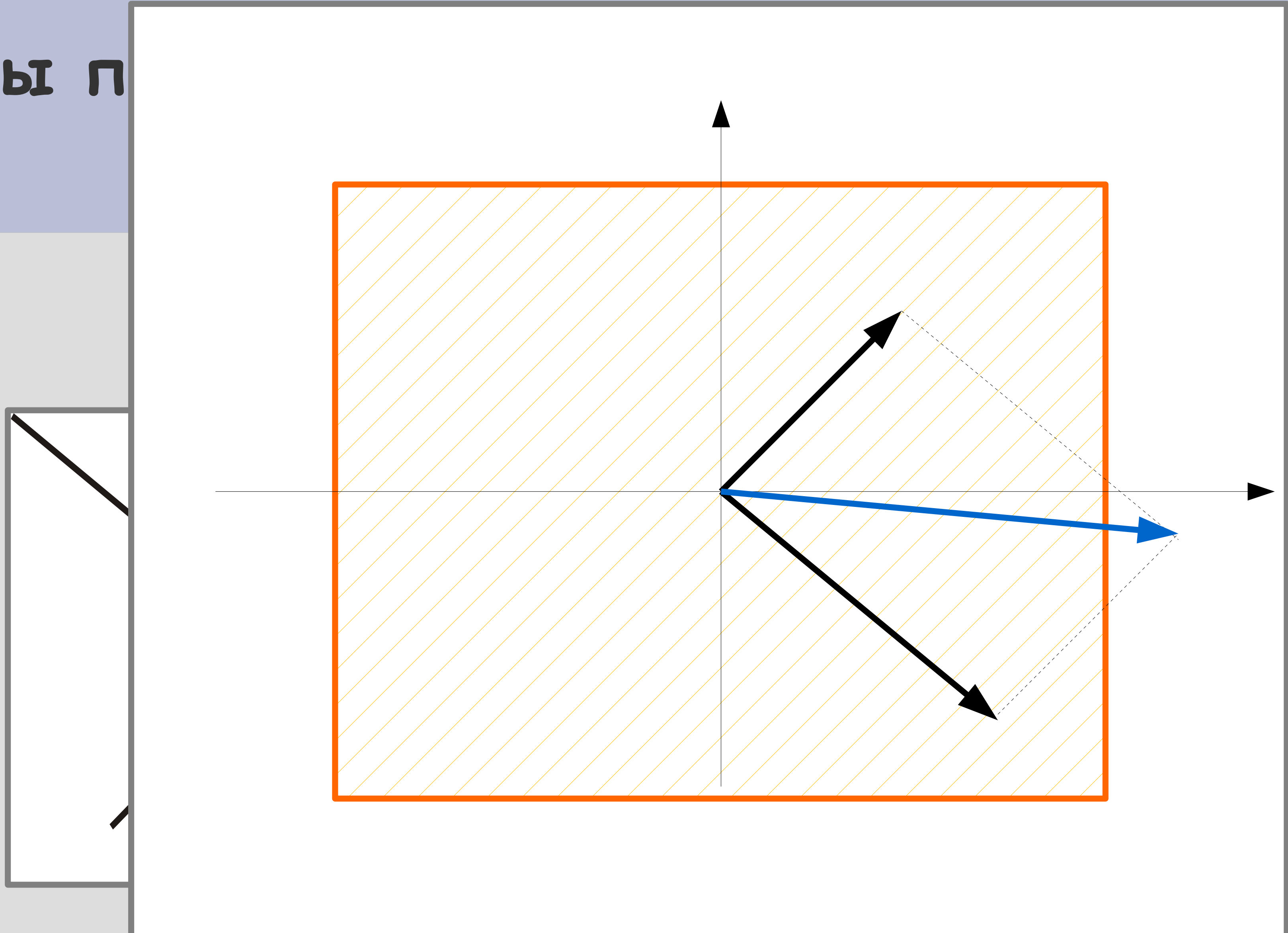
Процессы п



Процессы п

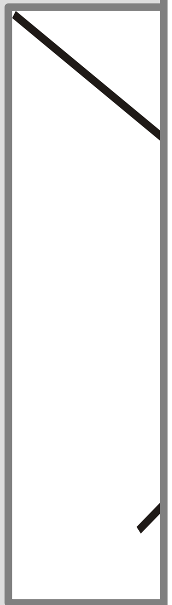


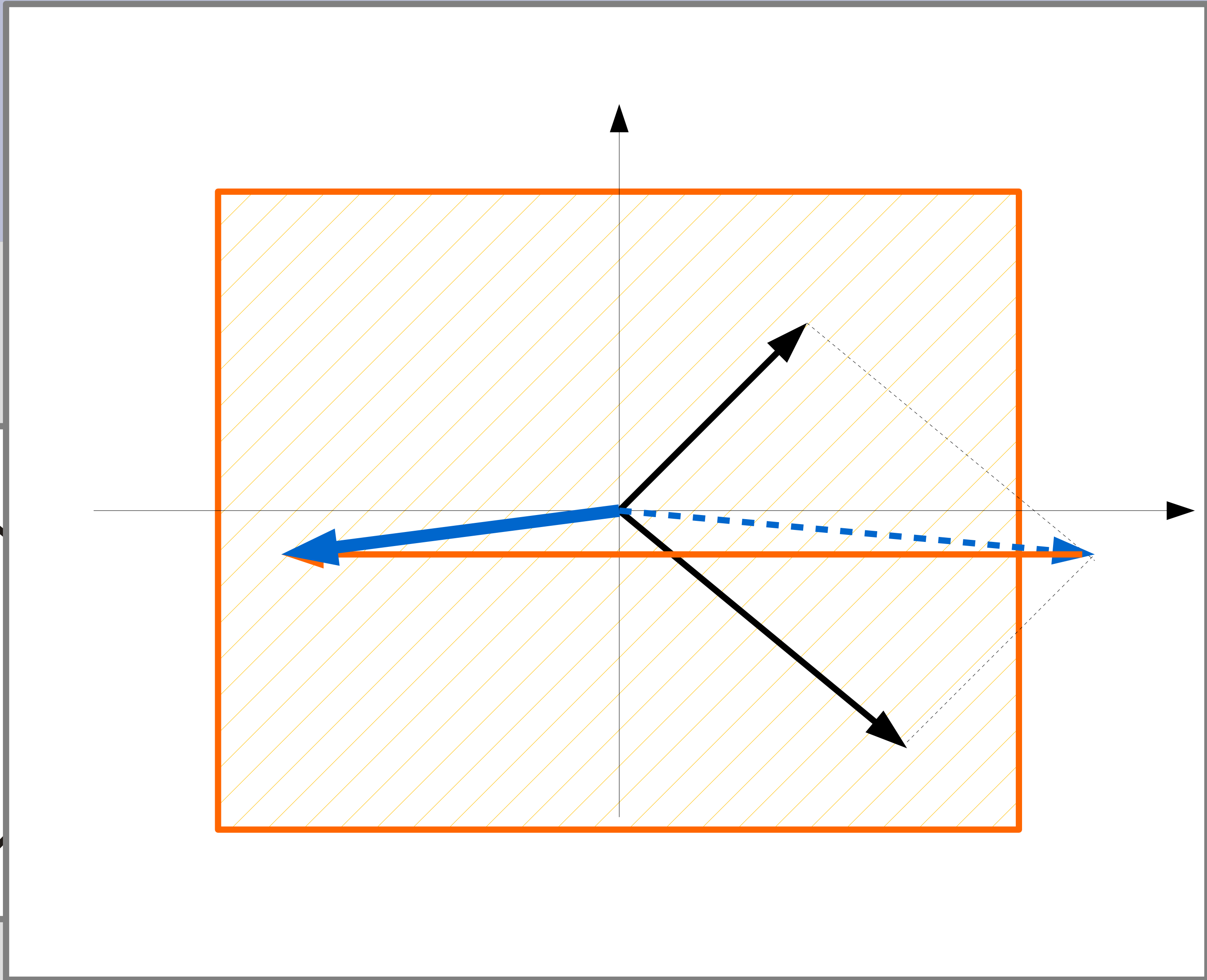
Процессы п



тепла. Что делать?

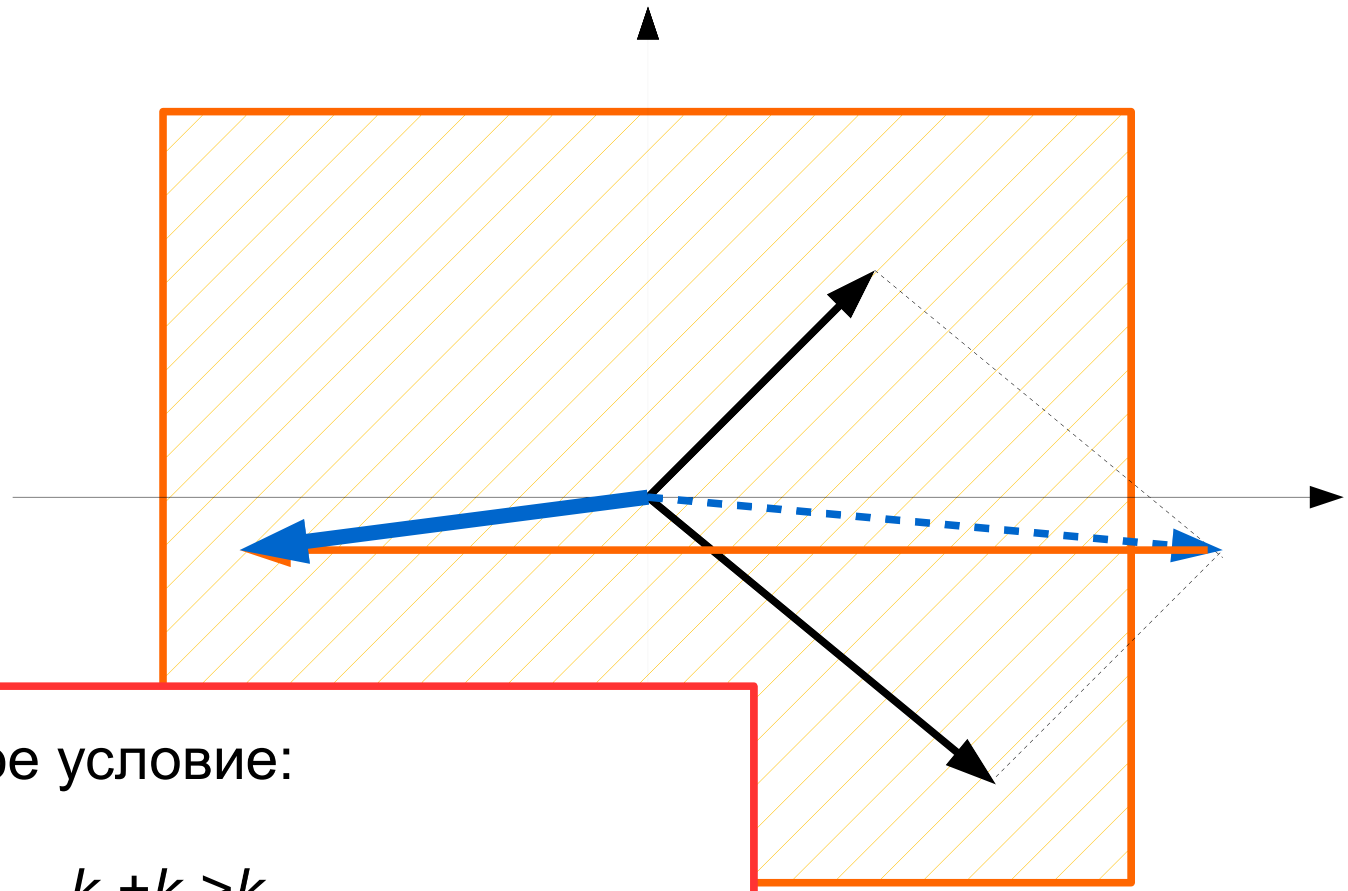
Процессы п





тепла. Что делать?

Процессы п

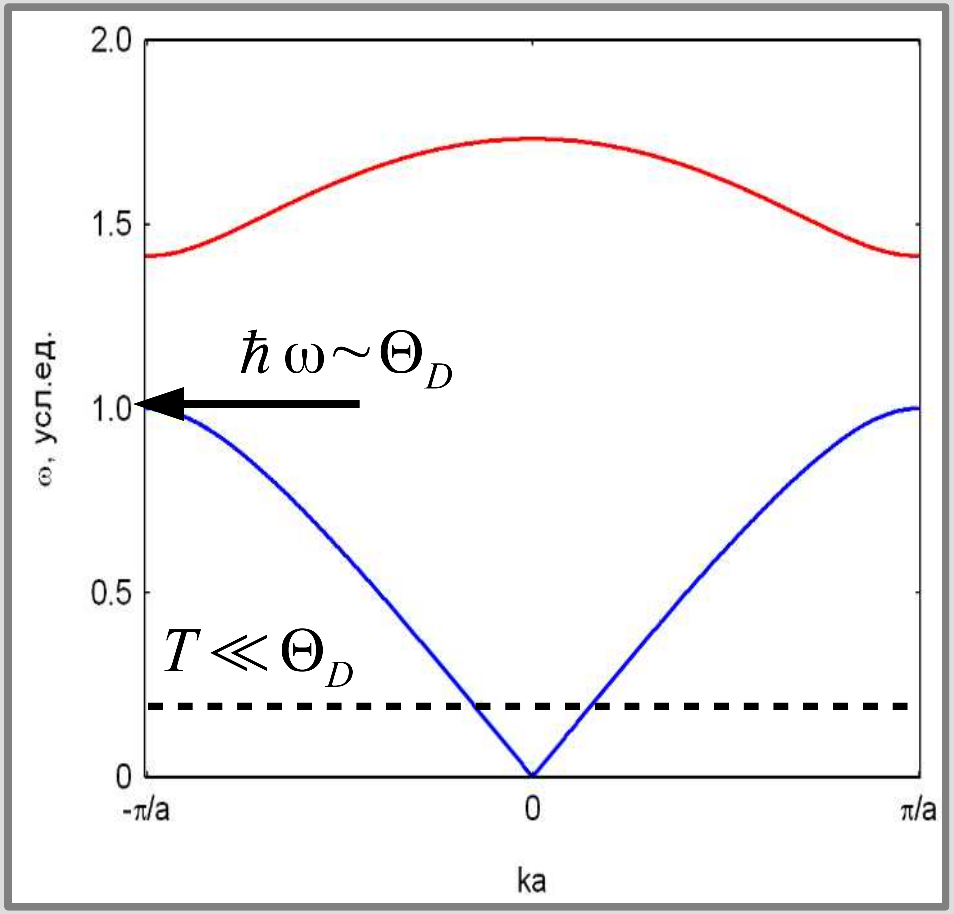


Необходимое условие:

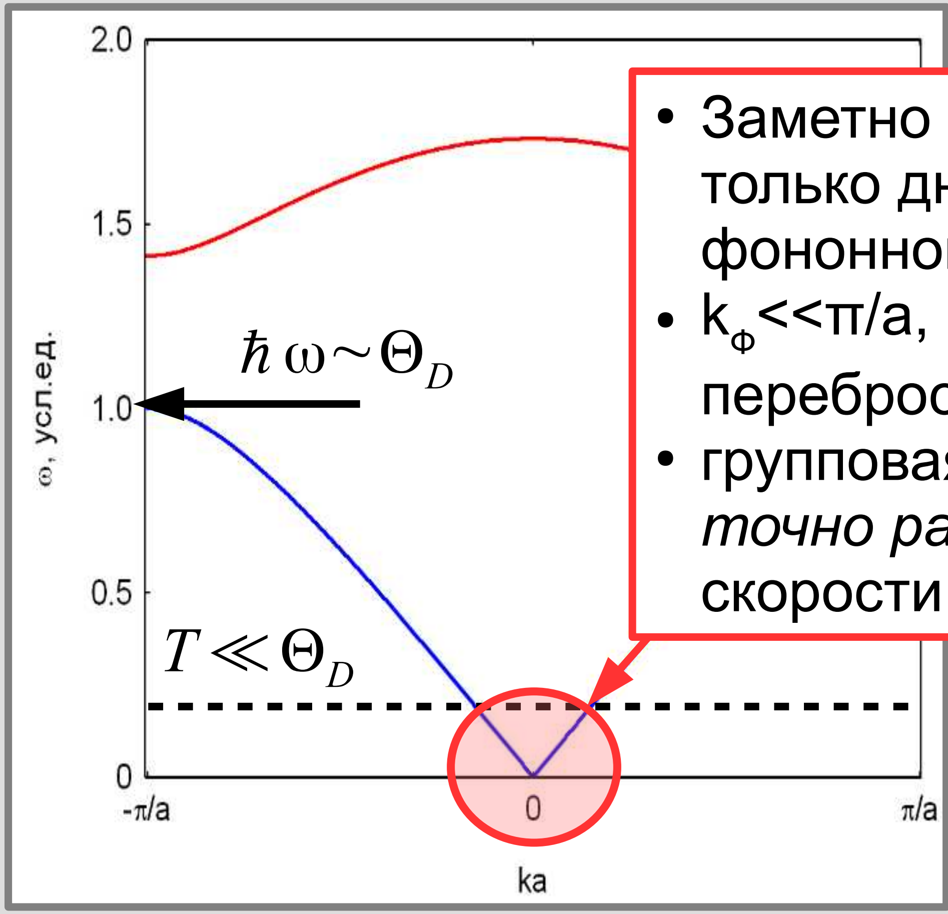
$$k_1+k_2>k_{Бр}$$

- Требуется T~Θ
- При низких температурах не существенно

Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$

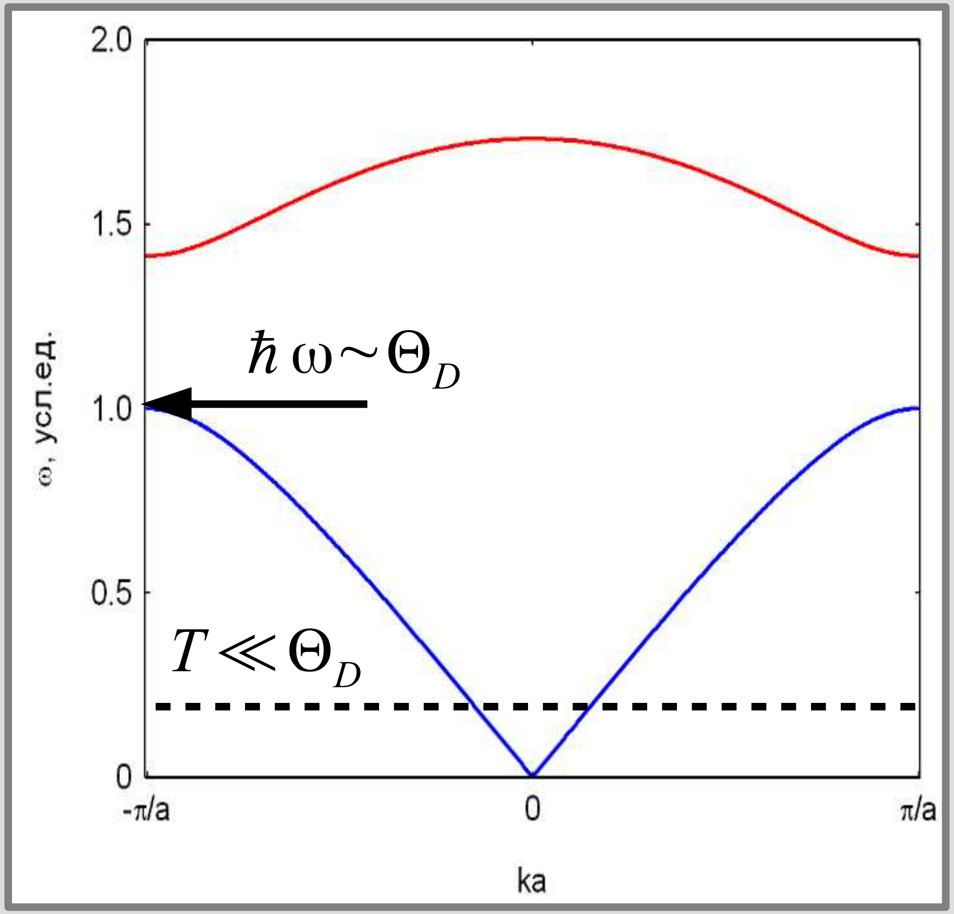


Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



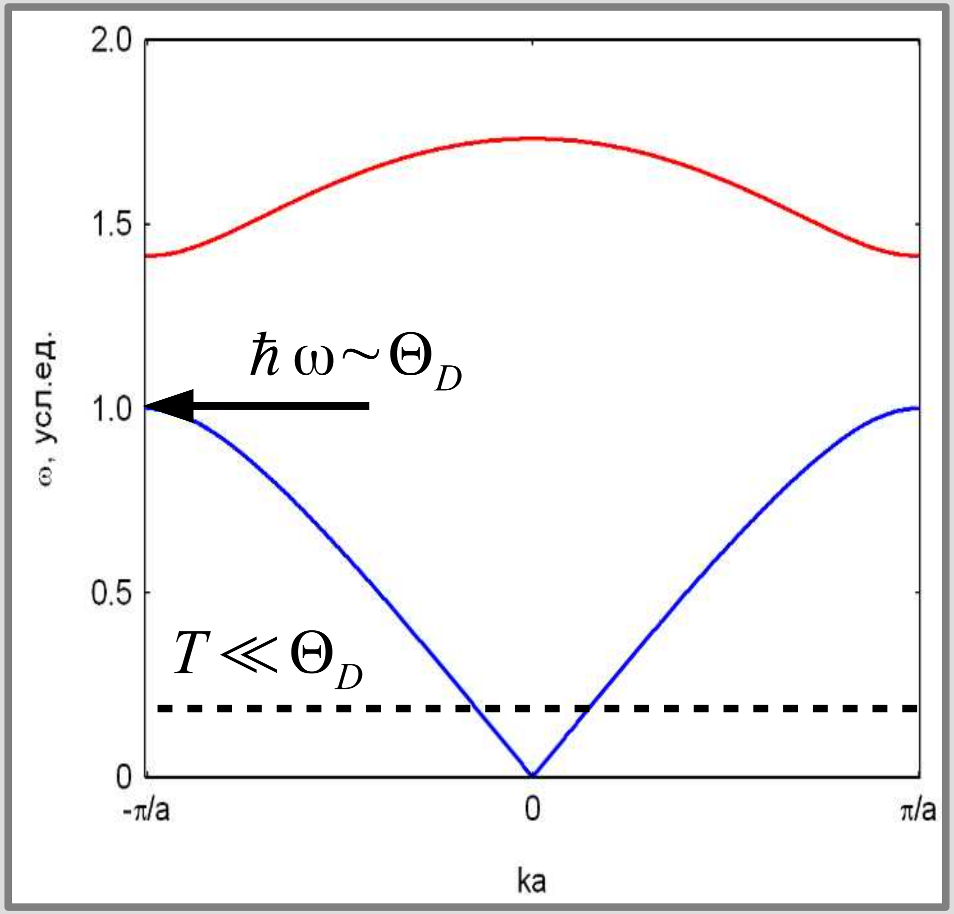
- Заметно заселено только дно фононного спектра
- $k_ф \ll \pi/a$, процессов переброса нет
- групповая скорость *точно равна* скорости звука

Теплопроводность фононов при T<<Θ_D



$$\kappa=\frac{1}{3}C_V^{(V)}L\,s$$

Теплопроводность фононов при $T \ll \Theta_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Границы образца: $L_{cm} = const$

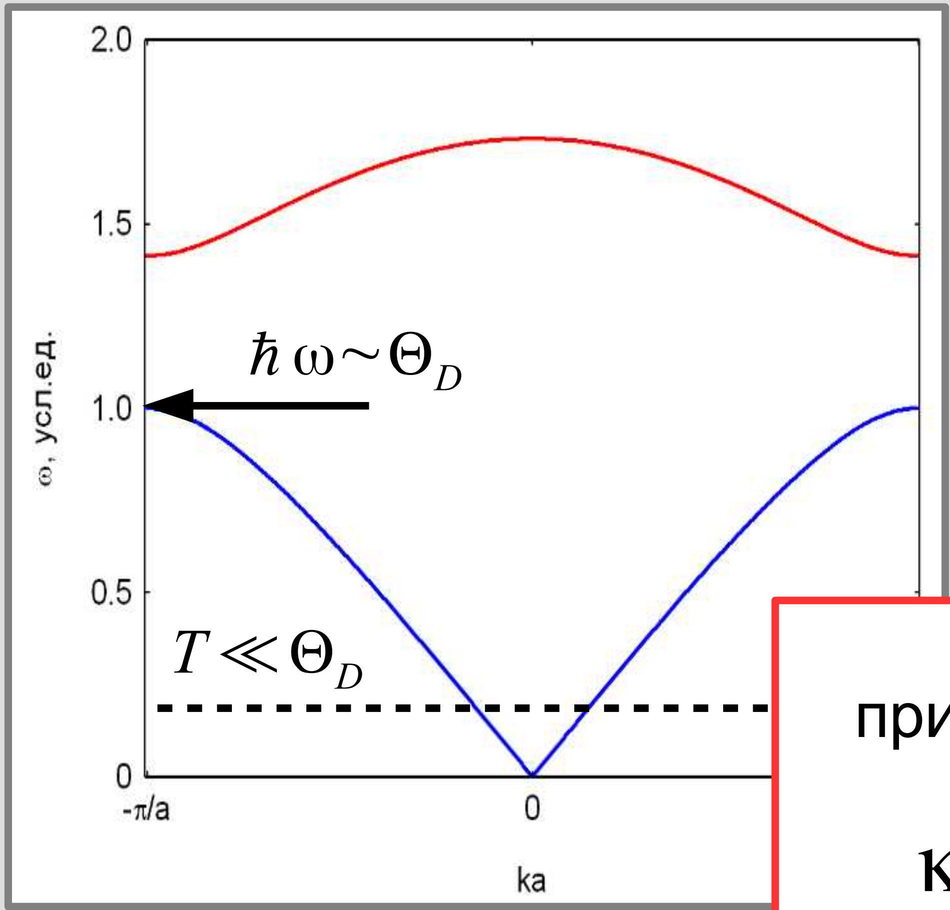
Точечные дефекты (рэлеевское рассеяние): $\sigma \propto \omega^4$

$$L_{деф} = \frac{1}{n_{деф}\sigma} \propto \frac{1}{T^4}$$

Протяженные дефекты (дислокации): $\sigma \propto \omega$

$$L_{дисл} = \frac{1}{n_{деф}\sigma} \propto \frac{1}{T}$$

Теплопроводность фононов при T<<Θ$_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

Границы образца: $L_{cm} = const$

Точечные дефекты (рэлеевское ...е): $\sigma \propto \omega^4$

$$L_{деф} = \frac{1}{n_{деф}\sigma} \propto \frac{1}{T^4}$$

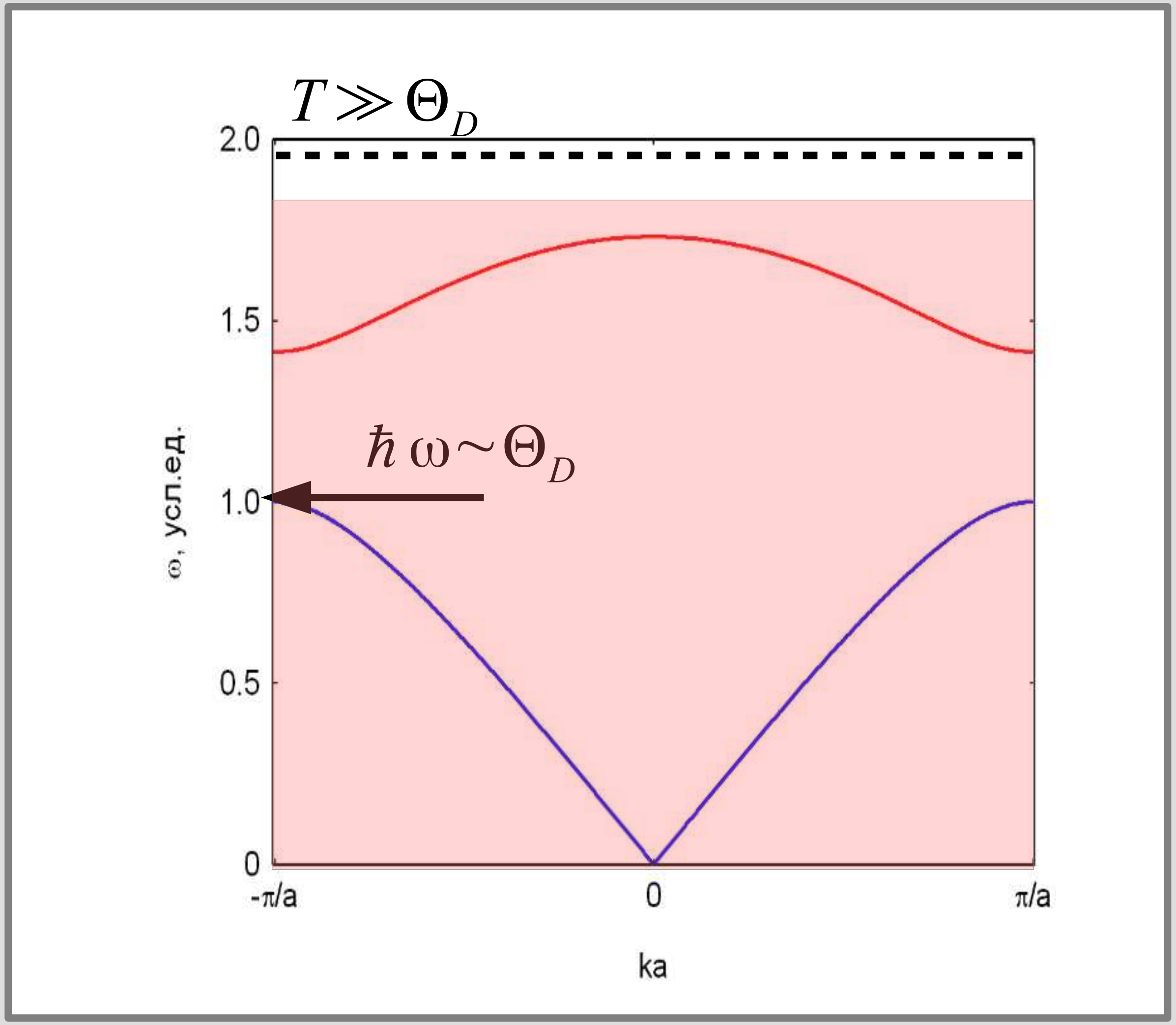
...ные ...ции) $\sigma \propto \omega$

$$L_{дисл} = \frac{1}{n_{деф}\sigma} \propto \frac{1}{T}$$

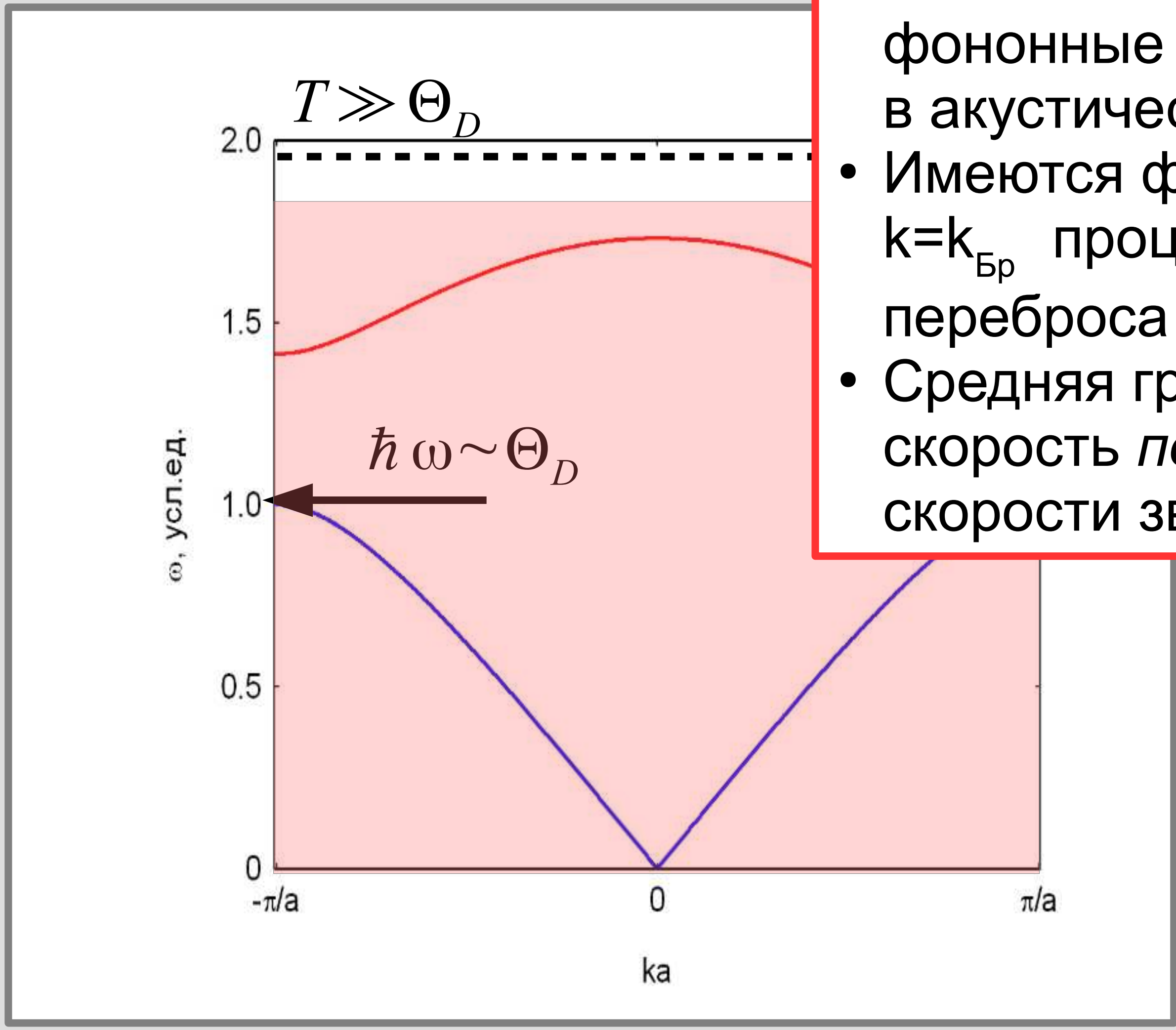
при T<<Θ$_D$

$$\kappa \propto T^3$$

Фононная теплопроводность при $T>>\Theta_D$

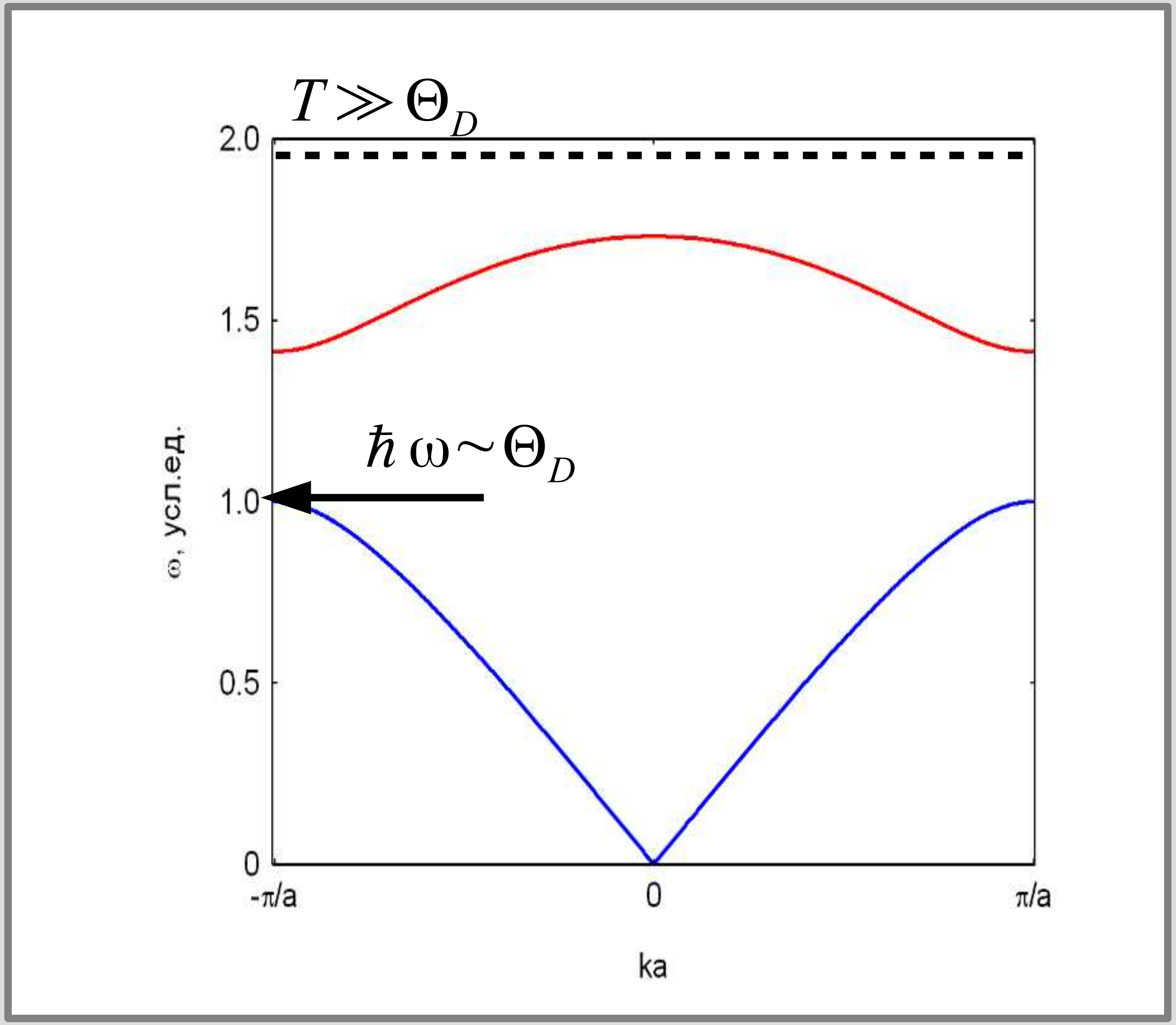


Фононная теплопроводность при $T \gg \Theta_D$



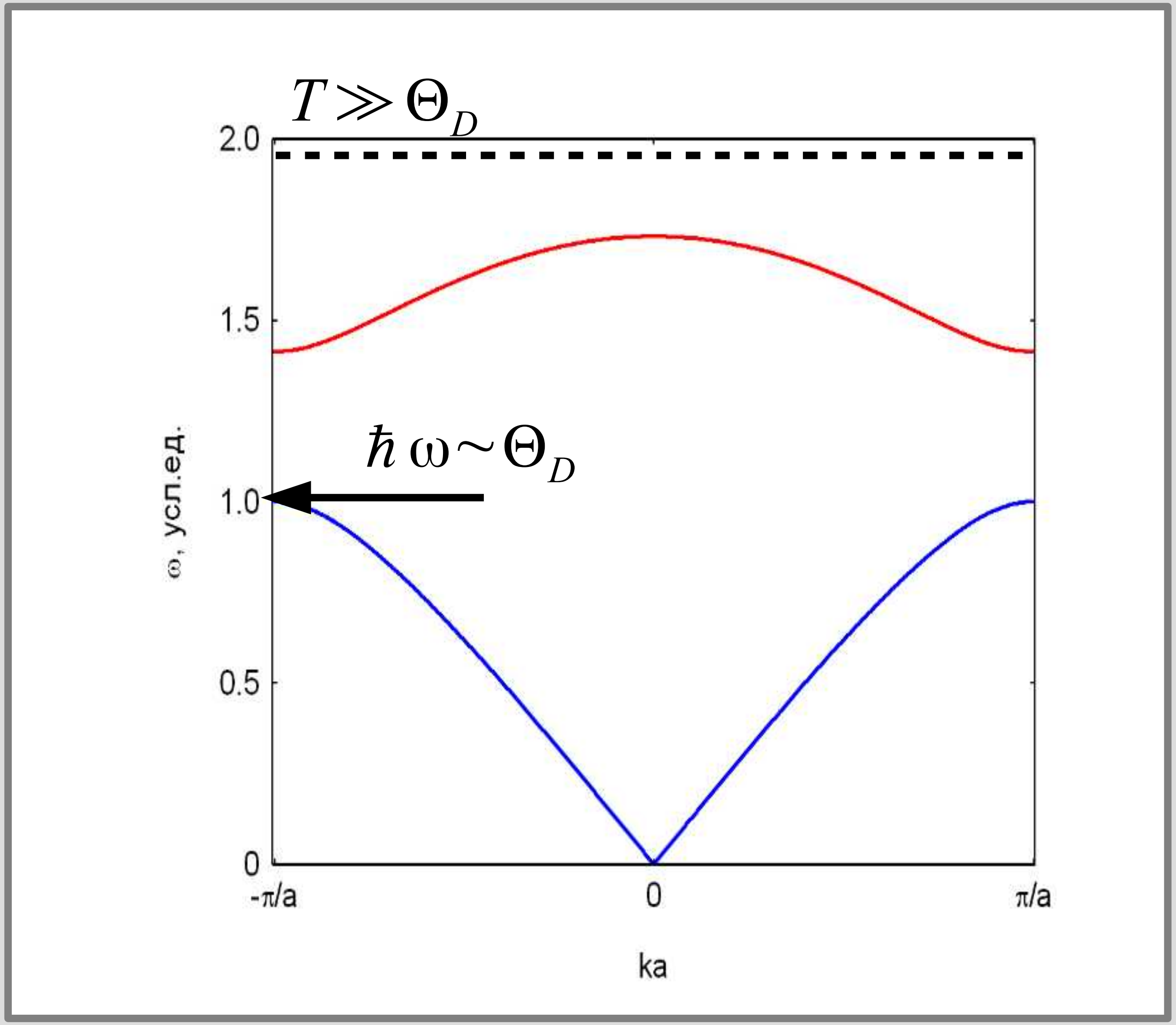
- Заселены все фононные состояния в акустической ветви
- Имеются фононы с $k=k_{Бр}$ процессы переброса возможны
- Средняя групповая скорость *порядка* скорости звука

Фононная теплопроводность при T>>Θ$_D$



$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

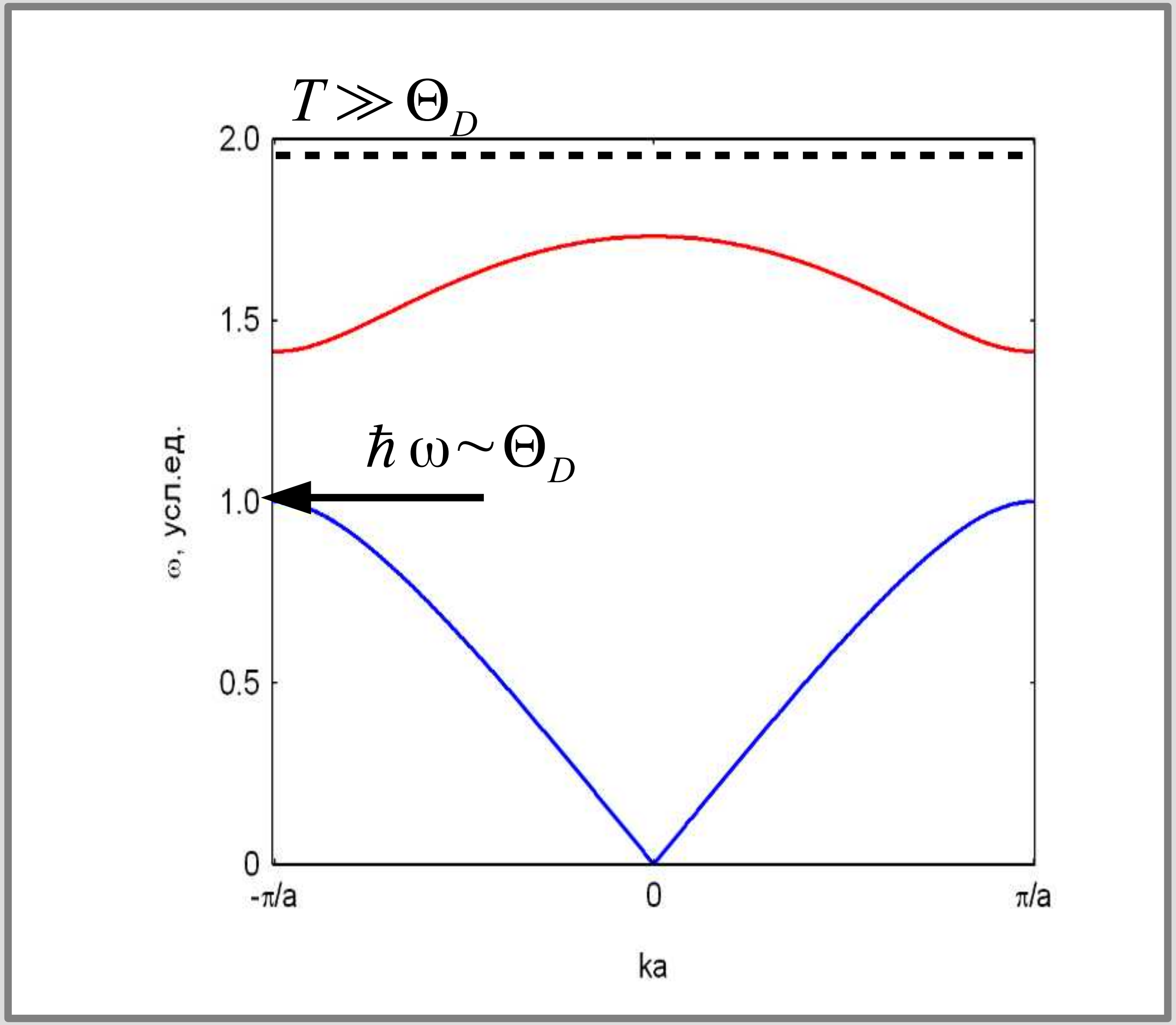
Фононная теплопроводность при T>>Θ_D



$$\boxed{\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s}$$

$$\boxed{L = \frac{1}{n_{фон}\,\sigma_{фон-фон}}}$$

Фононная теплопроводность при T>>Θ$_D$

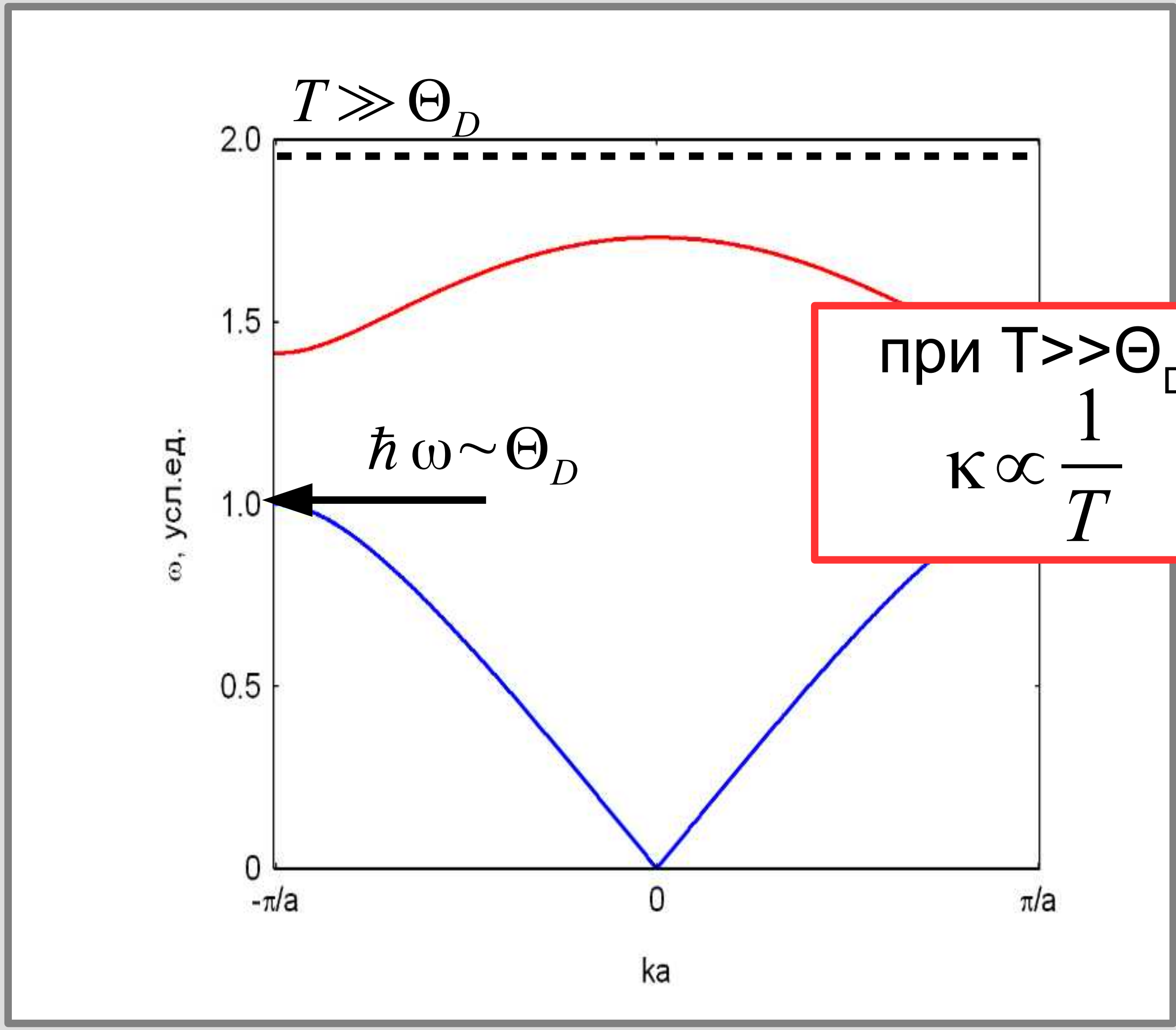


$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

$$L = \frac{1}{n_{фон}\,\sigma_{фон-фон}}$$

$$E = 3 N k_Б T$$
$$\varepsilon \simeq \Theta$$
$$n_{фон} \propto T$$

Фононная теплопроводность при T>>Θ_D



при T>>Θ_D

$$\kappa \propto \frac{1}{T}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L s$$

$$L = \frac{1}{n_{фон}\, \sigma_{фон-фон}}$$

$$= 3 N k_Б T$$

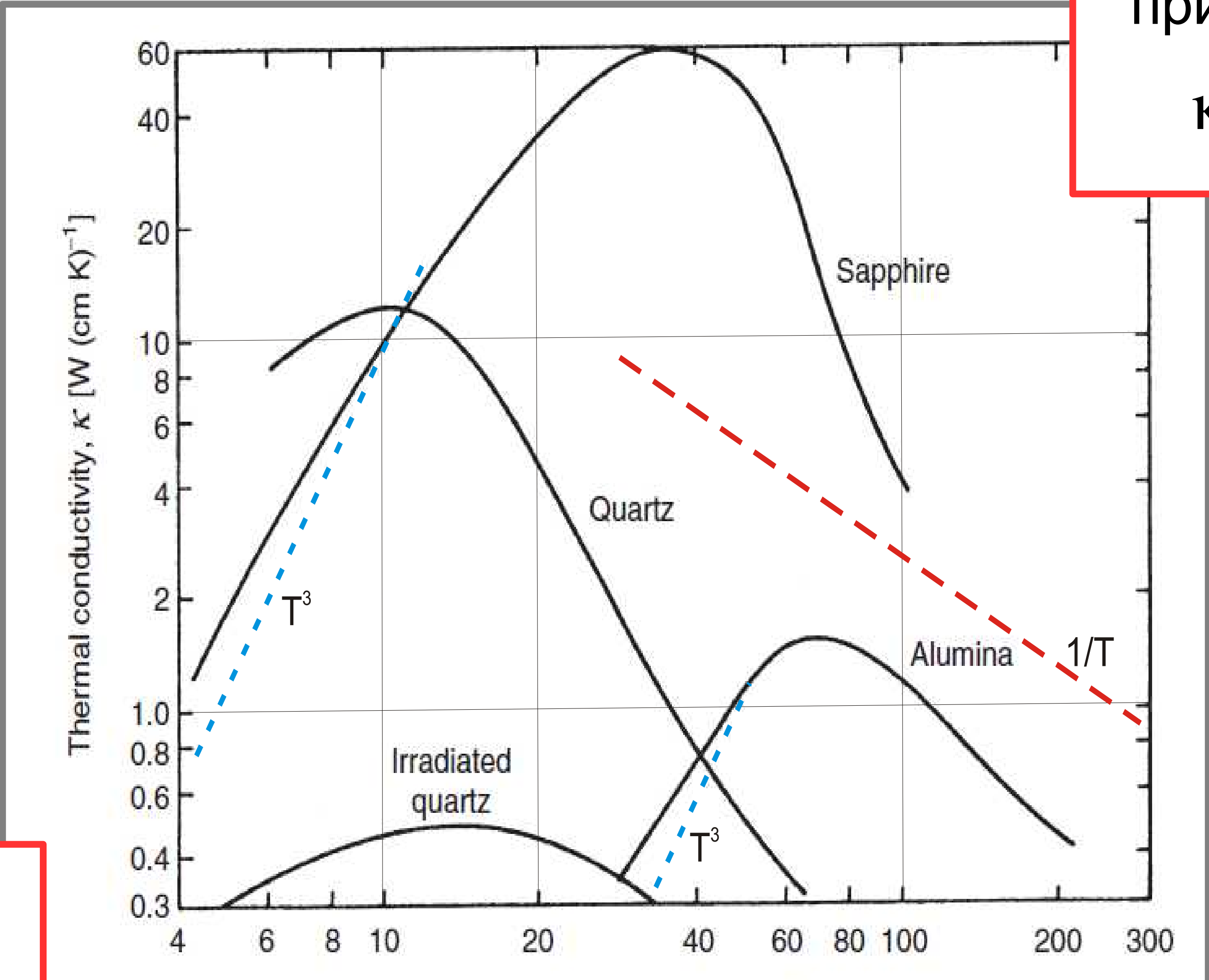
$$\varepsilon \simeq \Theta$$

$$n_{фон} \propto T$$

Пример измерения теплопроводности реальных веществ

при T>>Θ$_D$

$$\kappa \propto \frac{1}{T}$$

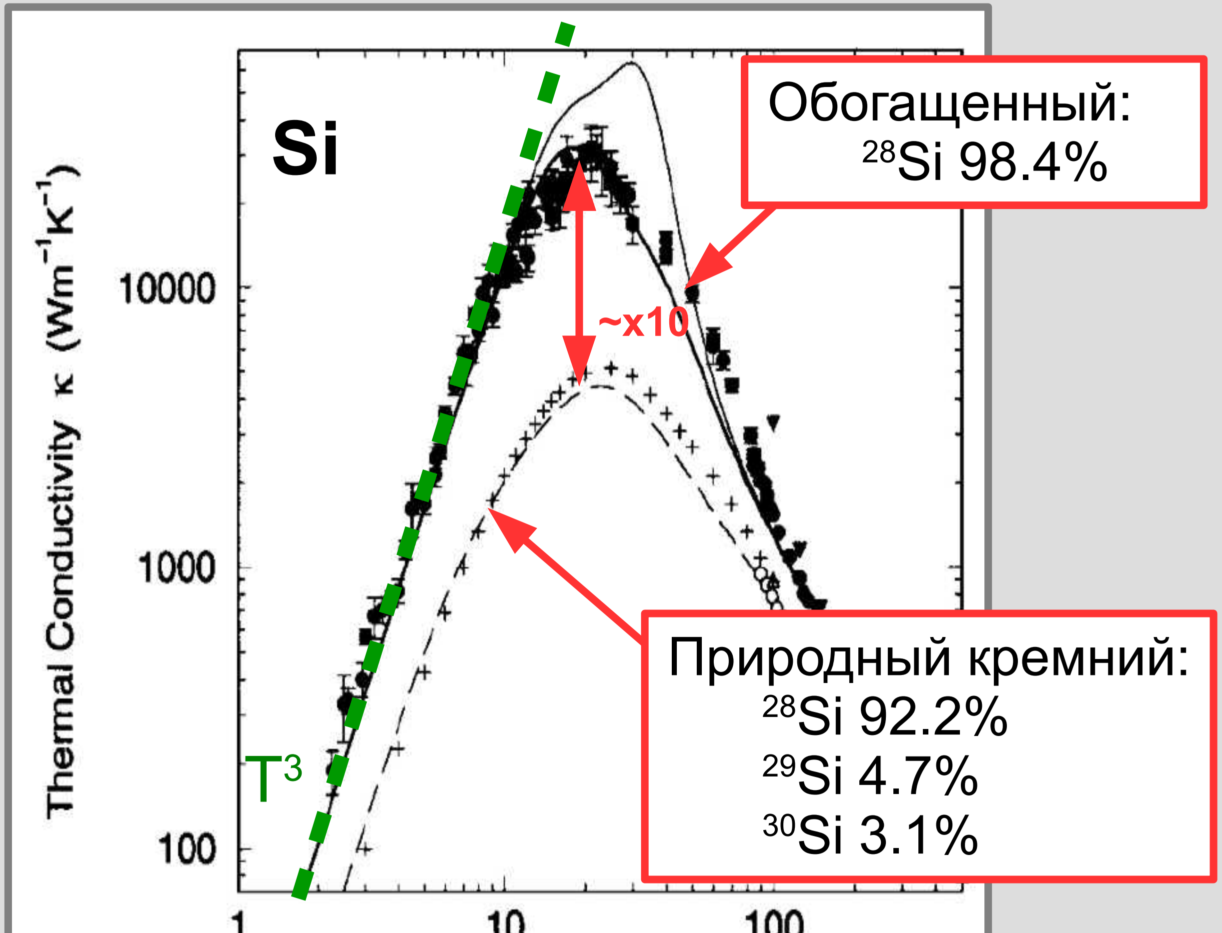


Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, 2007

при T<<Θ$_D$

$$\kappa \propto T^3$$

Роль изотопического беспорядка



T. Ruf et al, Thermal conductivity of isotopically enriched silicon, Solid State Communications, 115, 243(2000)

Часть 2. Электронная теплопроводность металлов

$$\boxed{\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L V_F}$$

Электронная теплопроводность металлов

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L V_F$$

$$C^{(V)} \propto T$$

Длина пробега зависит от механизма рассеяния:

- рассеяния на идеальной решётке нет

Электронная теплопроводность металлов

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L V_F$$

$$C^{(V)} \propto T$$

Длина пробега зависит от механизма рассеяния:

- рассеяния на идеальной решётке <u>нет</u>
- рассеяние на дефектах
- рассеяние на колебаниях решётки
- рассеяние на электронах

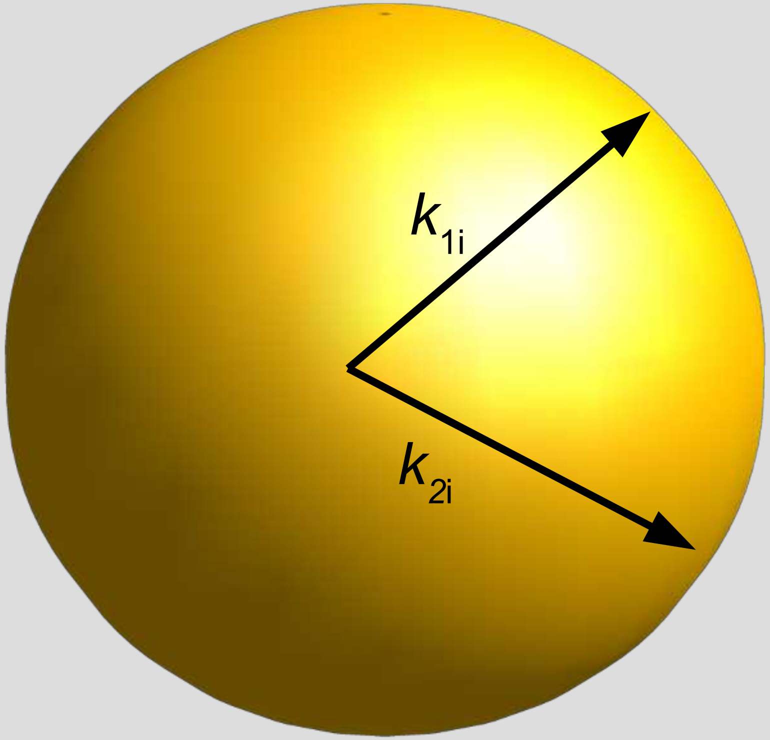
Рассеяние на дефектах при T≈0

$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} V_F L$$

L от температуры
не зависит

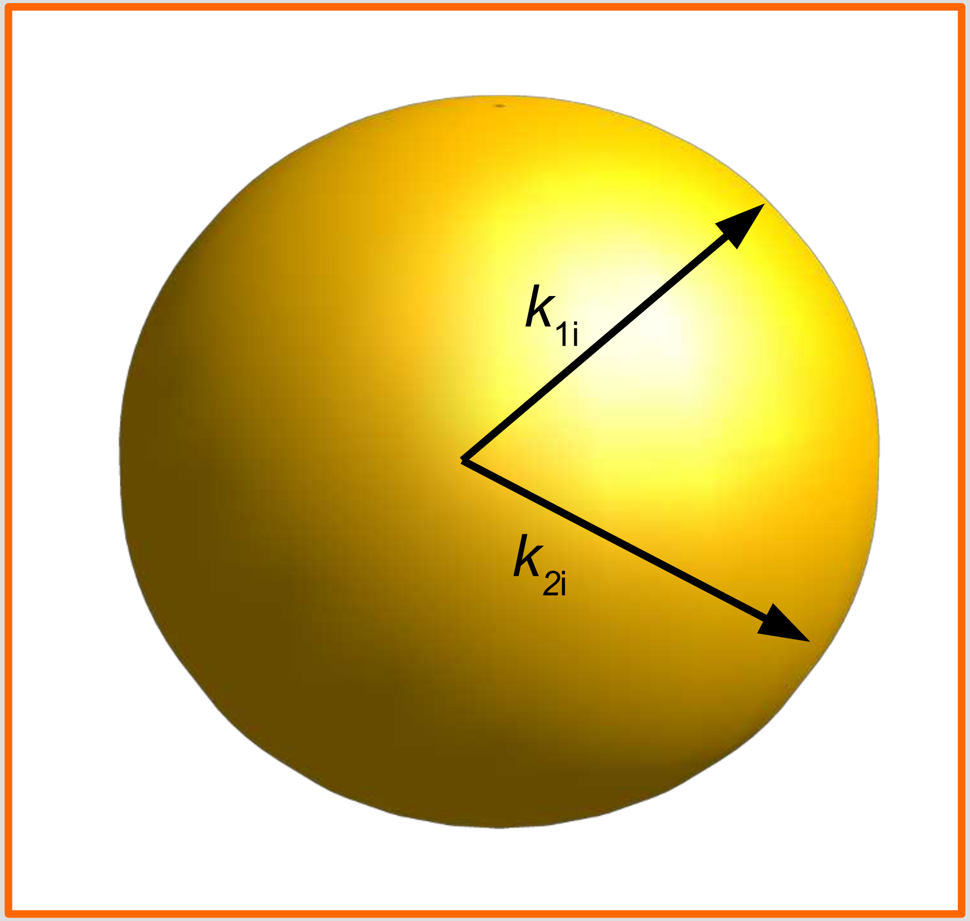
$$\kappa \propto T$$

Электрон-электронное рассеяние



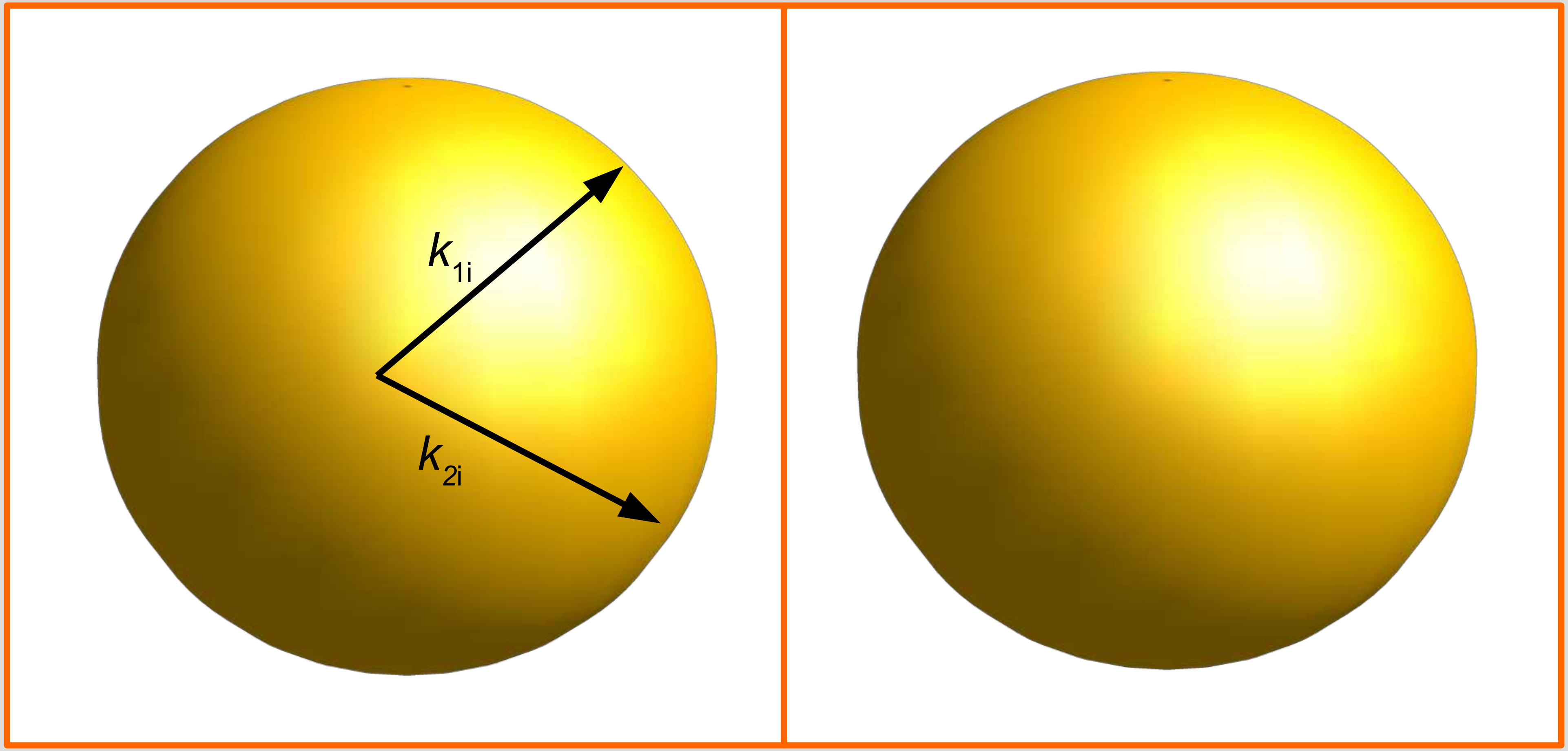
$$\vec{k}_{1i}+\vec{k}_{2i}=\vec{k}_{1f}+\vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



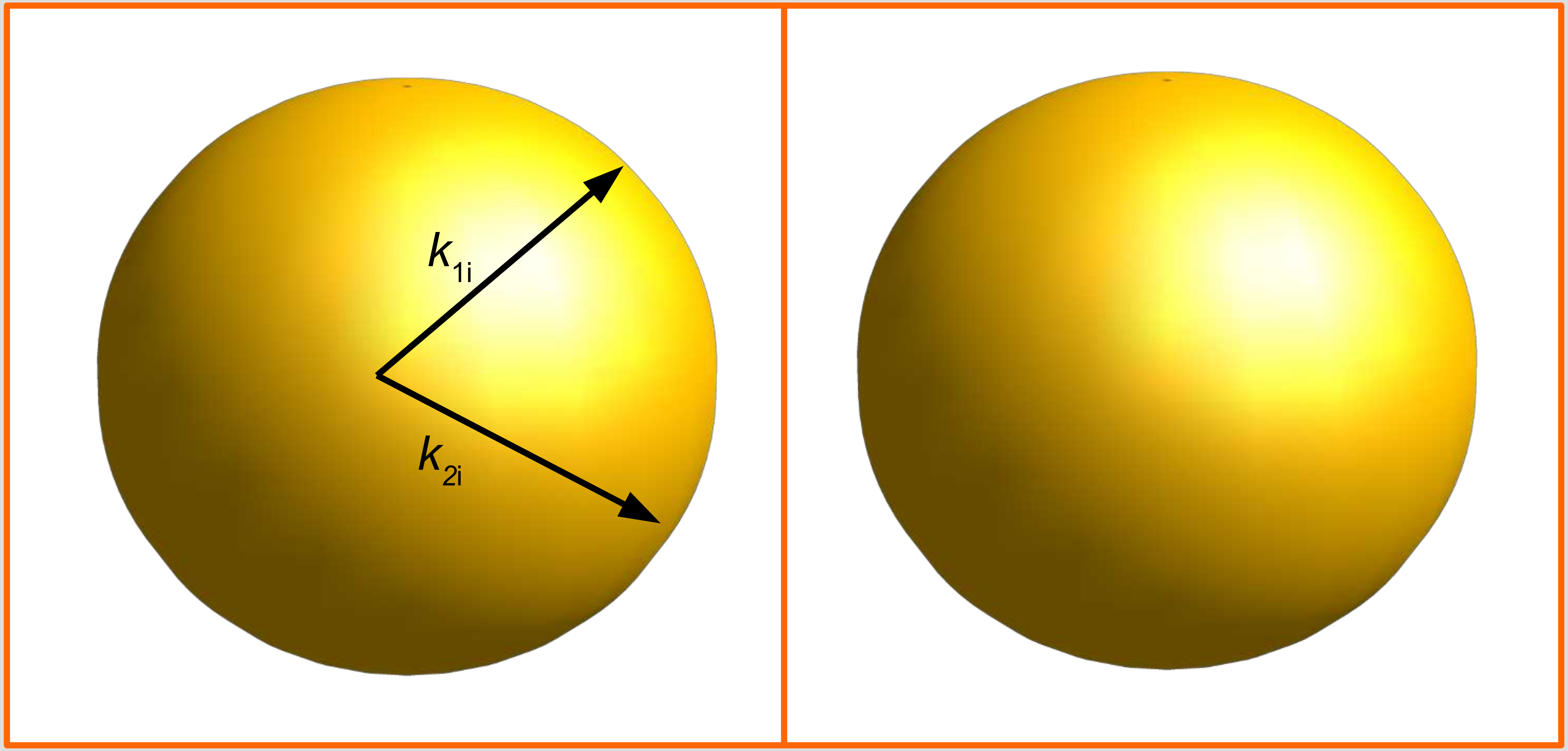
$$\vec{k}_{1i}+\vec{k}_{2i}=\vec{k}_{1f}+\vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



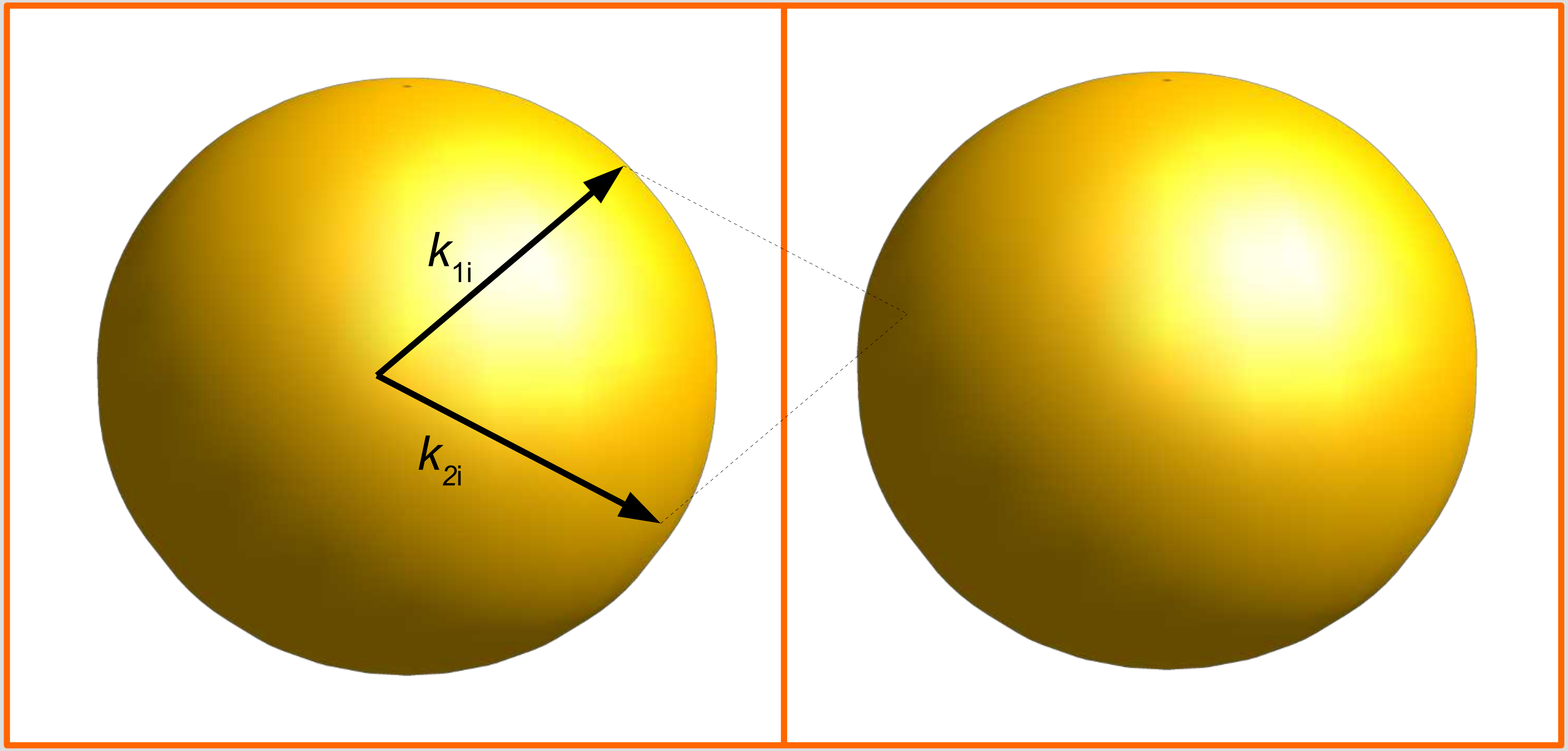
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f}$$

Электрон-электронное рассеяние



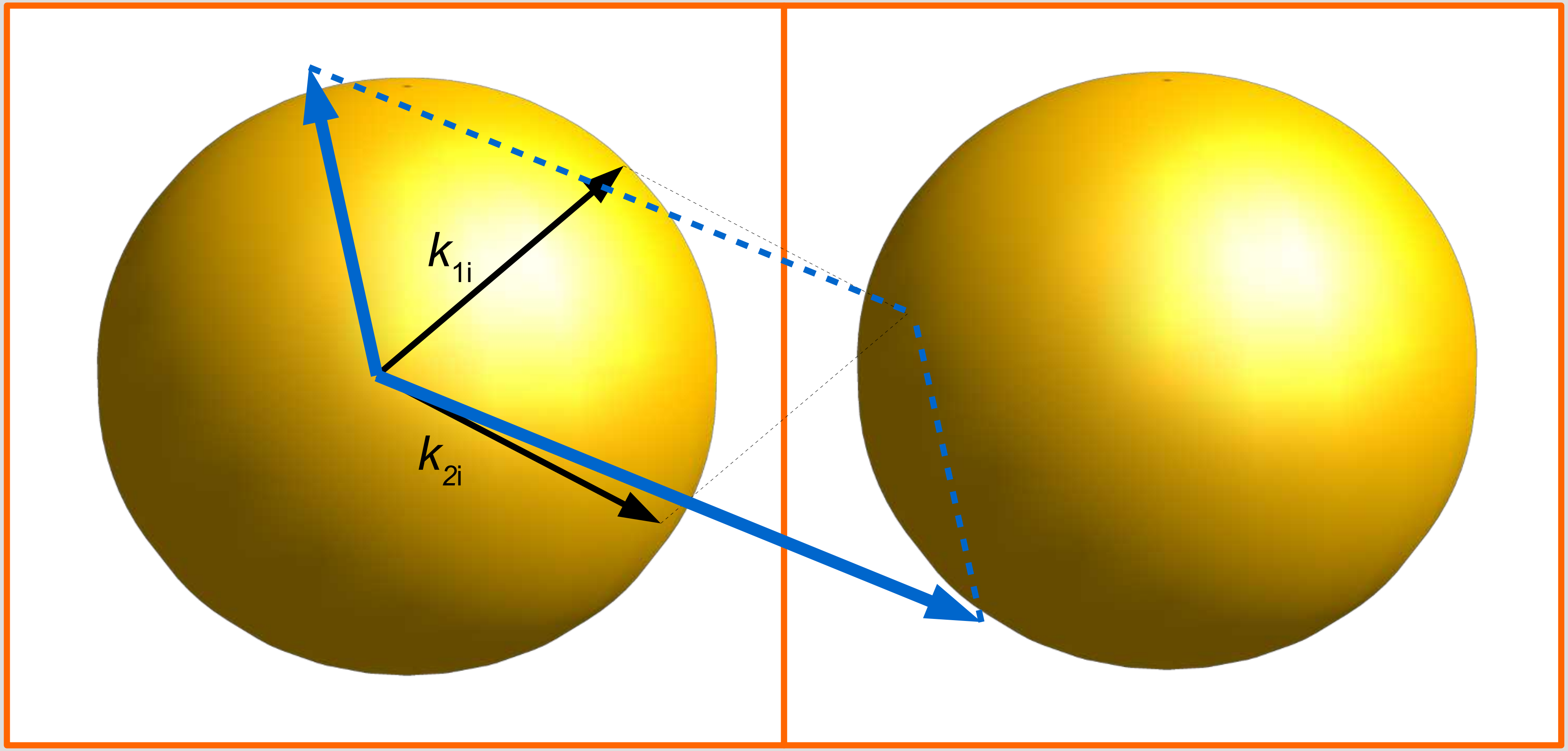
$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} \quad +G$$

Электрон-электронное рассеяние



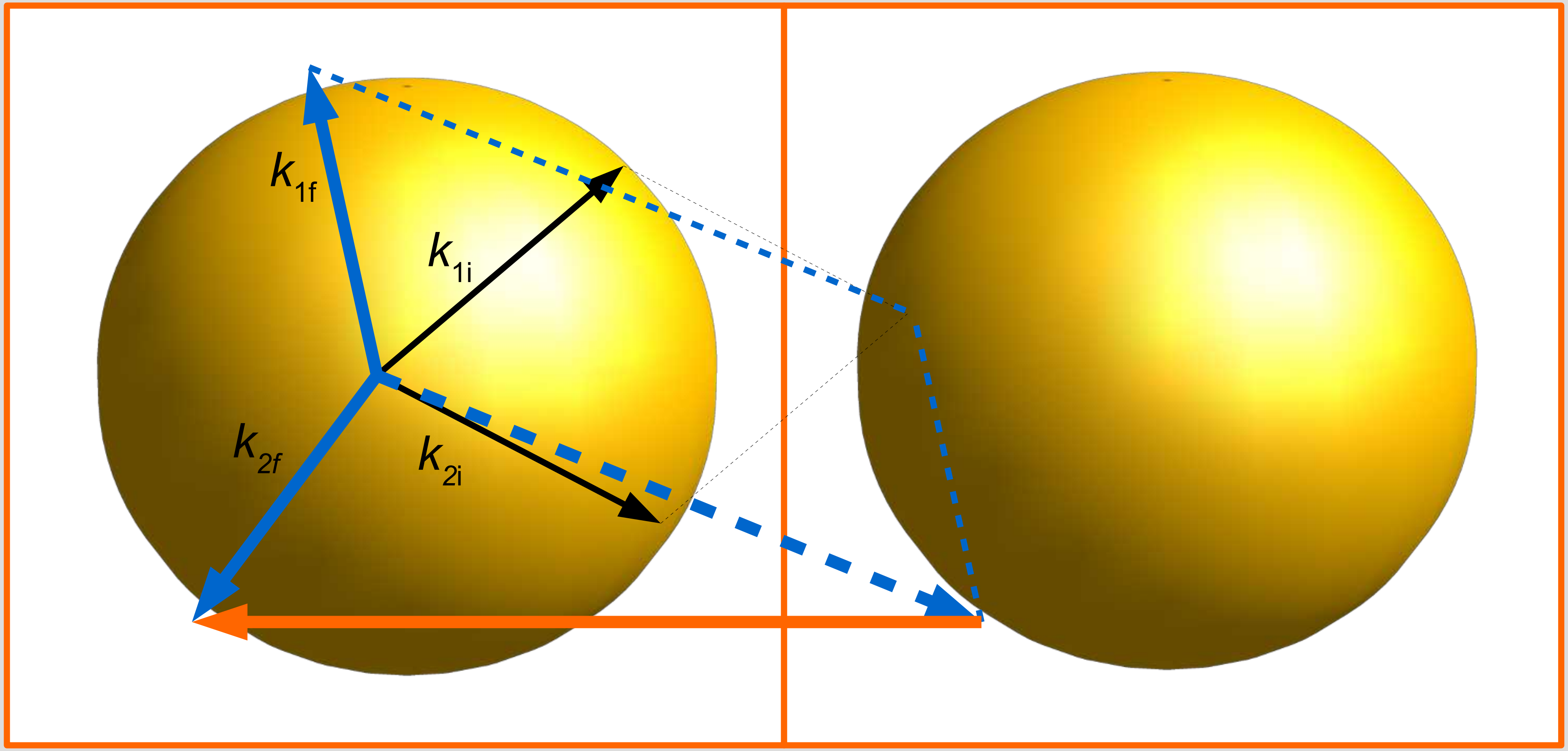
$$\vec{k}_{1i}+\vec{k}_{2i}=\vec{k}_{1f}+\vec{k}_{2f}\quad +\boldsymbol{G}$$

Электрон-электронное рассеяние



$$\vec{k}_{1i}+\vec{k}_{2i}=\vec{k}_{1f}+\vec{k}_{2f}\quad +G$$

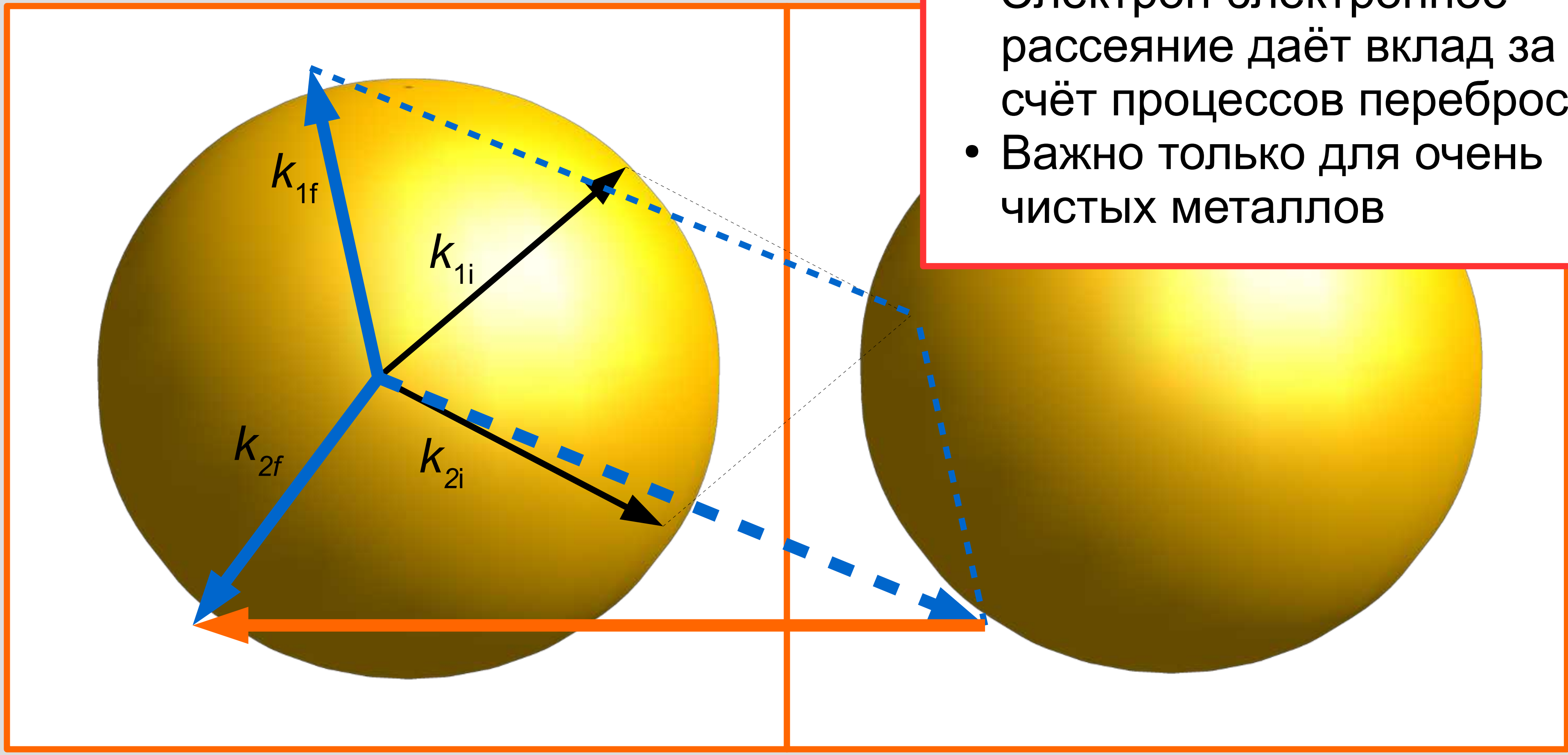
Электрон-электронное рассеяние



$$\vec{k}_{1i}+\vec{k}_{2i}=\vec{k}_{1f}+\vec{k}_{2f} \quad +\boldsymbol{G}$$

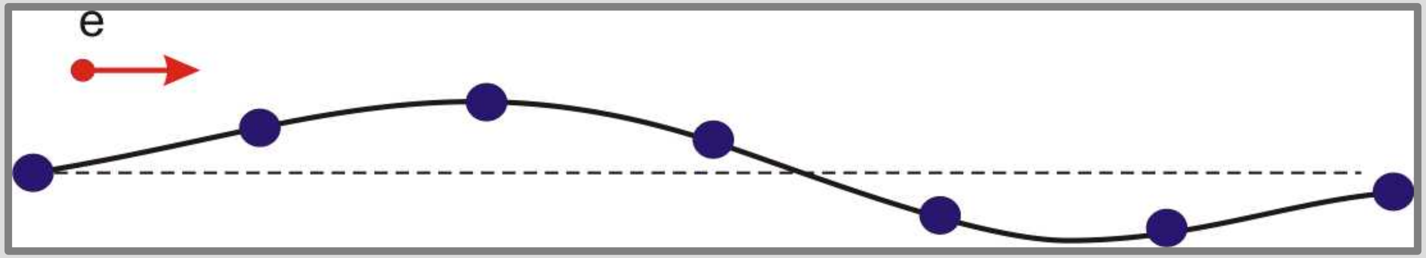
Электрон-электронное рассеяние

- Электрон-электронное рассеяние даёт вклад за счёт процессов переброса
- Важно только для очень чистых металлов

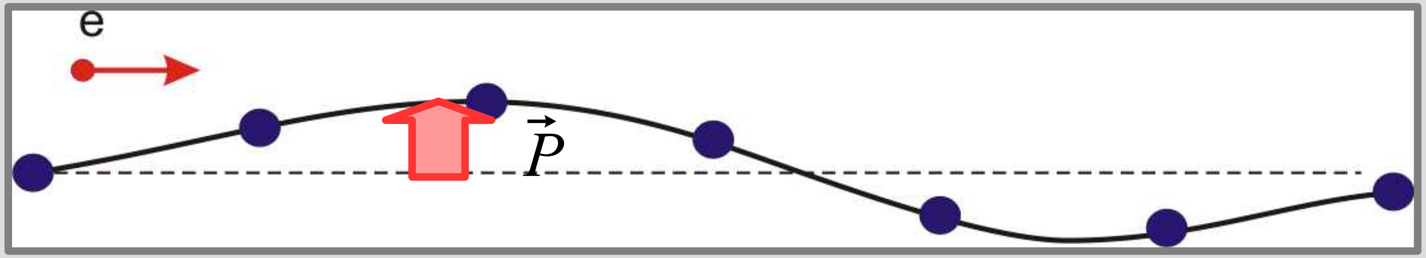


$$\vec{k}_{1i} + \vec{k}_{2i} = \vec{k}_{1f} + \vec{k}_{2f} \quad +\boldsymbol{G}$$

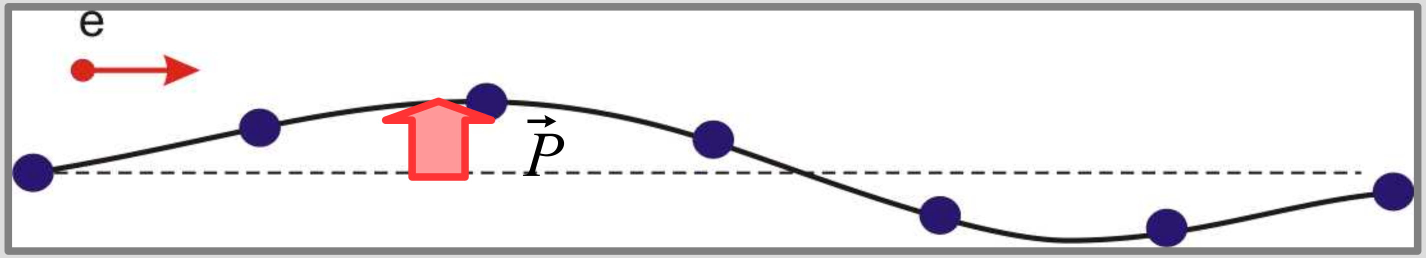
Рассеяние на колебаниях решётки

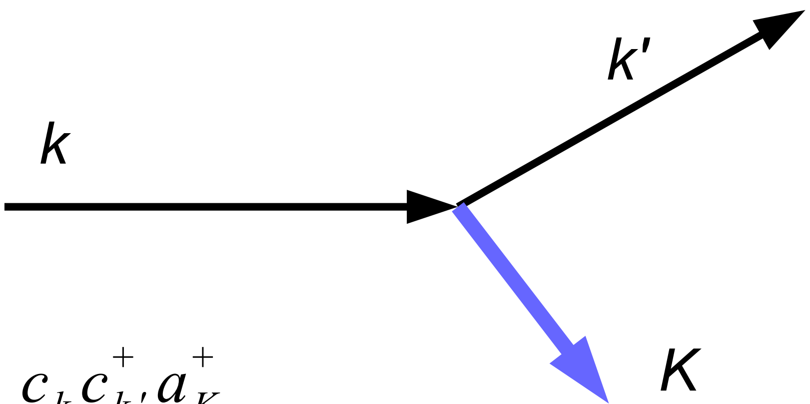


Рассеяние на колебаниях решётки



Рассеяние на колебаниях решётки

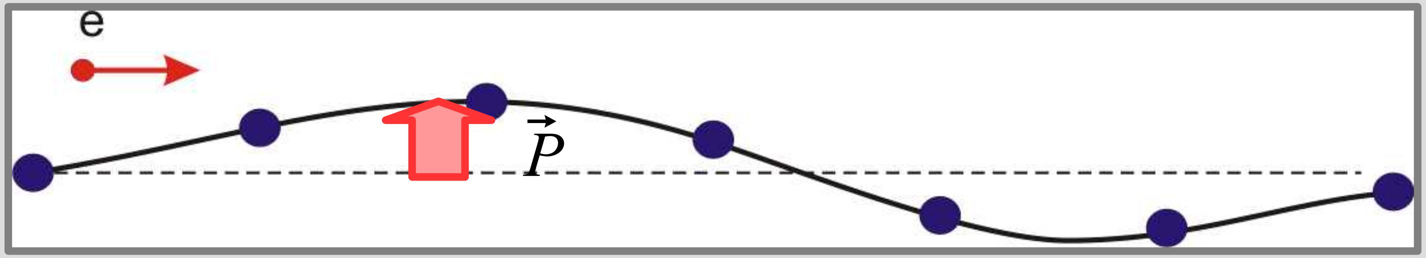


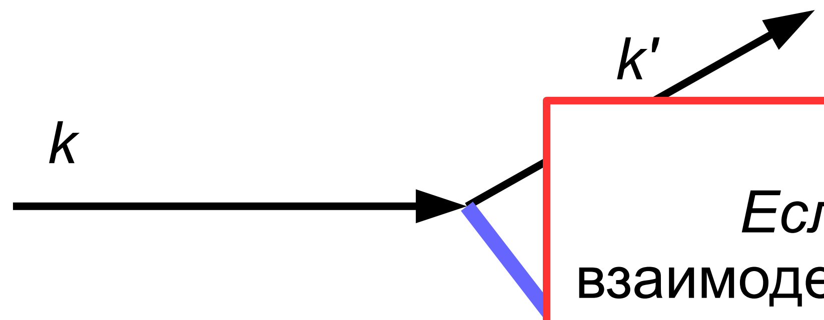


$$c_k c^{+}_{k'} a^{+}_{K}$$

$$\vec{k} = \vec{k}' + \vec{K} + \vec{G}$$

Рассеяние на колебаниях решётки



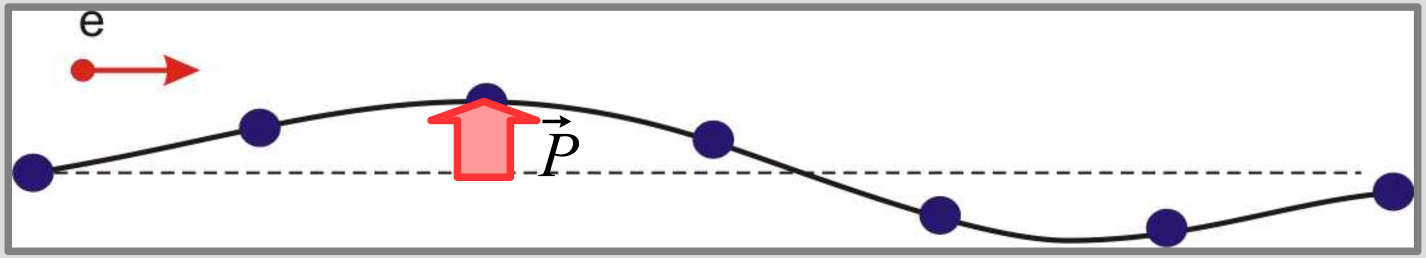


$$c_k c^+_{k'} a^+_K$$

$$\vec{k} = \vec{k}\,' + \vec{K} + \vec{G}$$

Если сечение взаимодействия для всех фононов одинаково, то вероятность рассеяния пропорциональна числу фононов

Случай высоких температур T>>Θ



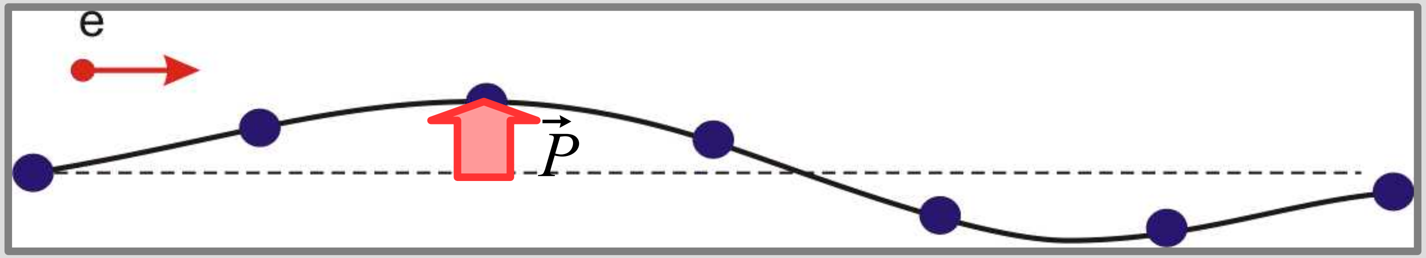
$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{фон} \propto T$$

$$N_{фон} \propto T$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

Случай высоких температур T>>Θ



$$T \gg \Theta_D$$

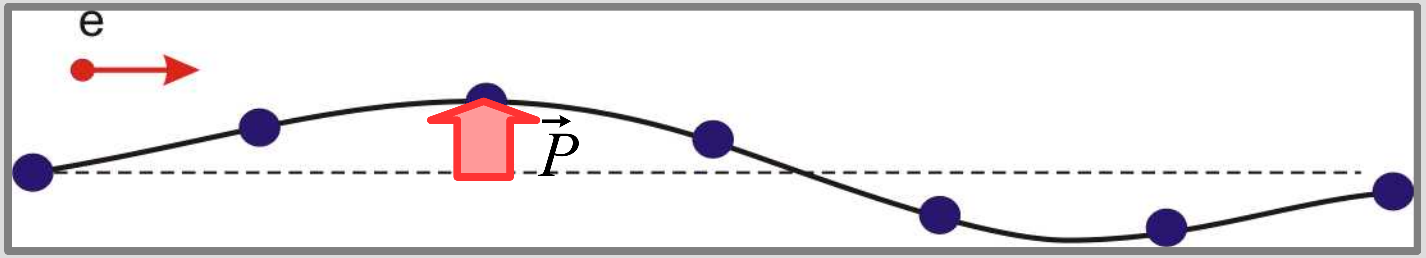
$$E_{фон} \propto T$$

$$N_{фон} \propto T$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{эл-фон} V_F$$

Случай высоких температур T>>Θ



$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{фон} \propto T$$

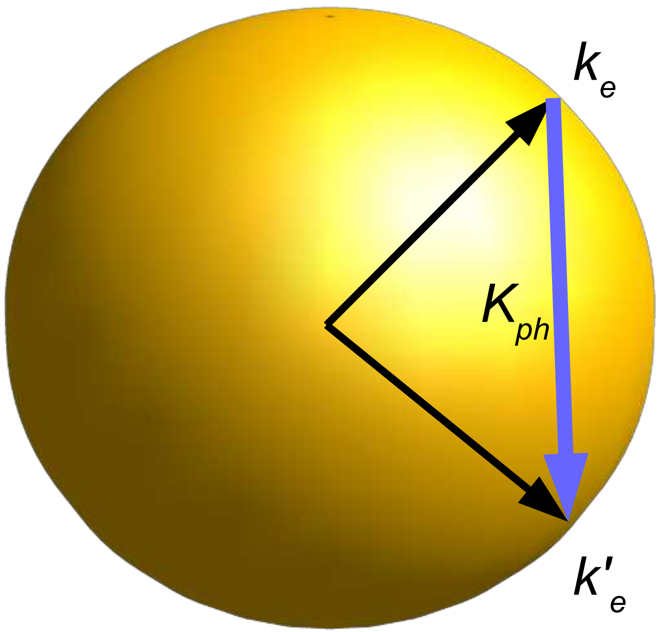
$$N_{фон} \propto T$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{эл-фон} V_F$$

$$\kappa(T) = const$$

Эффективность рассеяния при T>>Θ

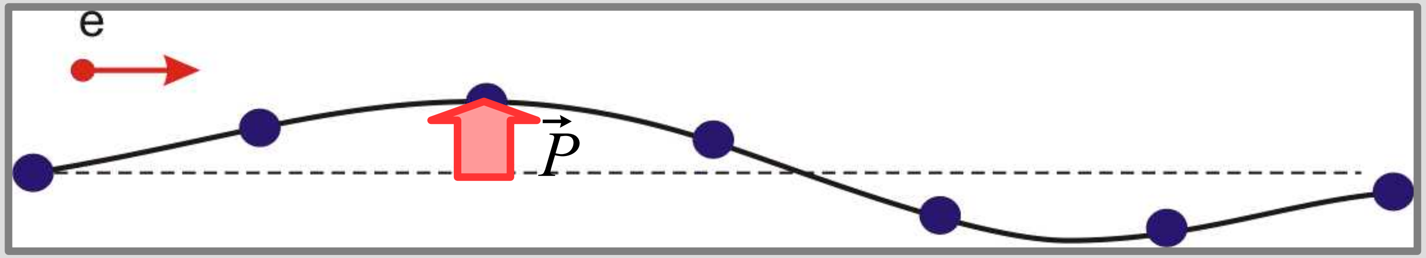


$$\vec{k}_e{}' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$
$$k_{фон} \simeq k_D = \sqrt[3]{6\pi^2 n_{яч}}$$
$$k_{Бр} \simeq \frac{\pi}{a} \simeq \pi \sqrt[3]{n_{яч}}$$

Волновые вектора электрона и фонона близкой длины, каждое рассеяние эффективно отклоняет электрон

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

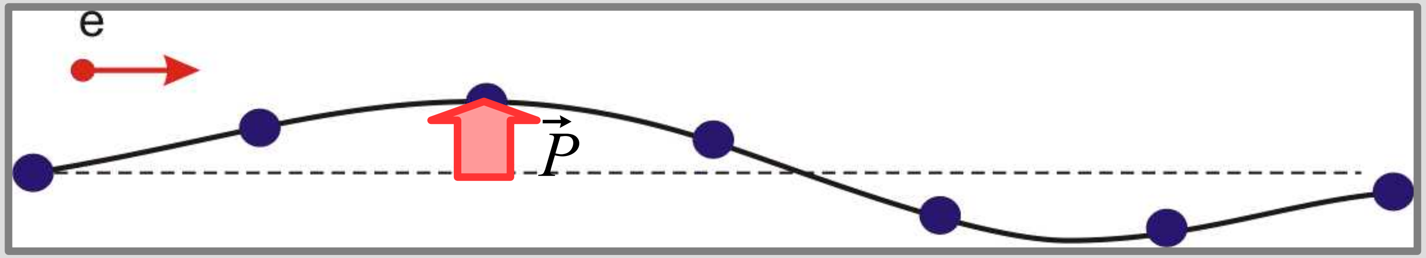
$$C_{фон} \propto T^3$$

$$E_{фон} \propto T^4$$

$$N_{фон} \propto T^3$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C_{фон} \propto T^3$$

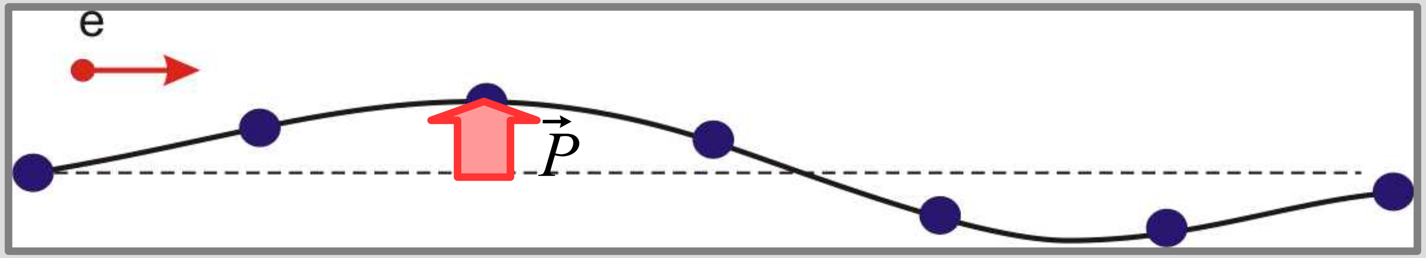
$$E_{фон} \propto T^4$$

$$N_{фон} \propto T^3$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{эл-фон} V_F$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C_{фон} \propto T^3$$

$$E_{фон} \propto T^4$$

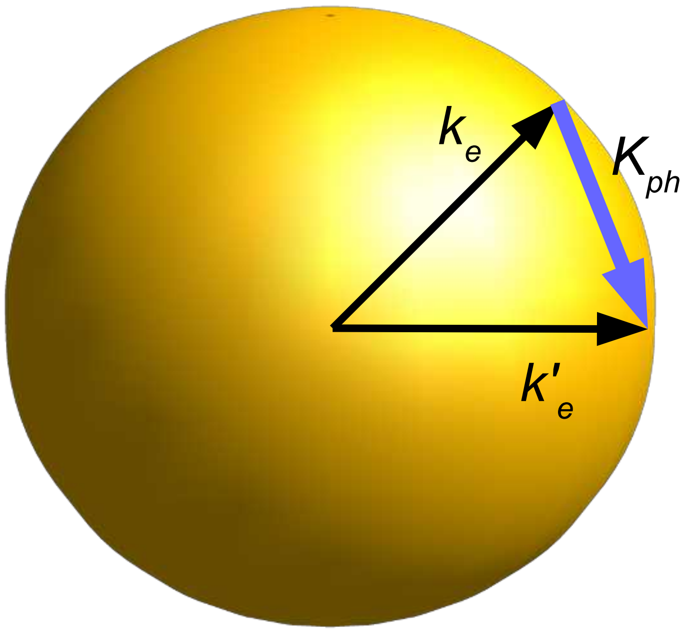
$$N_{фон} \propto T^3$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$\kappa \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\kappa = \frac{1}{3} C_V^{(V)} L_{эл-фон} V_F$$

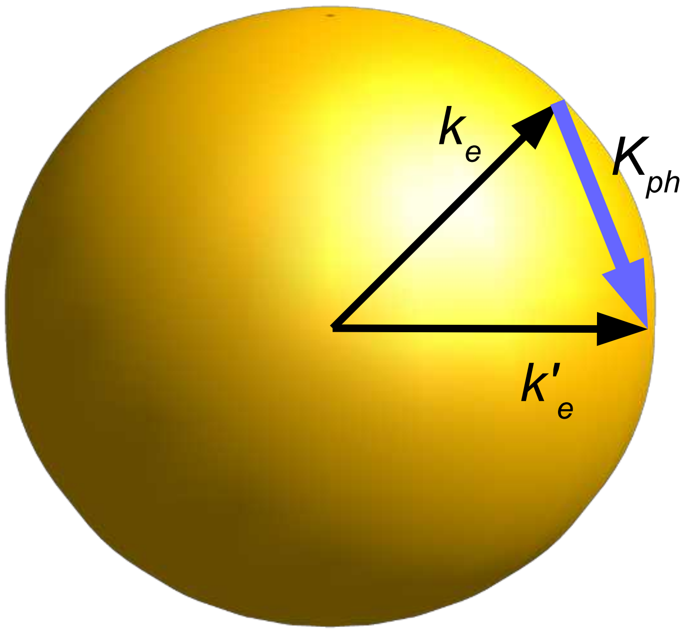
Эффективность рассеяния при T<<Θ



$$\vec{k}_e{}' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$\boxed{\begin{aligned} k_e &= k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e} \\ K_{ph} &\simeq T/(\hbar s) \simeq k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_{Бр} \end{aligned}}$$

Эффективность рассеяния при T<<Θ



$$\vec{k}_e' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

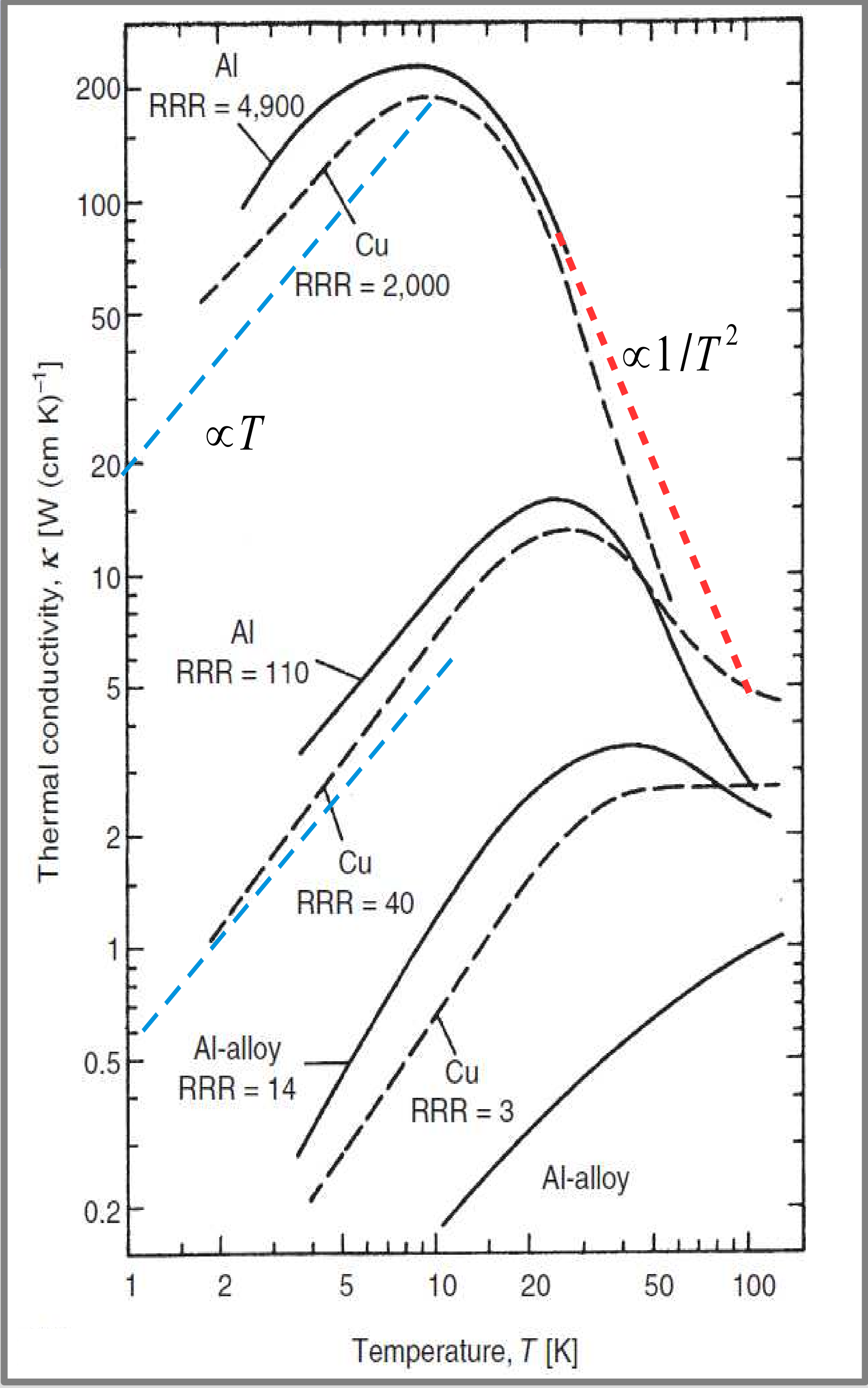
$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$

$$K_{ph} \simeq T/(\hbar s) \simeq k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_{Бр}$$

В одиночном рассеянии отклонение на малый угол

$$\varphi \simeq \frac{K_{ph}}{k_F} \simeq \frac{T}{\Theta} \ll 1 \quad \text{НО} \quad \Delta E \simeq T$$

Экспериментальная зависимость κ(T)



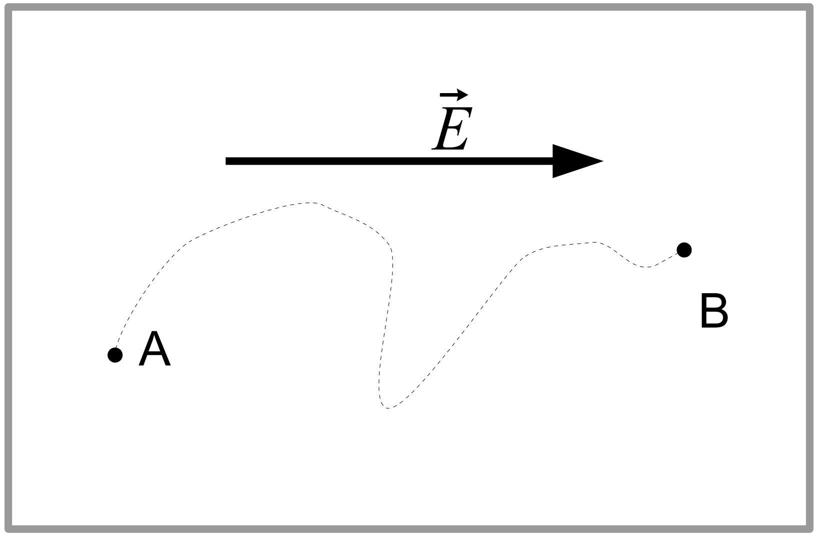
Frank Pobell, Matter and Methods at Low Temperatures, 2007

Зависимость теплопроводности от температуры для меди и алюминия различной чистоты.

Число RRR (residual resistivity ratio) обозначает отношение электрического сопротивления образца при комнатной температуре к сопротивлению при низких темепературах.

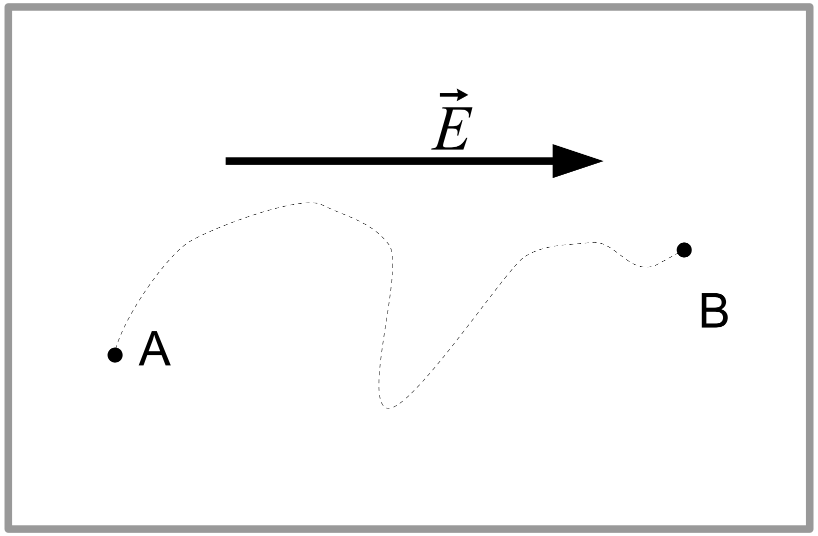
Часть 3. Электропроводность металлов

Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



$$\boxed{\delta A = q\vec{E}\left(\vec{V}_{гр}\delta t\right)}$$

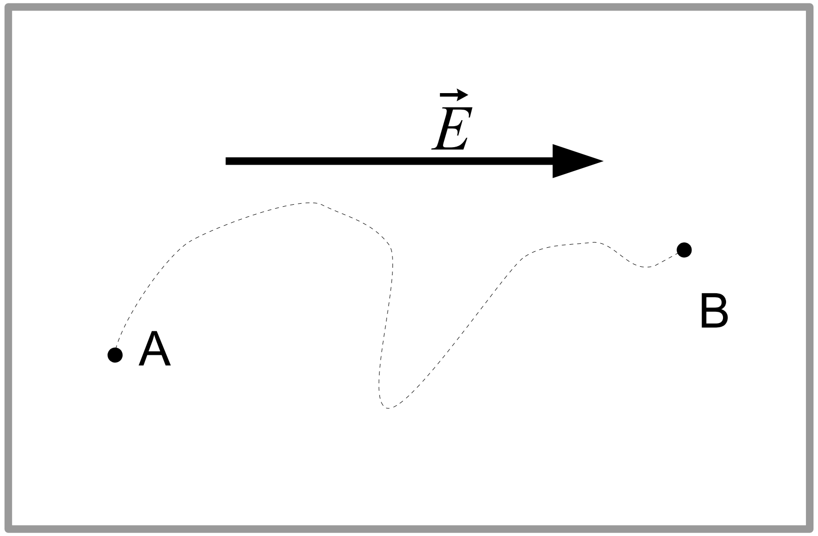
Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



$$\delta A = q\vec{E}\left(\vec{V}_{гр}\delta t\right)$$

$$\delta\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt}\delta t = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{p}}\frac{d\vec{p}}{dt}\delta t$$

Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле

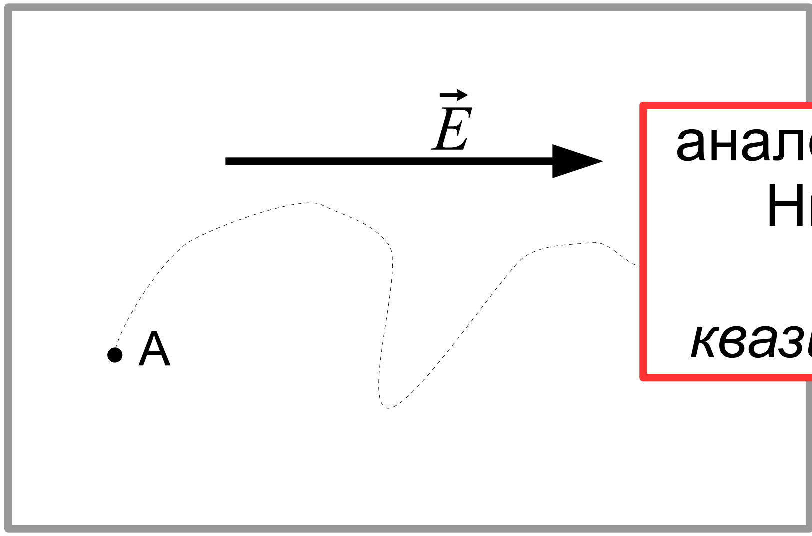


$$\delta A = q\vec{E}\left(\vec{V}_{гр}\delta t\right)$$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E}$$

$$\delta\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt}\delta t = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{p}}\frac{d\vec{p}}{dt}\delta t$$

Электрон в кристалле во внешнем электрическом поле



аналог 2 закона Ньютона *для квазиимпульса*

$$\boxed{\delta A = q\vec{E}\left(\vec{V}_{гр}\delta t\right)}$$

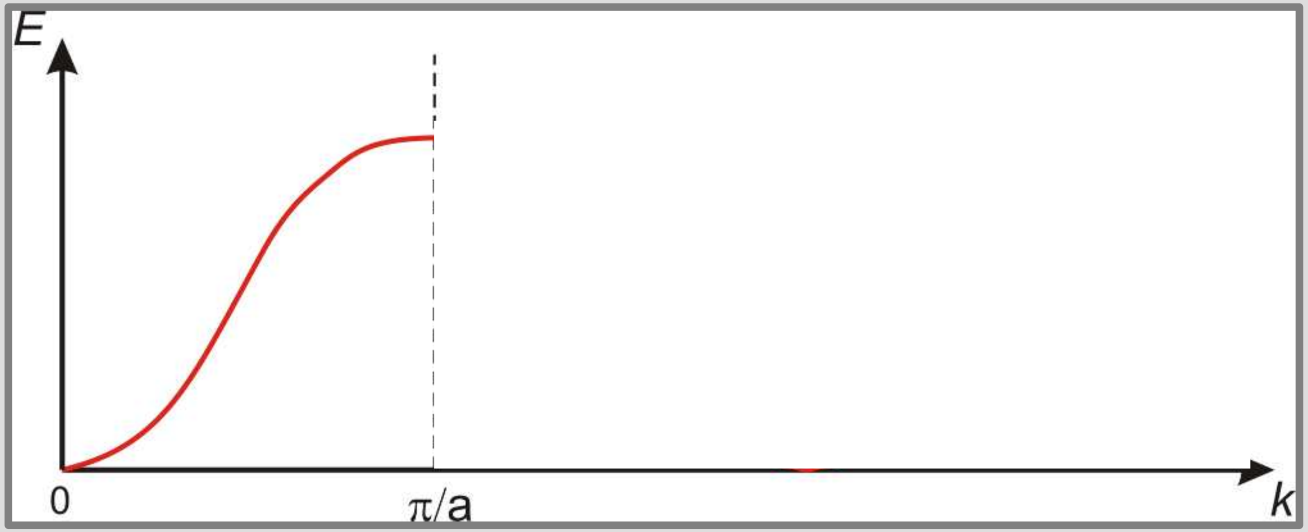
$$\Updownarrow$$

$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = q\vec{E}}$$

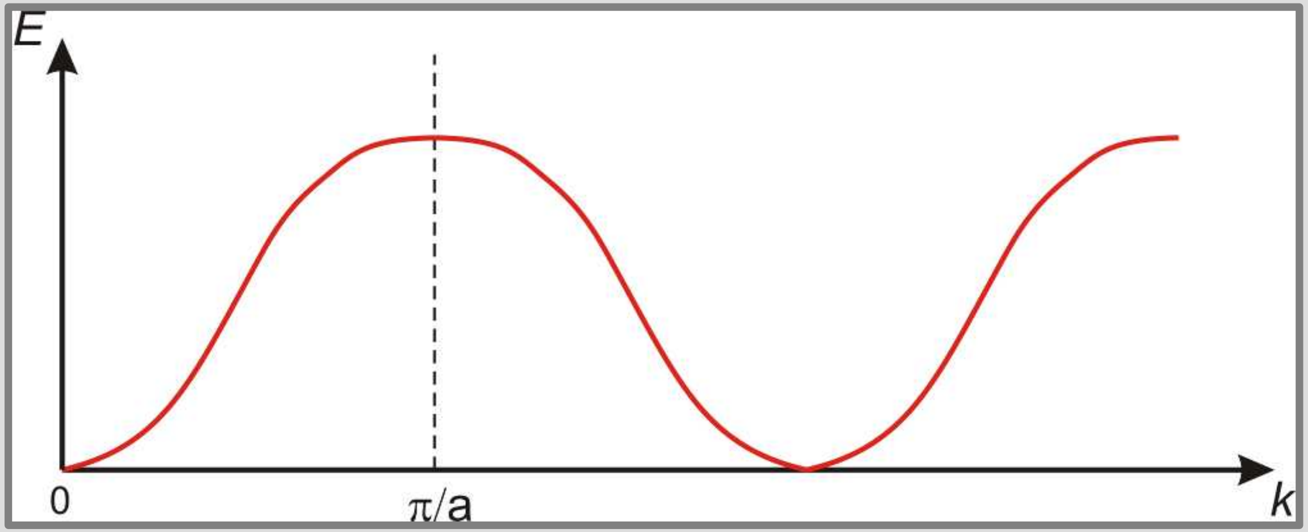
$$\Downarrow$$

$$\boxed{\delta\varepsilon = \frac{d\varepsilon}{dt}\delta t = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{p}}\frac{d\vec{p}}{dt}\delta t}$$

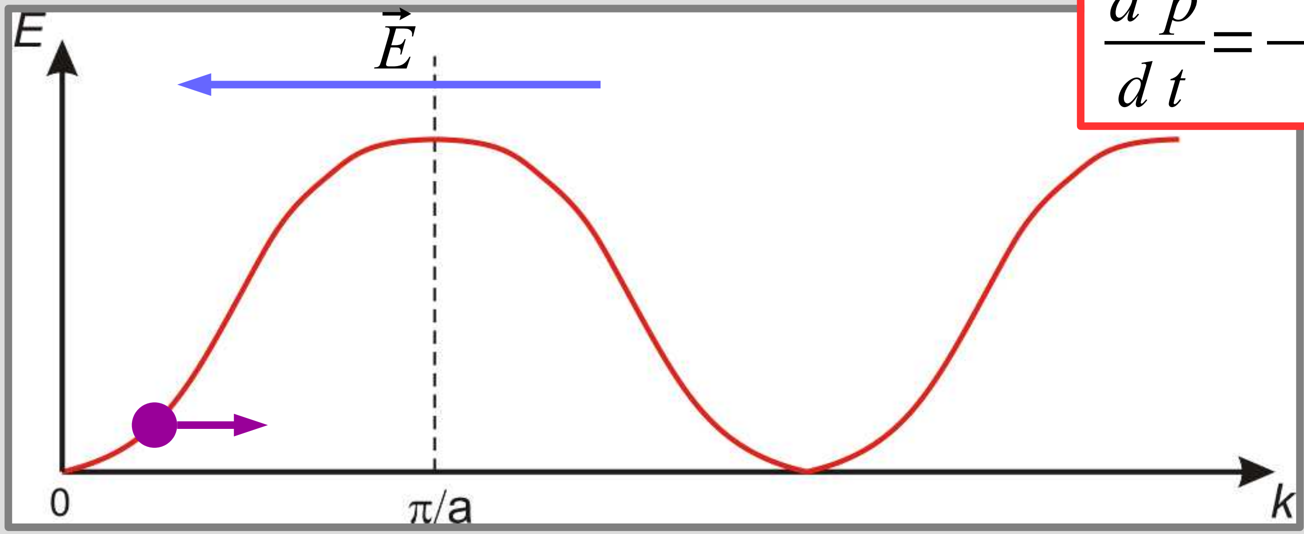
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



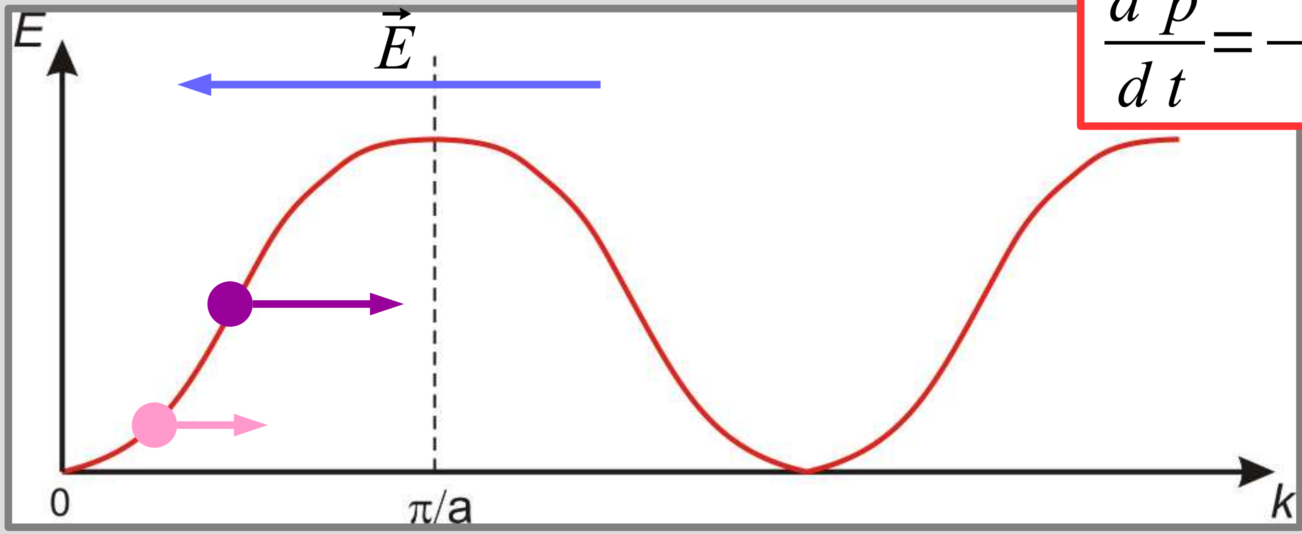
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



$$\frac{d\,\vec{p}}{d\,t} = -e\,\vec{E}$$

$t = 0$

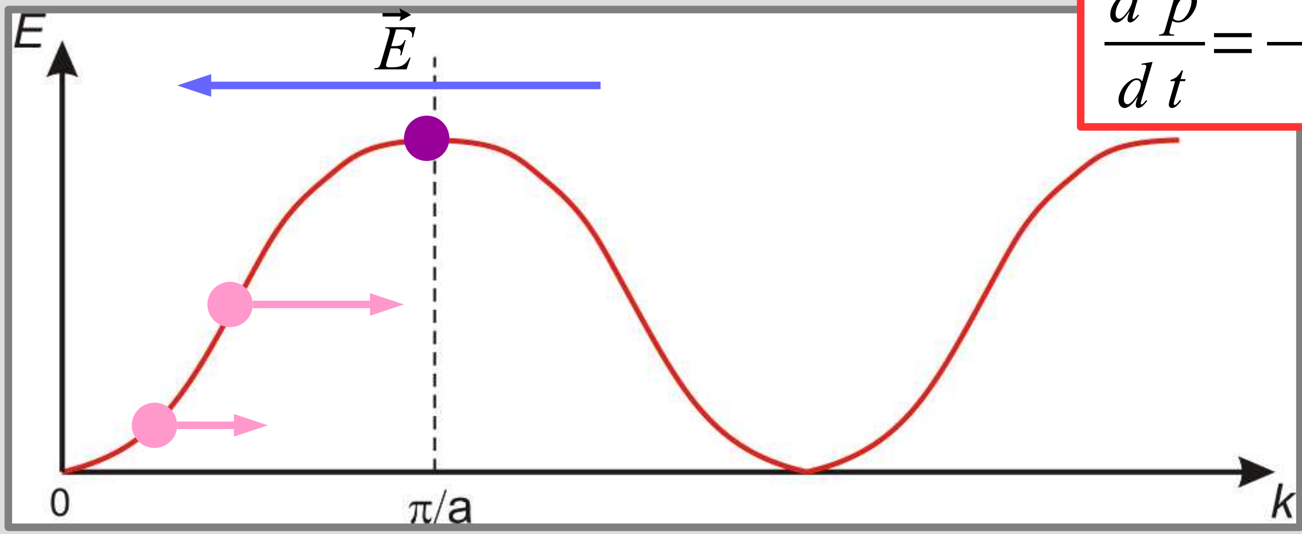
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



$$\boxed{\frac{d\,\vec{p}}{d\,t} = -e\,\vec{E}}$$

$t = t_1 > 0$

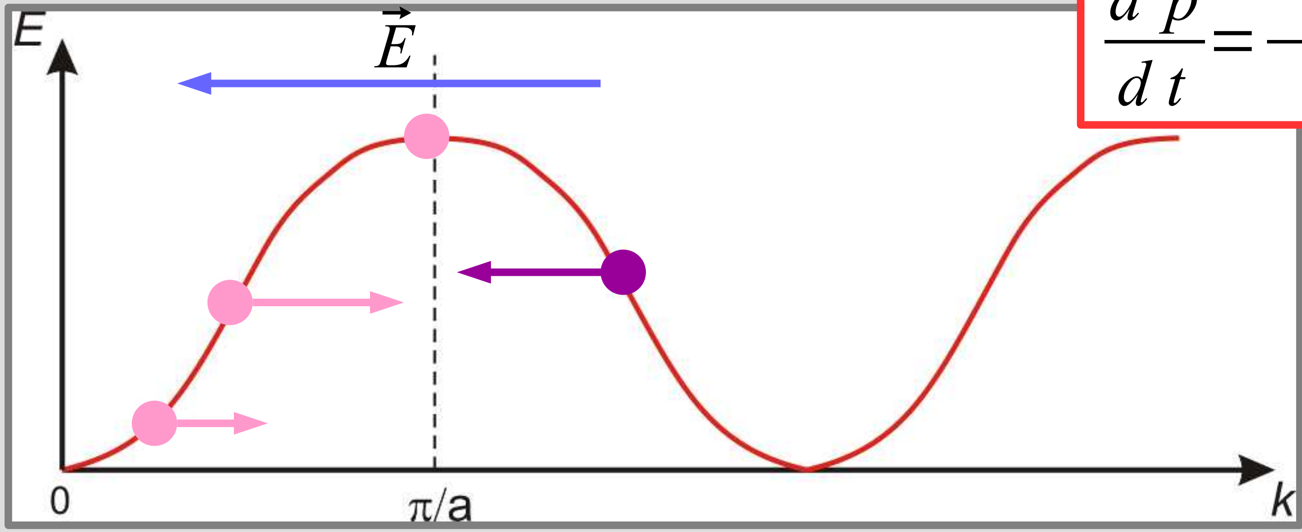
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}}$$

$t = t_2 > t_1 > 0$

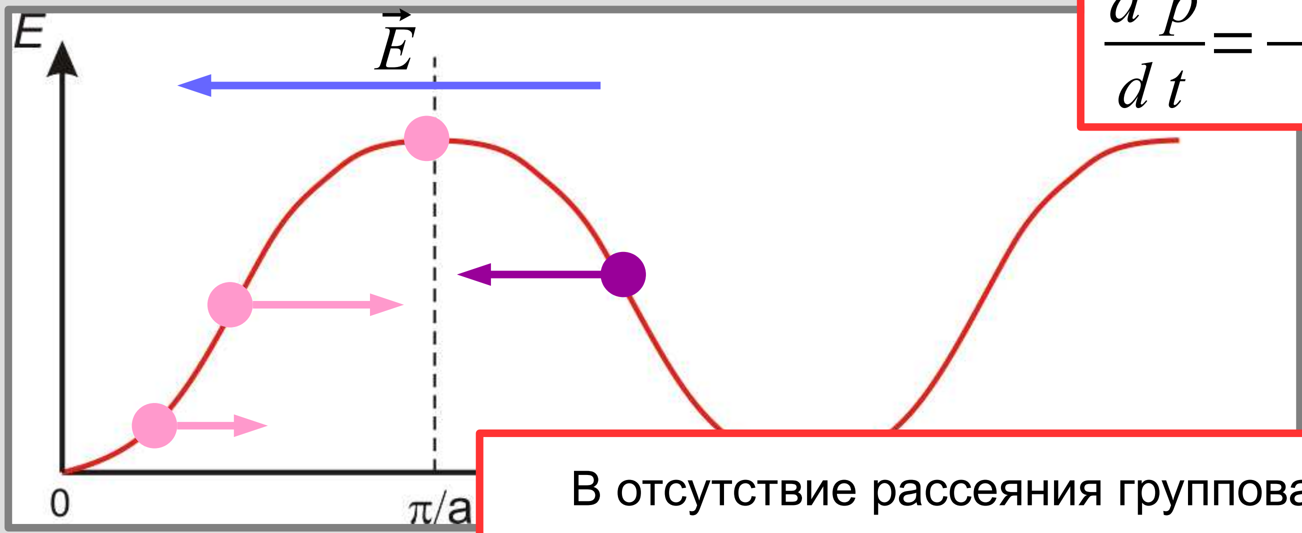
Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния



$$\boxed{\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}}$$

$$t = t_3 > t_2 > t_1 > 0$$

Блоховские осцилляции в отсутствие рассеяния

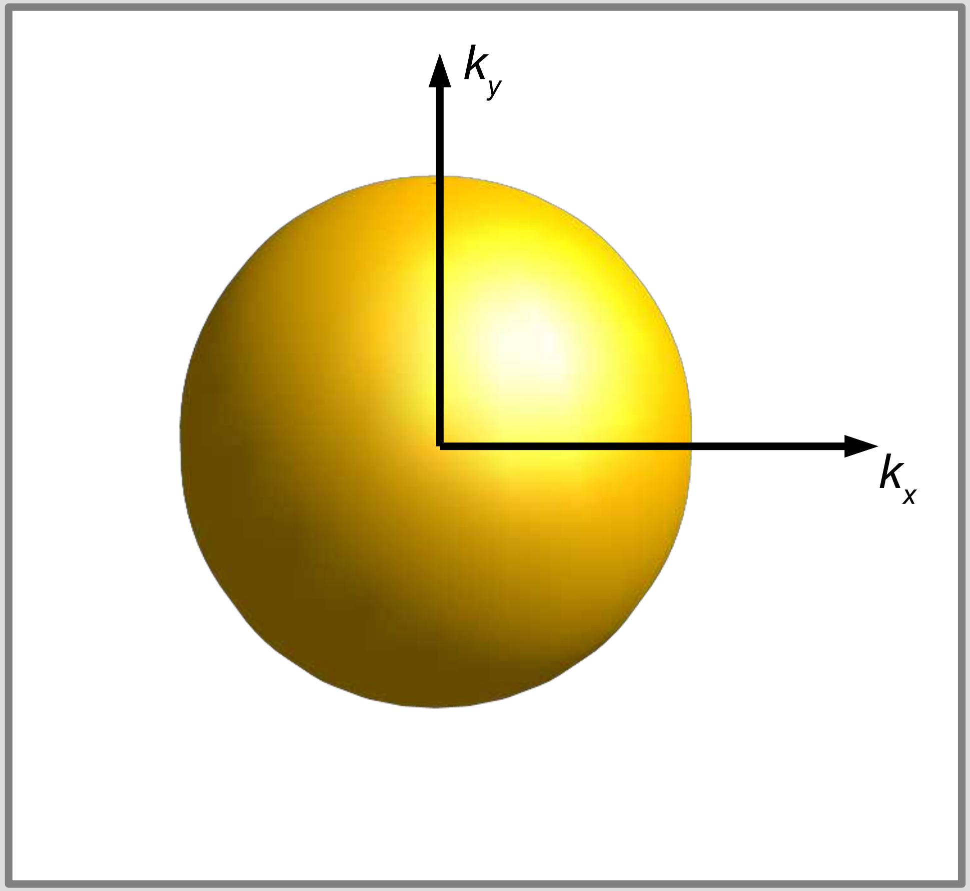


$$\frac{d\vec{p}}{dt} = -e\vec{E}$$

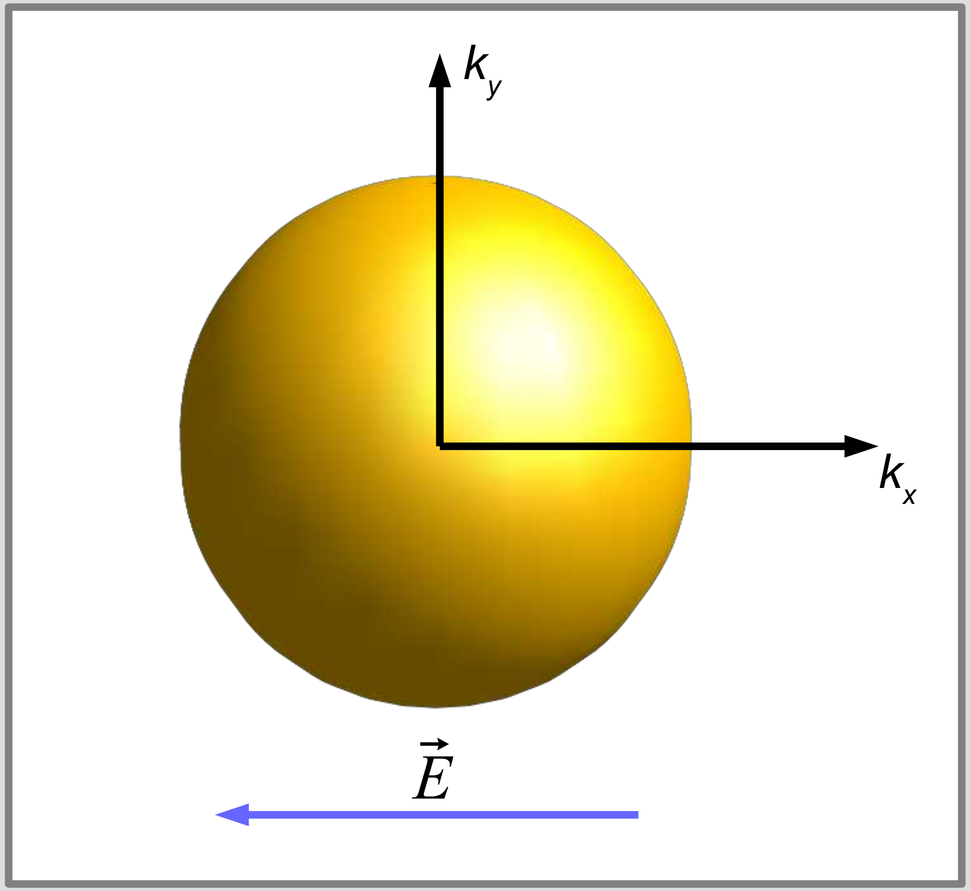
$$t = t_3 > t_2 > t_1 > 0$$

В отсутствие рассеяния групповая скорость и координата электронного волнового пакета осциллирует — тока не возникнет!

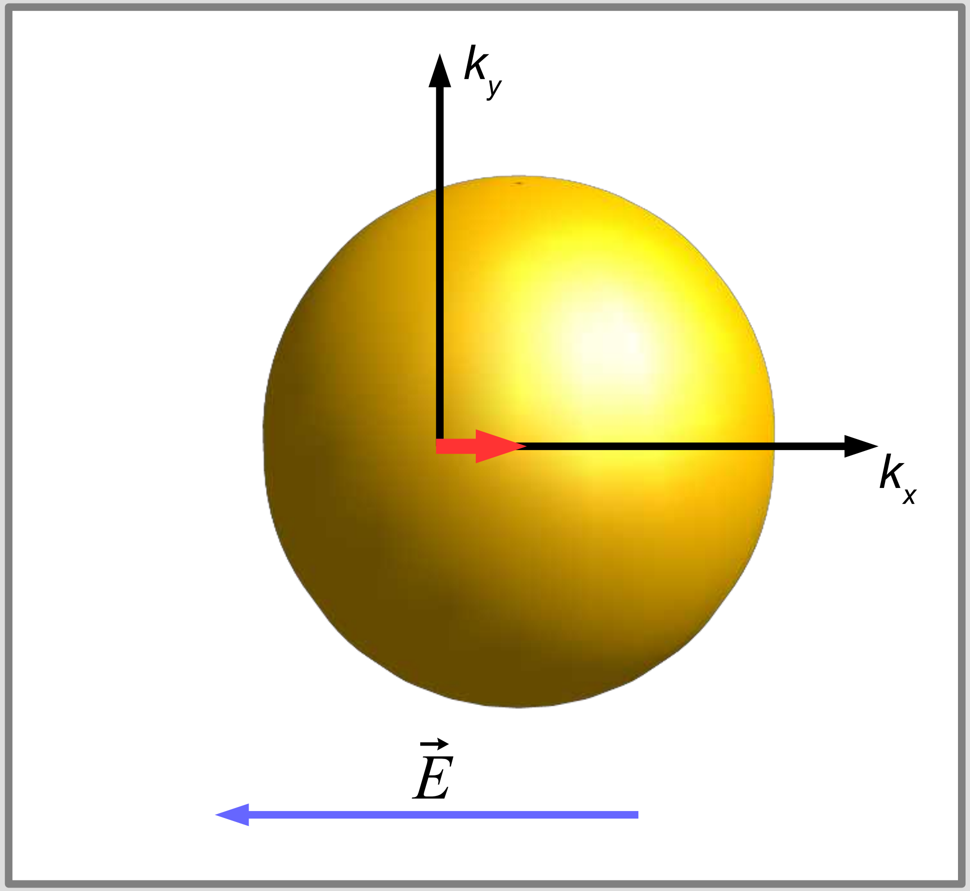
Проводимость электронного газа с рассеянием



Проводимость электронного газа с рассеянием

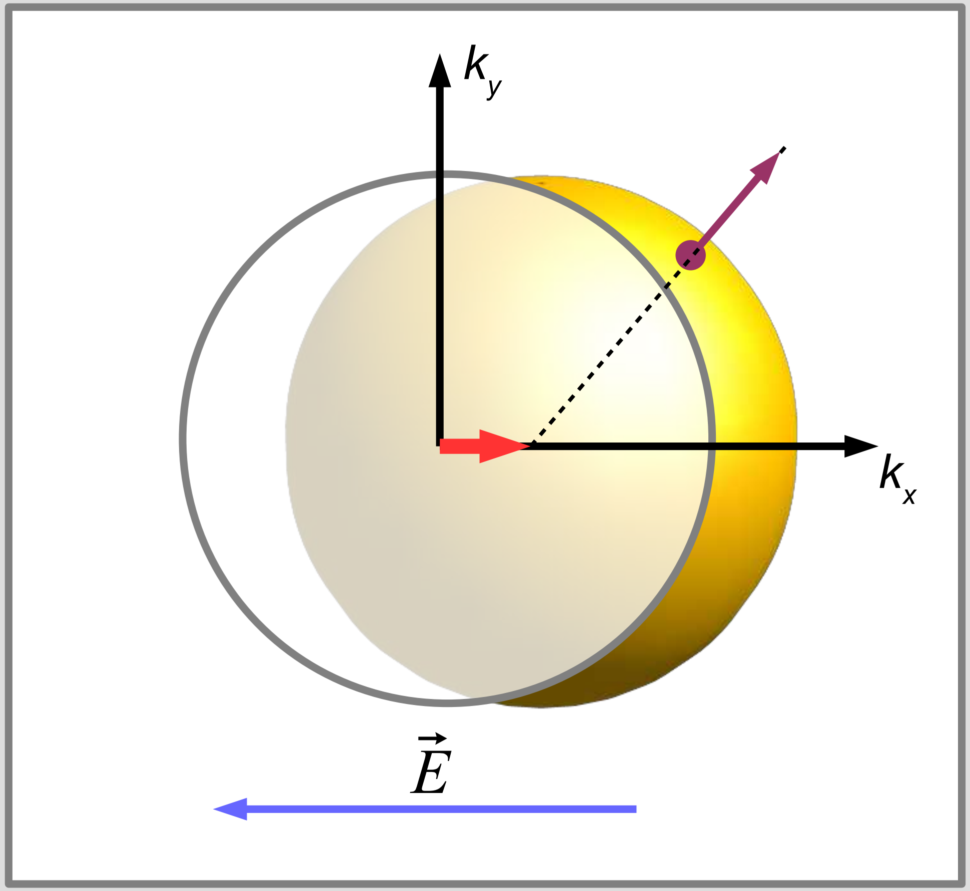


Проводимость электронного газа с рассеянием



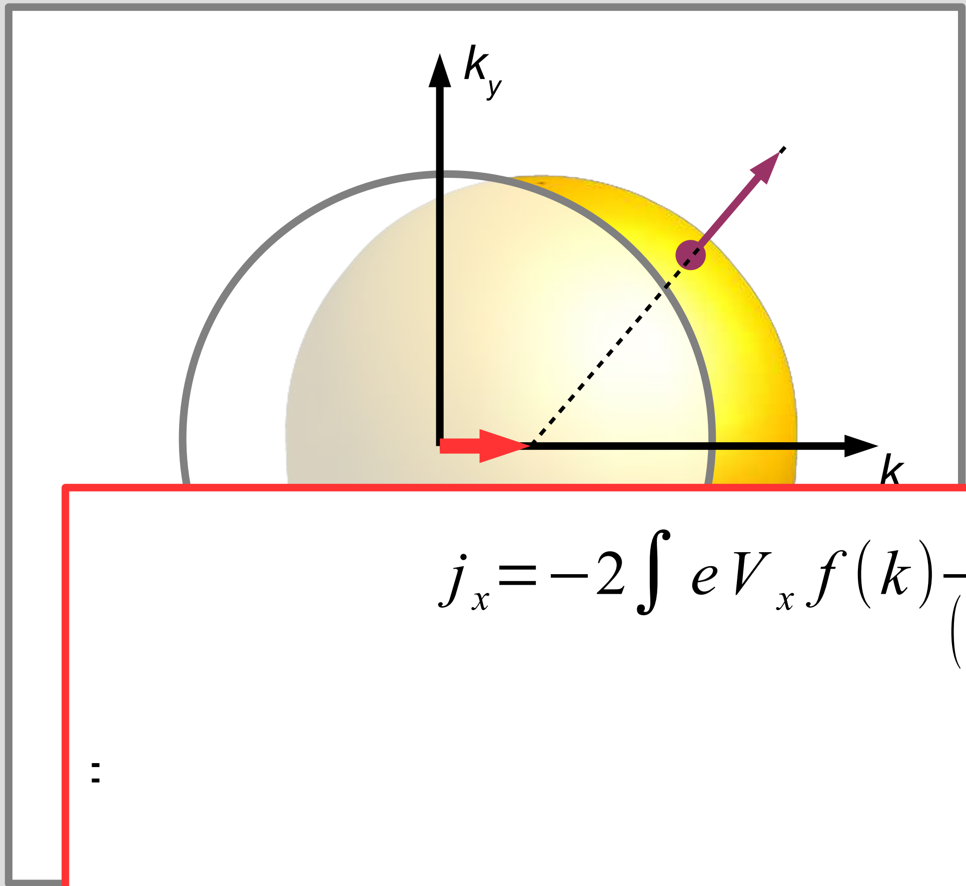
$$\boxed{\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau}$$

Проводимость электронного газа с рассеянием



$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

Проводимость электронного газа с рассеянием

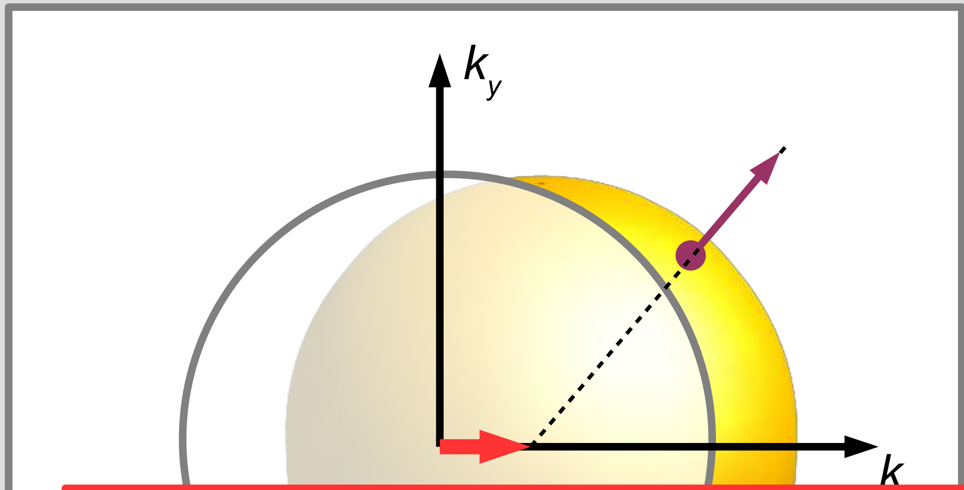


$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$

:

Проводимость электронного газа с рассеянием



$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

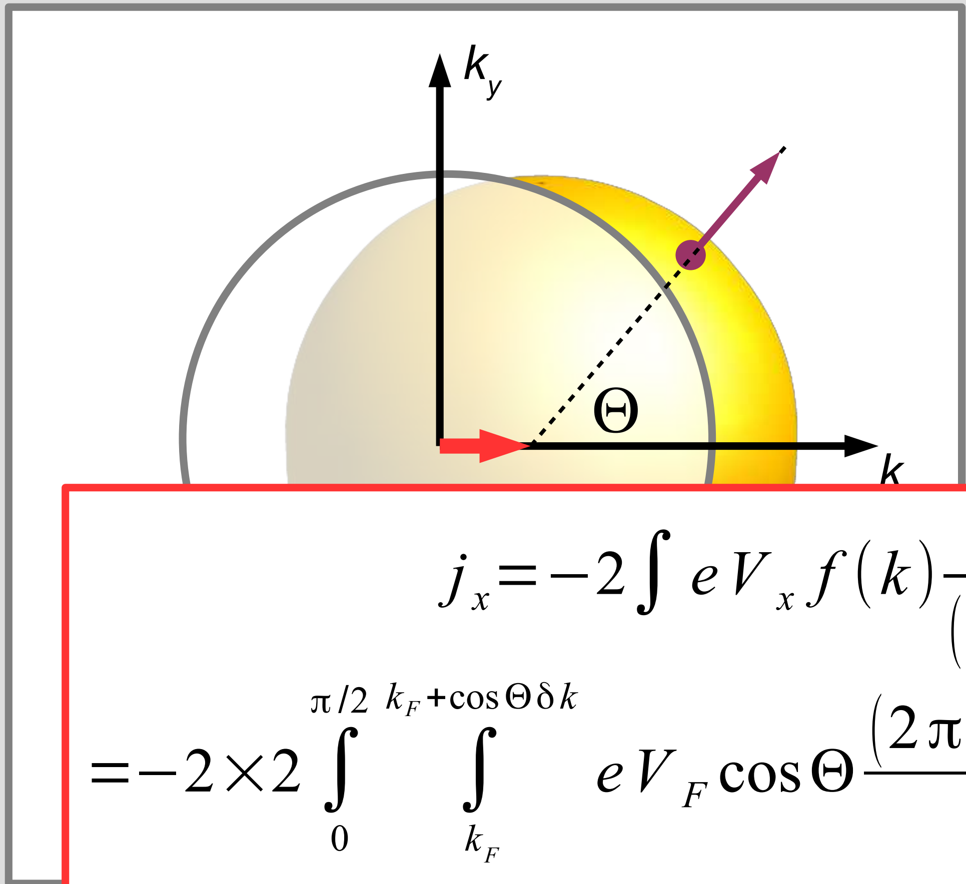
$$\int f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} = n$$

$$f_{T=0} = \begin{cases} 2, k < k_F \\ 0, k > k_F \end{cases}$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$

:

Проводимость электронного газа с рассеянием

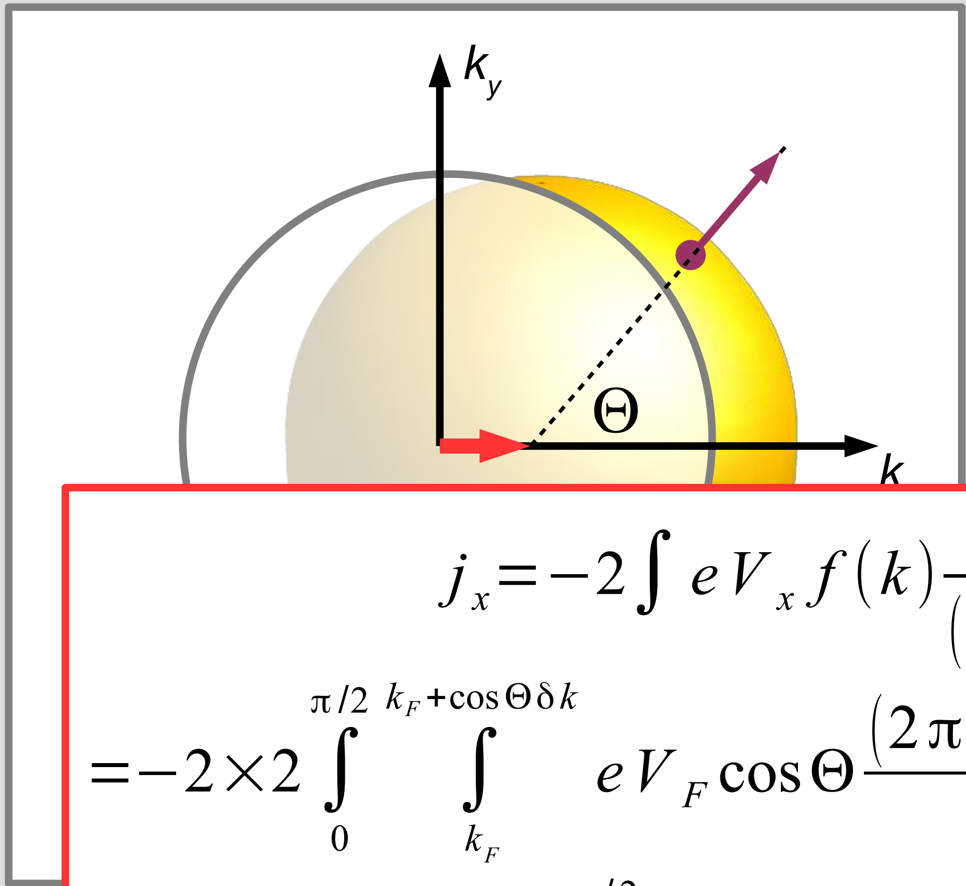


$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$

$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos\Theta \delta k} e V_F \cos\Theta \frac{(2\pi k \sin\Theta)(k\, d\Theta)\, dk}{(2\pi)^3} =$$

Проводимость электронного газа с рассеянием



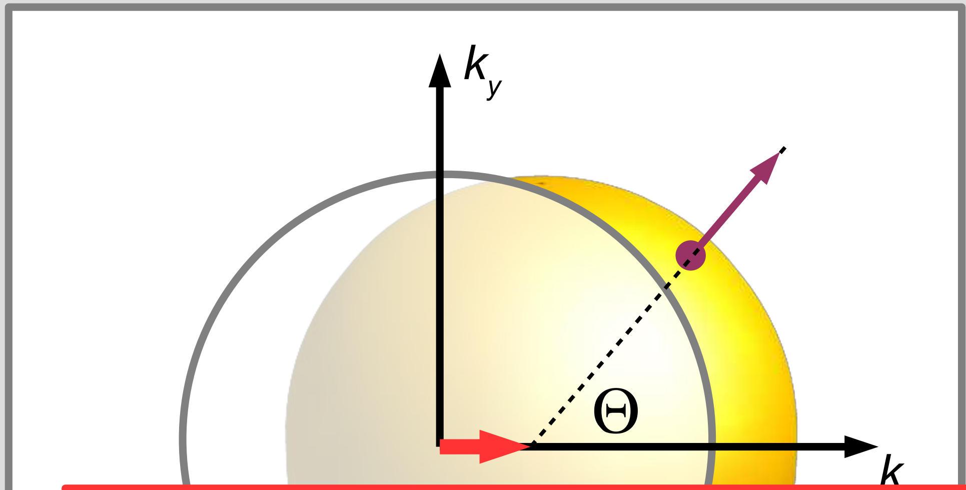
$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$

$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos\Theta \delta k} e V_F \cos\Theta \frac{(2\pi k \sin\Theta)(k\, d\Theta)\, dk}{(2\pi)^3} =$$

$$= -\frac{e V_F}{\pi^2} k_F^2 \delta k \int_0^{\pi/2} \cos^2\Theta \sin\Theta \, d\Theta = -\frac{e \hbar k_F^3 \delta k}{3\pi^2 m^*}$$

Проводимость электронного газа с рассеянием



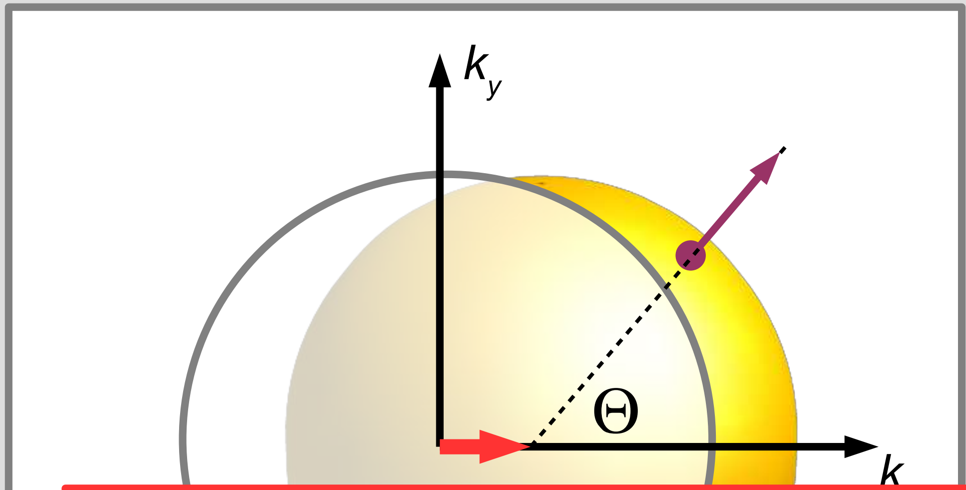
$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} =$$

$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos\Theta \, \delta k} e V_F \cos\Theta \frac{(2\pi k \sin\Theta)(k \, d\Theta) \, dk}{(2\pi)^3} =$$

$$= -\frac{e V_F}{\pi^2} k_F^2 \, \delta k \int_0^{\pi/2} \cos^2\Theta \sin\Theta \, d\Theta = -\frac{e \hbar k_F^3 \, \delta k}{3 \pi^2 m^*}$$

Проводимость электронного газа с рассеянием



$$\delta k = -\frac{e}{\hbar} E \tau$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{V_F m^*}$$

$$j_x = -2 \int e V_x f(k) \frac{d^3 k}{(2\pi)^3}$$

$$= -2 \times 2 \int_0^{\pi/2} \int_{k_F}^{k_F + \cos\Theta \delta k} e V_F \cos\Theta \frac{(2\pi k \sin\Theta)(k\, d\Theta)\, dk}{(2\pi)^3} =$$

$$= -\frac{e V_F}{\pi^2} k_F^2 \delta k \int_0^{\pi/2} \cos^2\Theta \sin\Theta \, d\Theta = -\frac{e \hbar k_F^3 \delta k}{3 \pi^2 m^*}$$

Влияние процессов рассеяния на электропроводность

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Процессы рассеяния электронов:

- на дефектах
- на колебаниях решётки
- на электронах

правило Матиссена: суммируются вероятности процессов рассеяния

$$\rho = \rho_{прим} + \rho_{e-e} + \rho_{e-ph}$$

Рассеяние на примесях

$$\boxed{\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{m^* V_F}}$$

Рассеяние на примесях

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{m^* V_F}$$

- Кулоновский потенциал дефекта экранируется на расстоянии ~a
- При самых низких температурах длина пробега от температуры не зависит
- $L \simeq \dfrac{1}{n_{деф} a^2}$

Рассеяние на примесях

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*} = \frac{n e^2 L}{m^* V_F}$$

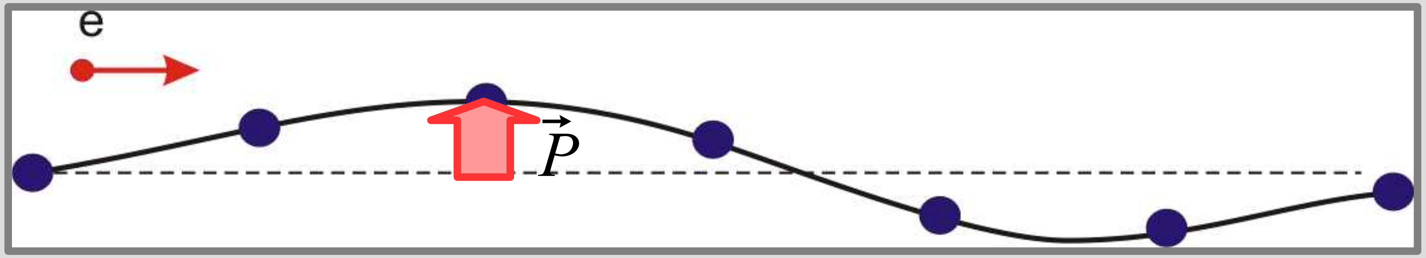
- Кулоновский потенциал дефекта экранируется на расстоянии ~a
- При самых низких температурах длина пробега от температуры не зависит
- $$L \simeq \frac{1}{n_{деф} a^2}$$

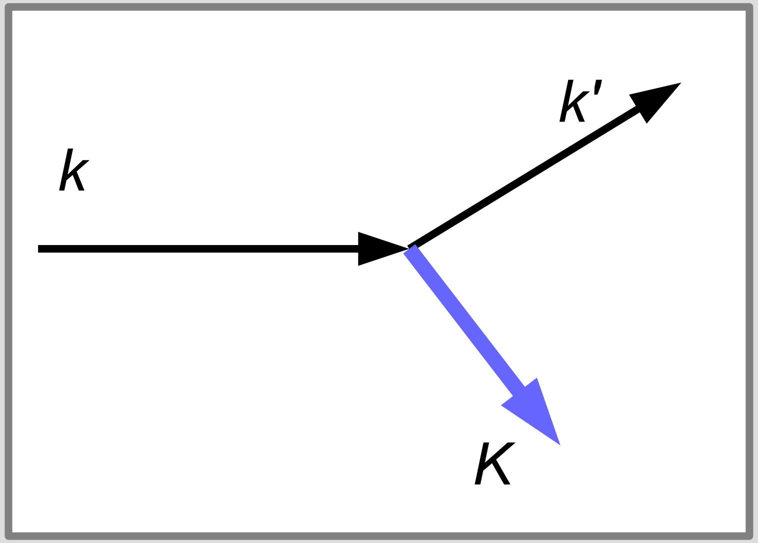
$$\sigma_{деф} \propto \frac{1}{n_{деф}}$$

$$\rho_{деф} \propto n_{деф}$$

$$\rho_{деф}(T) = const$$

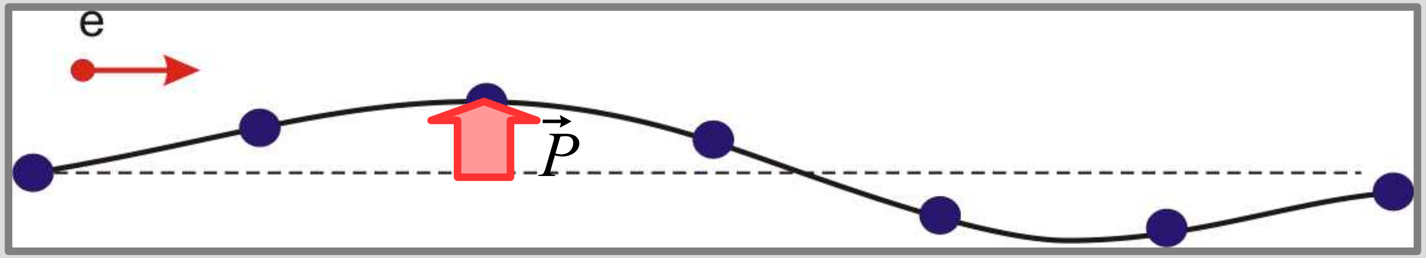
Рассеяние на колебаниях решётки





Если сечение взаимодействия для всех фононов одинаково, то вероятность рассеяния пропорциональна числу фононов

Случай высоких температур



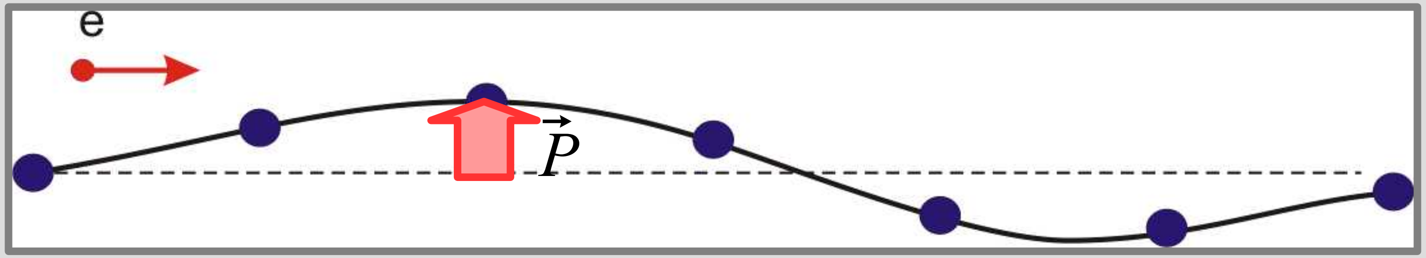
$$T \gg \Theta_D$$

$$E_{фон} \propto T$$

$$N_{фон} \propto T$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

Случай высоких температур



$$T \gg \Theta_D$$

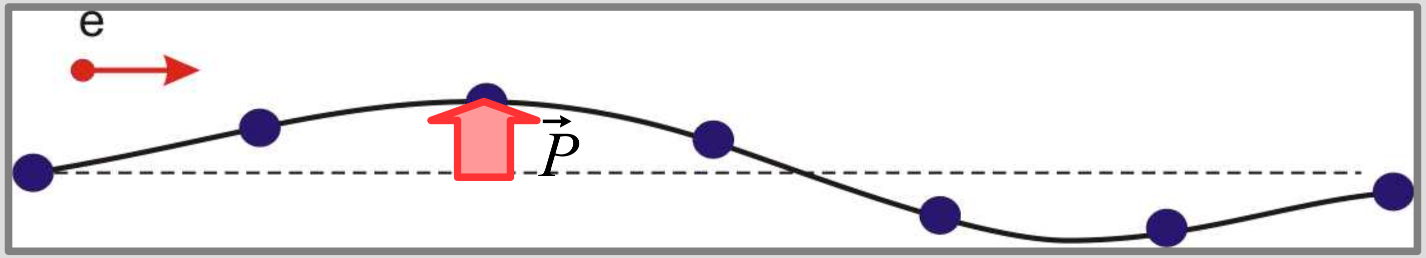
$$E_{фон} \propto T$$

$$N_{фон} \propto T$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Случай высоких температур

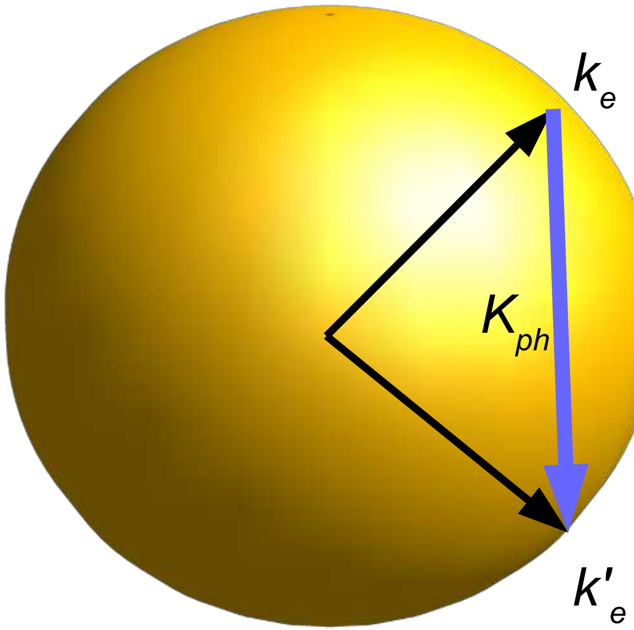


$$T \gg \Theta_D$$
$$E_{фон} \propto T$$
$$N_{фон} \propto T$$
$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

$$\sigma_{эл-фон,\, T \gg \Theta} \propto \frac{1}{T}$$
$$\rho_{эл-фон,\, T \gg \Theta} \propto T$$

Эффективность рассеяния при T>>Θ



$$\vec{k}_e{}' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

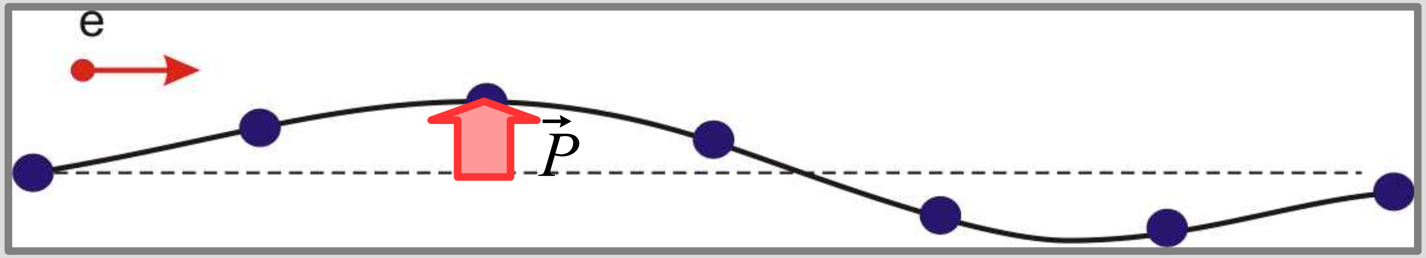
$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$

$$k_D = \sqrt[3]{6\pi^2 n_{яч}}$$

$$k_{Бр} \simeq \frac{\pi}{a} \simeq \pi \sqrt[3]{n_{яч}}$$

Волновые вектора электрона и фонона близкой длины, каждое рассеяние эффективно отклоняет электрон

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

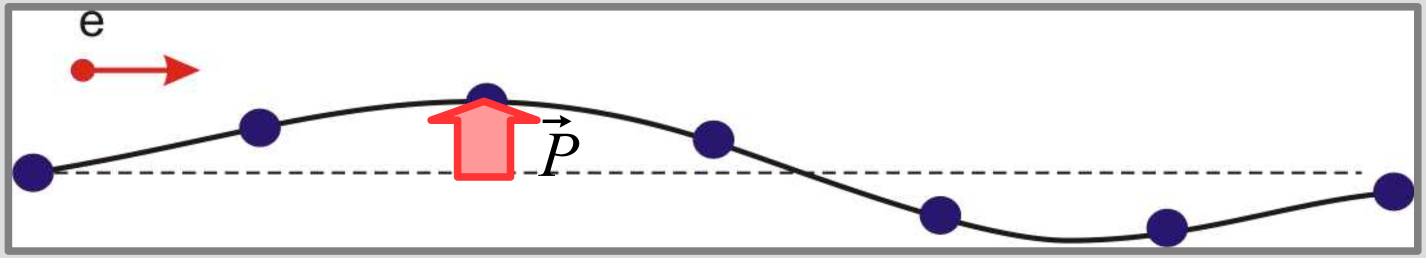
$$C \propto T^3$$

$$E_{фон} \propto T^4$$

$$N_{фон} \propto T^3$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$

$$C \propto T^3$$

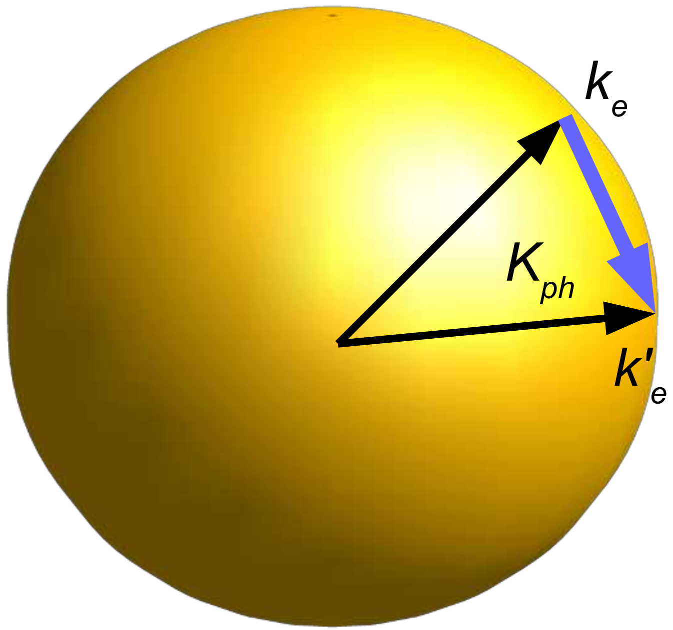
$$E_{фон} \propto T^4$$

$$N_{фон} \propto T^3$$

$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

Это пробег до встречи с фононом, но низкоэнергетические фононы неэффективно отклоняют электрон при рассеянии!!!

Эффективность рассеяния при T<<Θ



$$\vec{k}_e{}' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

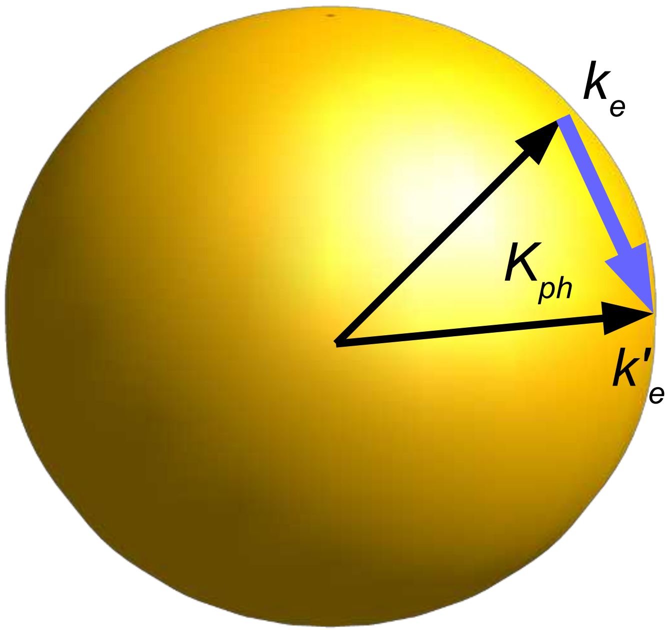
$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n_e}$$

$$k_{ph} \simeq T/(\hbar s) \simeq k_D \frac{T}{\Theta_D} \ll k_{Бр}$$

В одиночном рассеянии отклонение на малый угол

$$\varphi \simeq \frac{k_{ph}}{k_F} \simeq \frac{T}{\Theta}$$

Эффективность рассеяния при T<<Θ



$$\vec{k}_e{}' = \vec{k}_e + \vec{K}_{ph}$$

$$k_e = k_F = \sqrt[3]{3\pi^2 n}$$

$$k_{ph} \simeq T/$$

Число столкновений для отклонения на большой угол

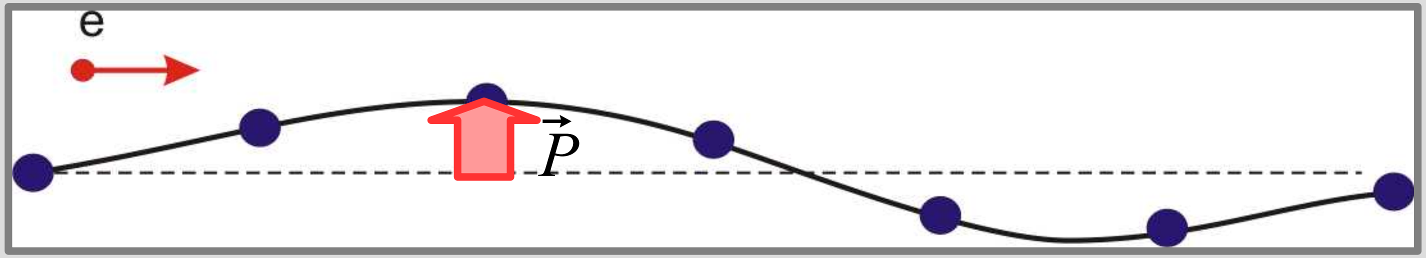
$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

В оди

отклонение на малый угол

$$\varphi \simeq \frac{k_{ph}}{k_F} \simeq \frac{T}{\Theta}$$

Случай низких температур

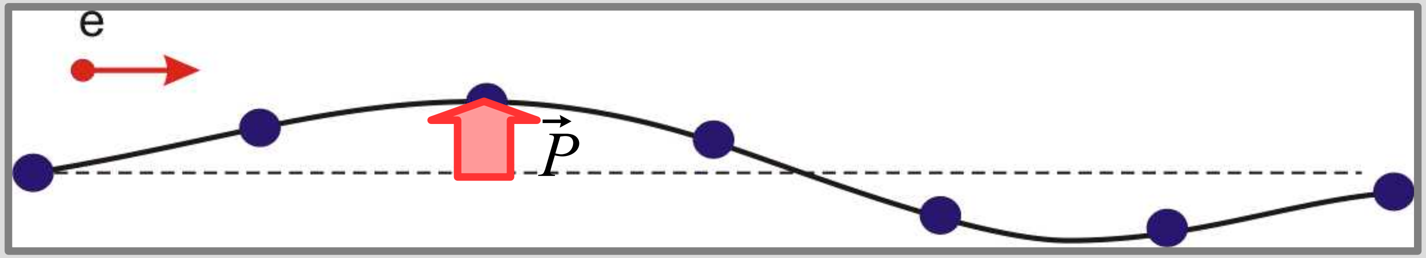


$$T \ll \Theta_D$$
$$C \propto T^3$$
$$E_{фон} \propto T^4$$
$$N_{фон} \propto T^3$$
$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

Случай низких температур



$$T \ll \Theta_D$$
$$C \propto T^3$$
$$E_{фон} \propto T^4$$
$$N_{фон} \propto T^3$$
$$L_{эл-фон} = V_F \tau_{эл-фон} \propto \frac{1}{T^3}$$

$$N \simeq \frac{1}{\varphi^2} \propto \frac{1}{T^2}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m^*}$$

$$\sigma_{эл-фон,\, T \ll \Theta} \propto \frac{1}{T^5}$$
$$\rho_{эл-фон,\, T \ll \Theta} \propto T^5$$

Закон Блоха-Грюнайзена

$$\sigma_{эл-фон,\,T\ll\Theta}\propto\frac{1}{T^5}$$

$$\rho_{эл-фон,\,T\ll\Theta}\propto T^5$$

$$\sigma_{деф}\propto\frac{1}{n_{деф}}$$

$$\rho_{деф}\propto n_{деф}$$

$$\rho_{деф}(T)=const$$

Закон Блоха-Грюнайзена

$$\sigma_{эл-фон\,,\,T\ll\Theta} \propto \frac{1}{T^5}$$

$$\rho_{эл-фон\,,\,T\ll\Theta} \propto T^5$$

$$\sigma_{деф} \propto \frac{1}{n_{деф}}$$

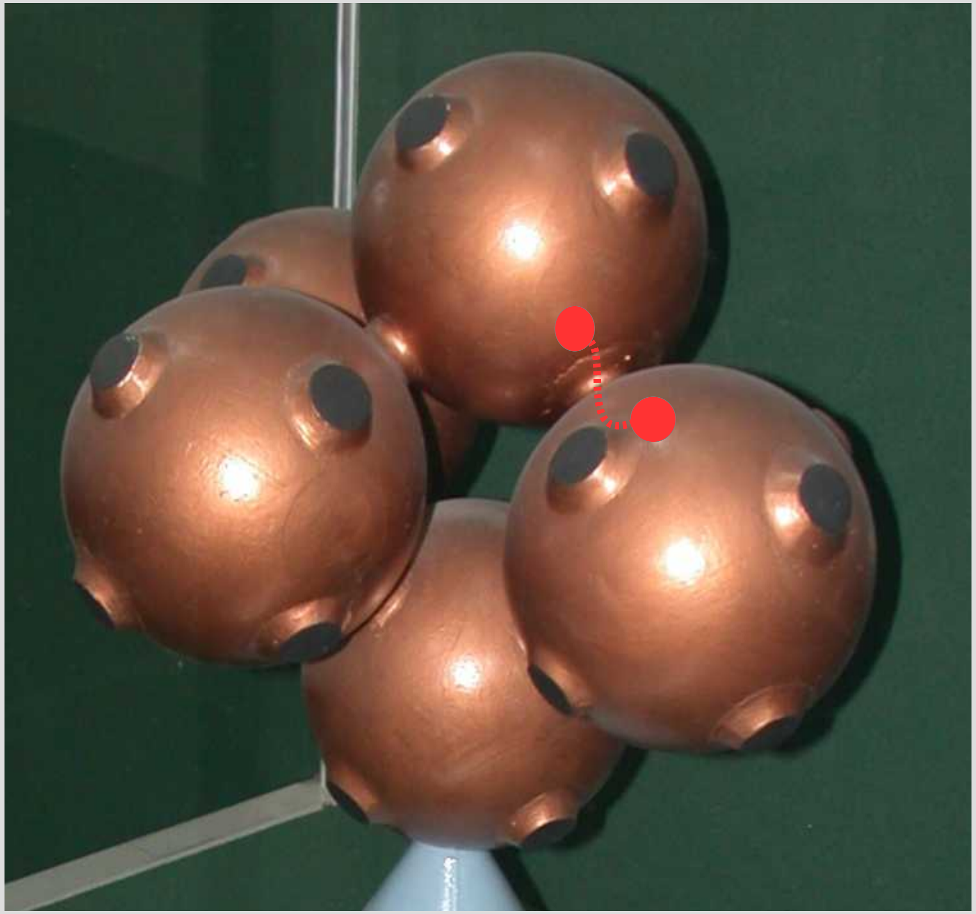
$$\rho_{деф} \propto n_{деф}$$

$$\rho_{деф}(T) = const$$

При низких температурах (обычно ~10К и ниже, в чистых металлах)

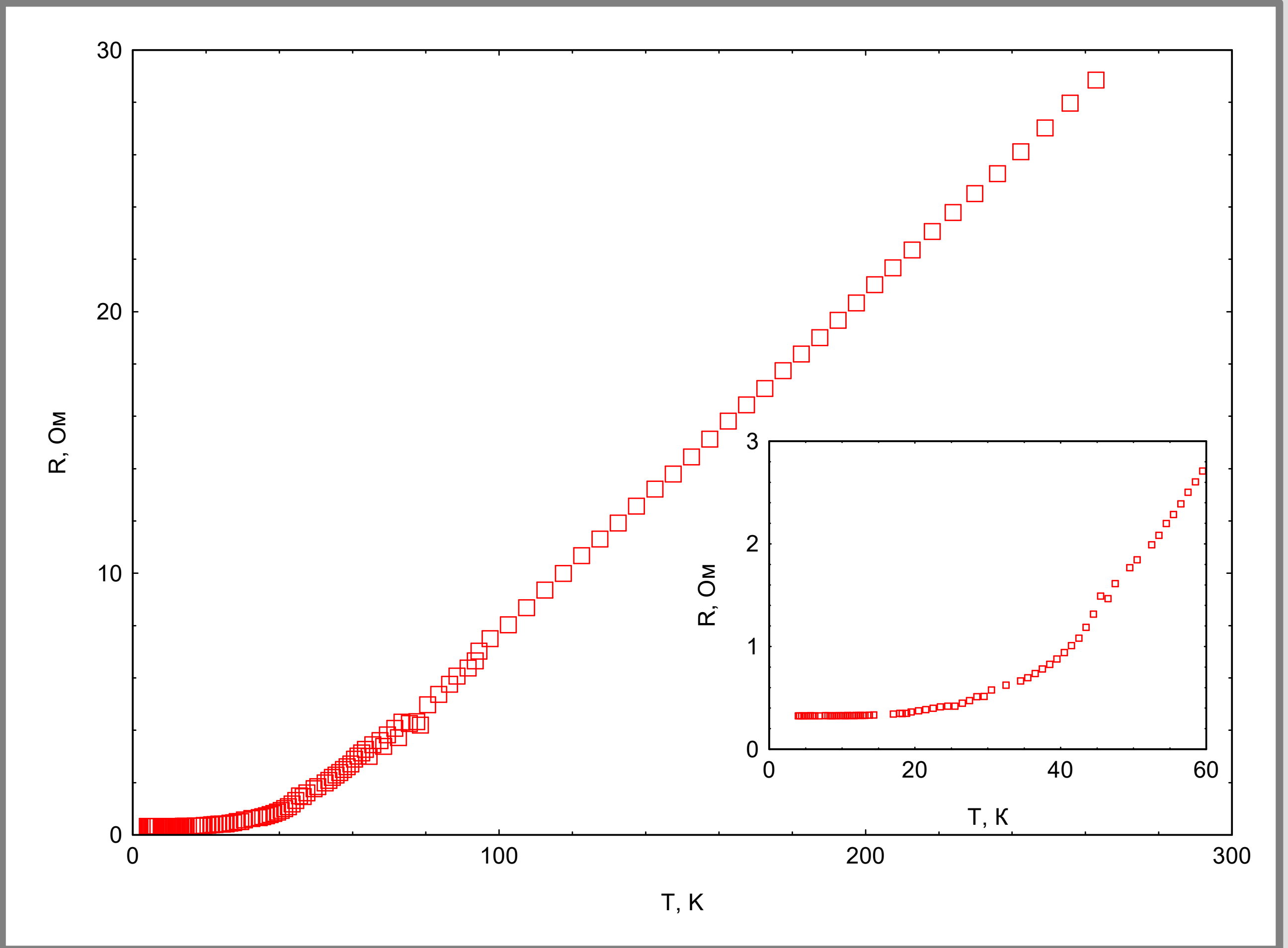
$$\rho(T) = A + B\,T^5$$

Закон T^5: Роль открытых ферми-поверхностей

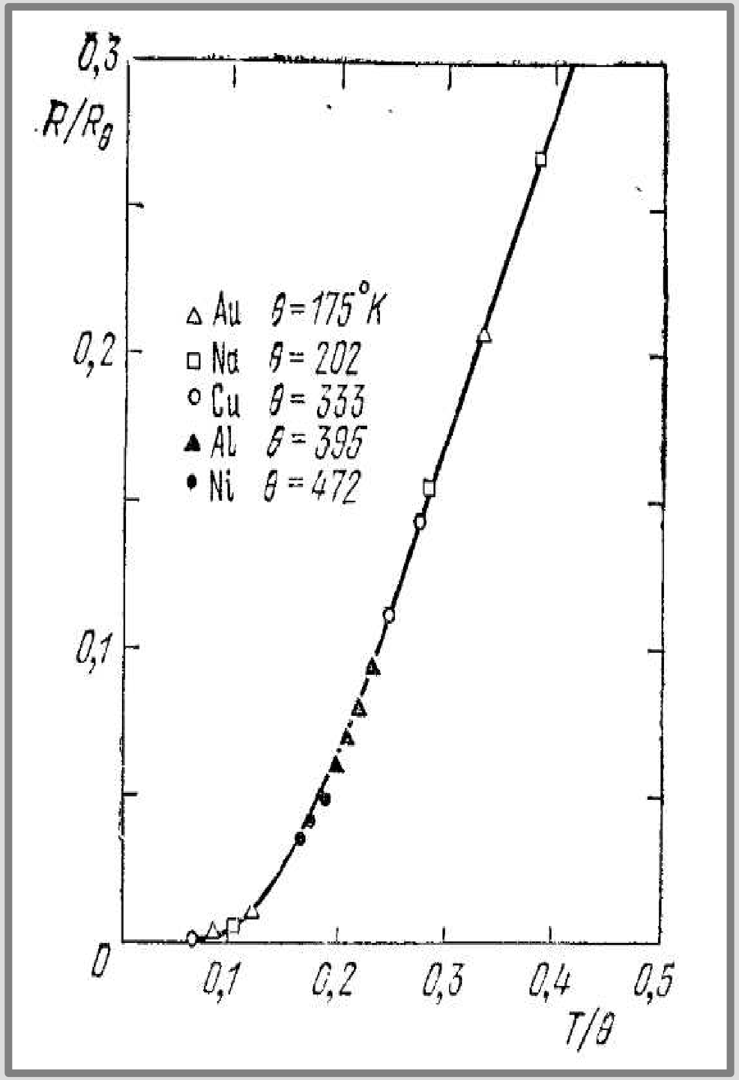


модель ферми-поверхности меди

Зависимость сопротивления от температуры. Эксперимент.



Пример зависимости сопротивления образца технической меди (проволока 0.15 мм) от температуры. Данные автора.



Ч.Киттель, Введение в физику твёрдого тела.

Часть 4. Закон Видемана-Франца

Закон Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} \tau \left\langle V^2 \right\rangle \simeq$$

$$\simeq \frac{\pi^2}{6} n \frac{T}{E_F} V_F^2 \tau =$$

$$= \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

Закон Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{1}{3} C^{(V)} \tau \langle V^2 \rangle \simeq$$

$$\simeq \frac{\pi^2}{6} n \frac{T}{E_F} V_F^2 \tau =$$

$$= \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{\pi^2}{3} \frac{(k_B T)}{e^2} =$$

$$= T \times \left(2.45 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт} \cdot \text{Ом}}{\text{К}^2} \right)$$

Закон Видемана-Франца

$$\frac{\kappa}{\sigma T} = L = 2.45 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}\cdot\text{Ом}}{\text{К}^2}$$

постоянная Лоренца

Металл	$L \times 10^8$, $\frac{Вт \cdot Ом}{К^2}$		Металл	$L \times 10^8$, $\frac{Вт \cdot Ом}{К^2}$	
	0 ^{0}C	100 ^{0}C		0 ^{0}C	100 ^{0}C
Ag	2.31	2.37	Pb	2.47	2.56
Au	2.35	2.40	Pt	2.51	2.60
Cd	2.42	2.43	Sn	2.52	2.49
Cu	2.23	2.33	W	3.04	3.20
Ir	2.49	2.49	Zn	2.31	2.33
Mo	2.61	2.79			

Применимость закона Видемана-Франца

$$\boxed{\kappa = \frac{\pi^2}{3}\frac{nT\tau}{m}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}}$$

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3} \frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

Одинаковые ли времена?

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3}\frac{nT\tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Одинаковые ли времена?

$T \rightarrow 0$ рассеяние на примесях

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3}\frac{nT\tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m}$$

Одинаковые ли времена?

$T \to 0$ рассеяние на примесях

$T \ll \Theta$ рассеяние на фононах

Применимость закона Видемана-Франца

$$\kappa = \frac{\pi^2}{3}\frac{n T \tau}{m}$$

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m}$$

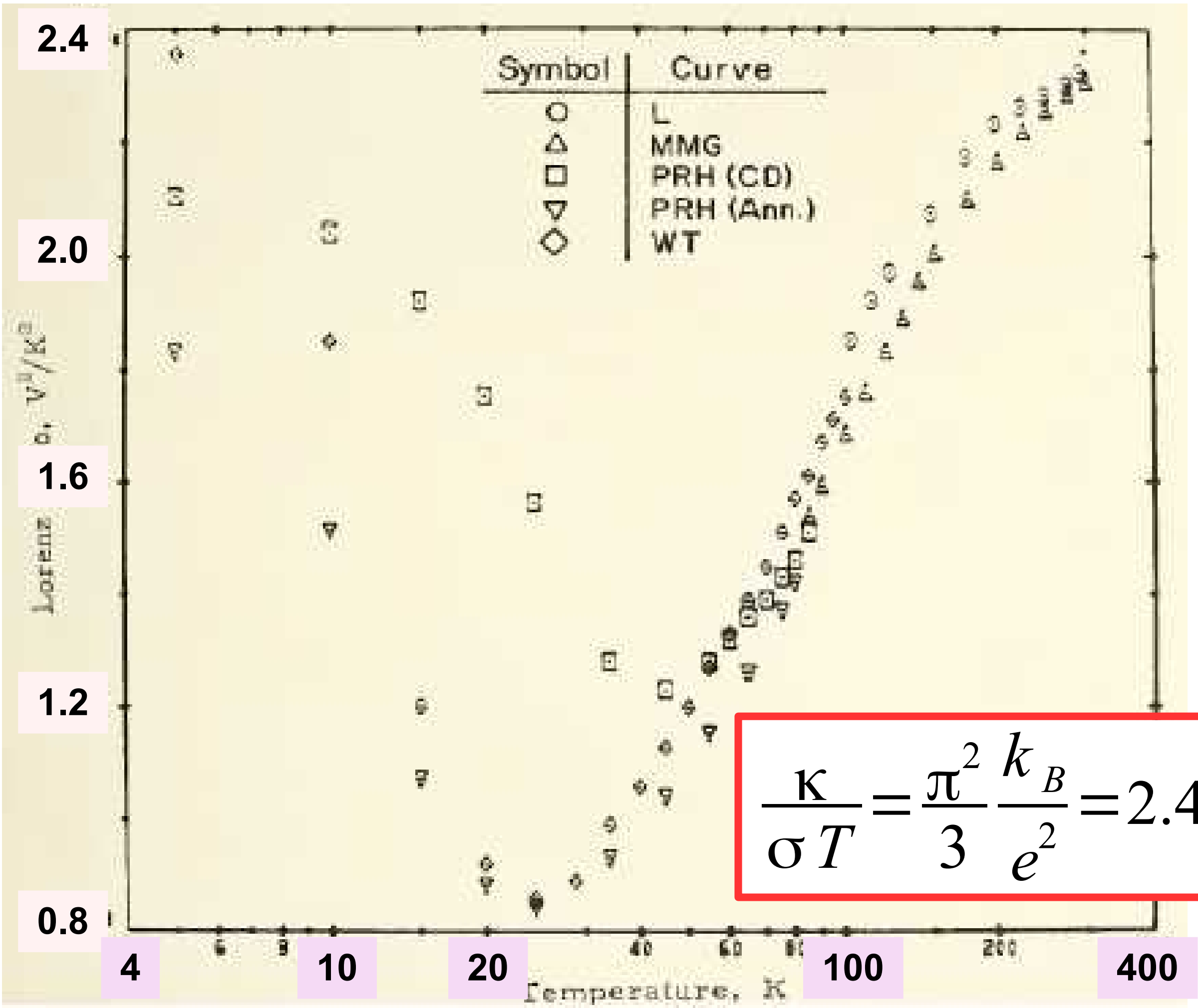
Одинаковые ли времена?

$T \to 0$ рассеяние на примесях

$T \ll \Theta$ рассеяние на фононах

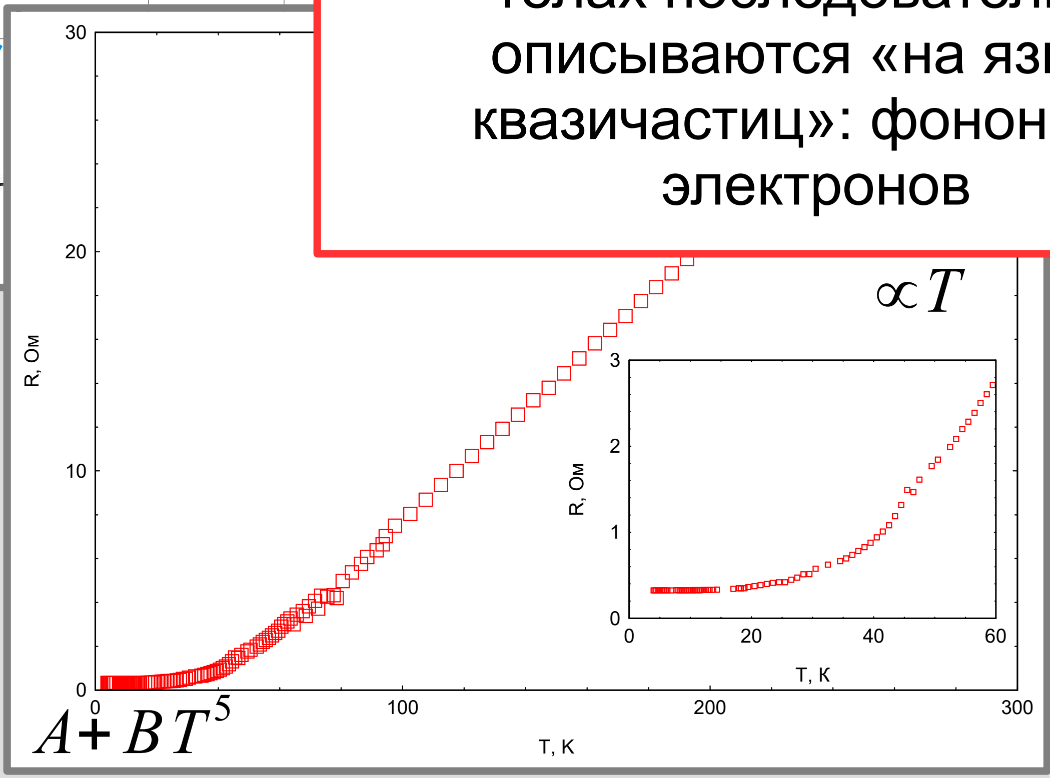
$T \gg \Theta$ рассеяние на фононах

Закон Видемана-Франца.



$$\frac{\kappa}{\sigma T} = \frac{\pi^2}{3}\frac{k_B}{e^2} = 2.45 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{Вт}\cdot\text{Ом}}{\text{К}^2}$$

Основное на лекции



Процессы переноса в твёрдых телах последовательно описываются «на языке квазичастиц»: фононов и электронов