Квантовая макрофизика
Лекция 10:

(i) Элементы микроскопики сверхпроводников.Сверхпроводники II рода. Абрикосовские вихри.

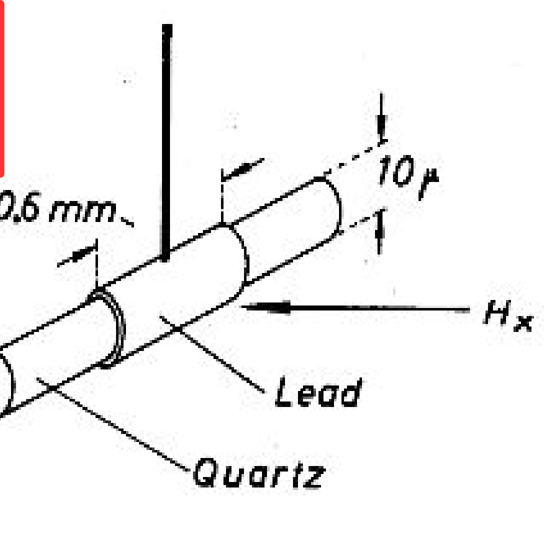
(ii) Туннельные эффекты в сверхпроводниках: квазичастичный ток в контактах сверхпроводников и эффект Джозефсона.

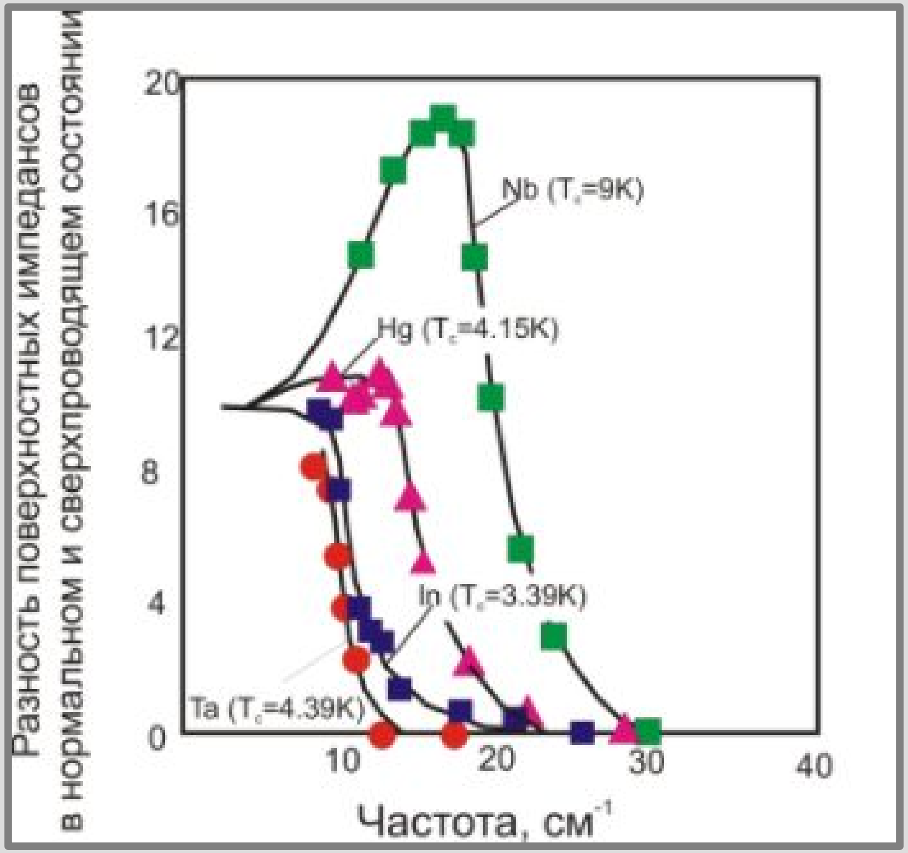
Часть 1. Сверхпроводники — долгая дорога к микроскопике

Напоминание 1

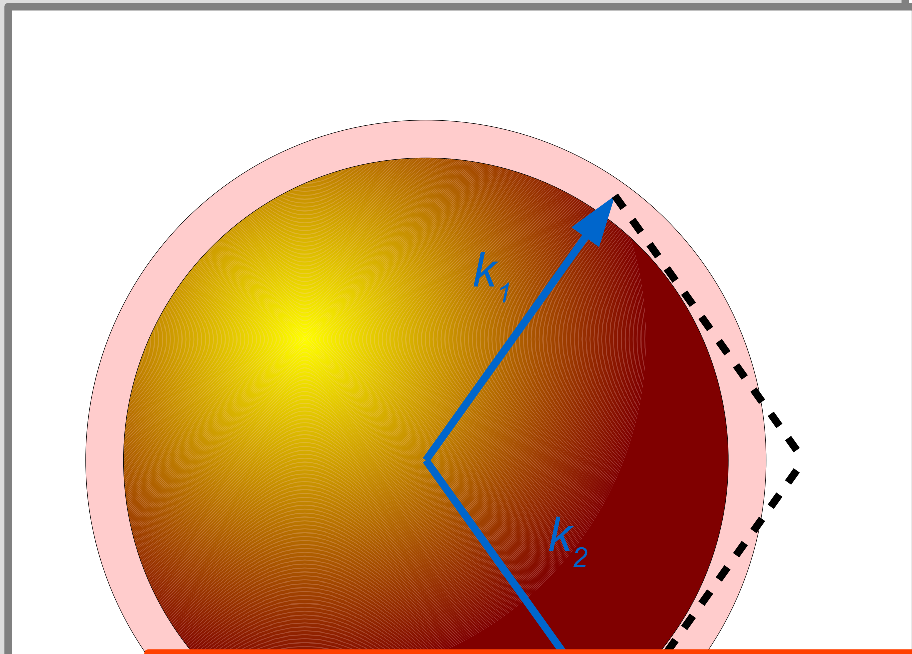
$$\vec{H} + \lambda^2 \, rot\, rot\, \vec{H} = 0 \qquad \lambda^2 = \frac{m c^2}{4 \pi n_s e^2}$$

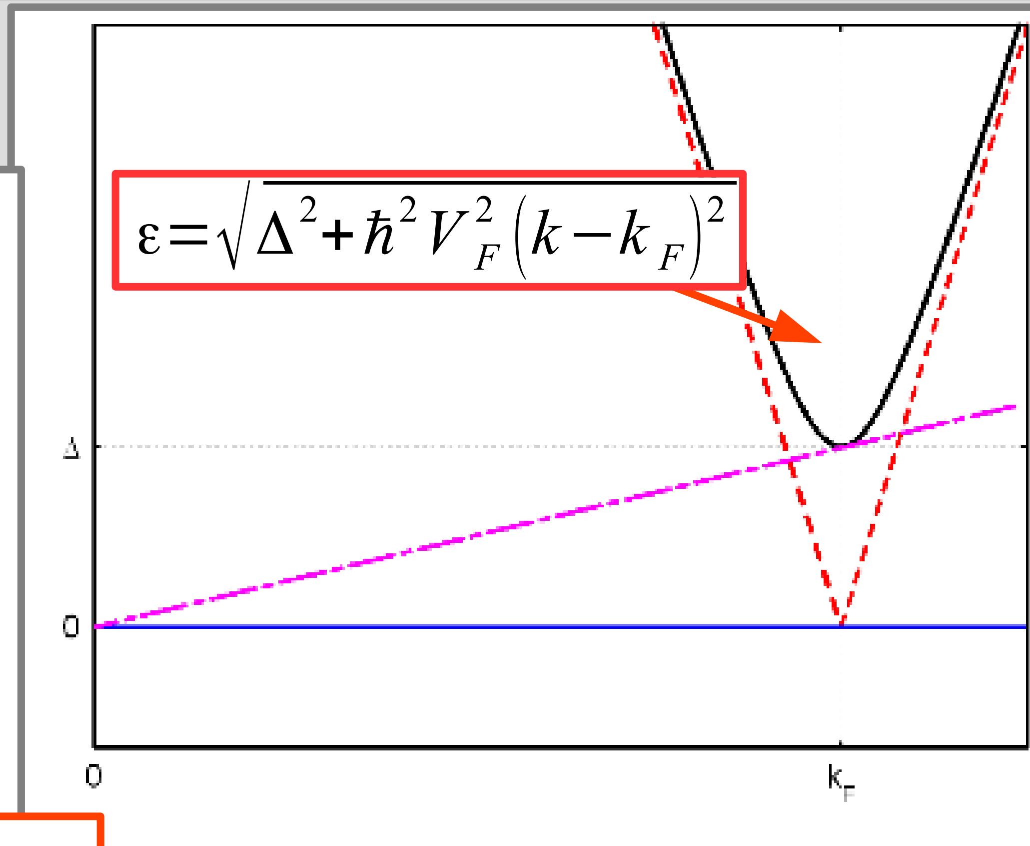
$$\Phi_0 = \frac{\pi \hbar c}{e}$$





Напоминание 2





$$\frac{\delta k}{k_F} \sim \frac{U}{E_F} \sim \frac{\Delta}{E_F}$$

$$\xi \sim \frac{1}{\delta k} \sim a \frac{E_F}{\Delta} = 1000 \ldots 10000\,\text{Å}$$

Как построить теорию БКШ...

$$\hat{H} = \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + \sum E^{(2)} a_{k_1'}^+ a_{k_2'}^+ a_{k_1} a_{k_2} =$$

Как построить теорию БКШ...

$$\hat{H} = \sum E_k^{(0)} a_k^{+} a_k + \sum E^{(2)} a_{k_1'}^{+} a_{k_2'}^{+} a_{k_1} a_{k_2} =$$

$$= \sum E_k^{(0)} a_k^{+} a_k + E^{(2)} \sum \left(a_k^{+} a_{-k}^{+} + a_k a_{-k} \right)$$

Как построить теорию БКШ...

$$\hat{H} = \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + \sum E^{(2)} a_{k_1'}^+ a_{k_2'}^+ a_{k_1} a_{k_2} =$$

$$= \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + E^{(2)} \sum \left(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k} \right)$$

$$b_k = u_k a_k + v_k a_k^+$$

Как построить теорию БКШ...

$$\hat{H} = \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + \sum E^{(2)} a_{k_1'}^+ a_{k_2'}^+ a_{k_1} a_{k_2} =$$

$$= \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + E^{(2)} \sum \left(a_k^+ a_{-k}^+ + a_k a_{-k} \right)$$

$$b_k = u_k a_k + v_k a_k^+$$

$$\hat{H} = E_0 + \sum_k \varepsilon(k) b_k^+ b_k$$

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\Delta^2 + \hbar^2 V_F^2 (k - k_F)^2}$$

Как построить теорию БКШ...

$$\hat{H} = \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + \sum E^{(2)} a_{k_1'}^+ a_{k_2'}^+ a_{k_1} a_{k_2} =$$

$$= \sum E_k^{(0)} a_k^+ a_k + E^{(2)} \sum \left(\ldots \right)$$

$$b_k = u_k \ldots$$

$$\hat{H} = E_0 + \sum \ldots$$

$$\varepsilon(k) = \sqrt{\Delta^2 + \ldots}$$

важные точные результаты
модели БКШ

$$\Delta = \frac{k_B \Theta_D}{sh\left(1/\left(N^{(0)} U\right)\right)} \approx 2 k_B \Theta_D e^{-1/\left(N^{(0)} U\right)}$$

$$\Delta E = E_s - E_n = -\frac{N^{(0)} \Delta^2}{2}$$

$$2\Delta = 3.52 k_B T_c$$

Спин и момент импульса куперовской пары

s, p, d — спаривание, классифицируется по моменту импульса пары.
В обычных сверхпроводниках имеет место s-спаривание, L=0

$$P_L = (-1)^L$$

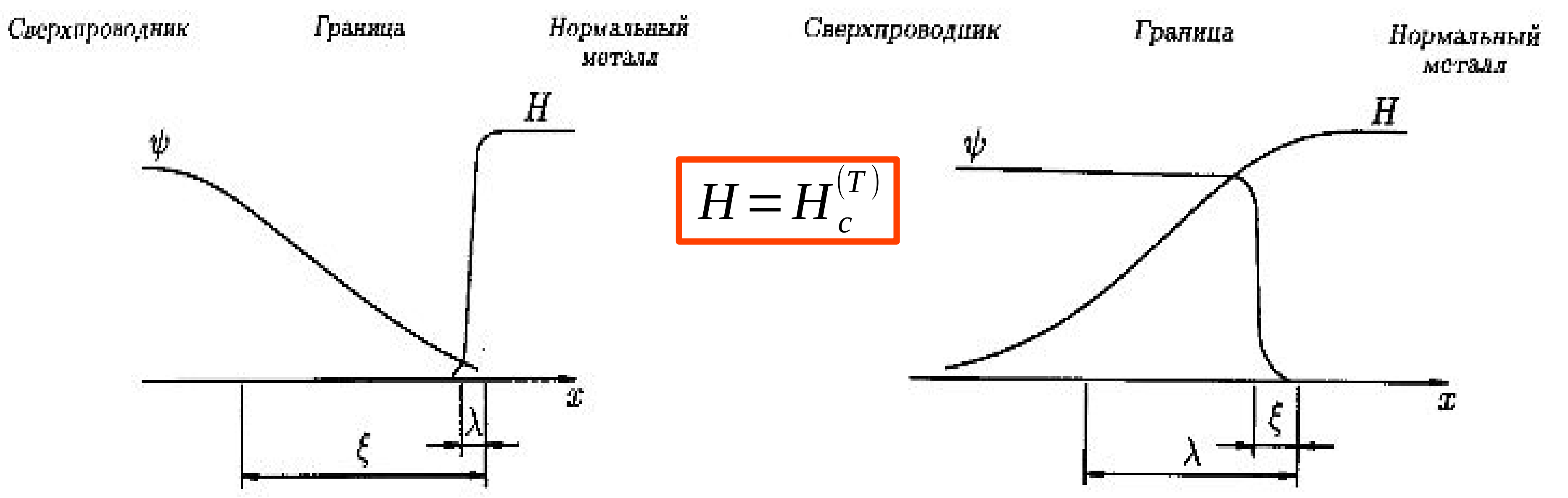
$$|0,0\rangle = |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$$
$$|1,1\rangle = |\uparrow\uparrow\rangle$$

В паре с s-спариванием спин пары S=0

Часть 2. Вихри

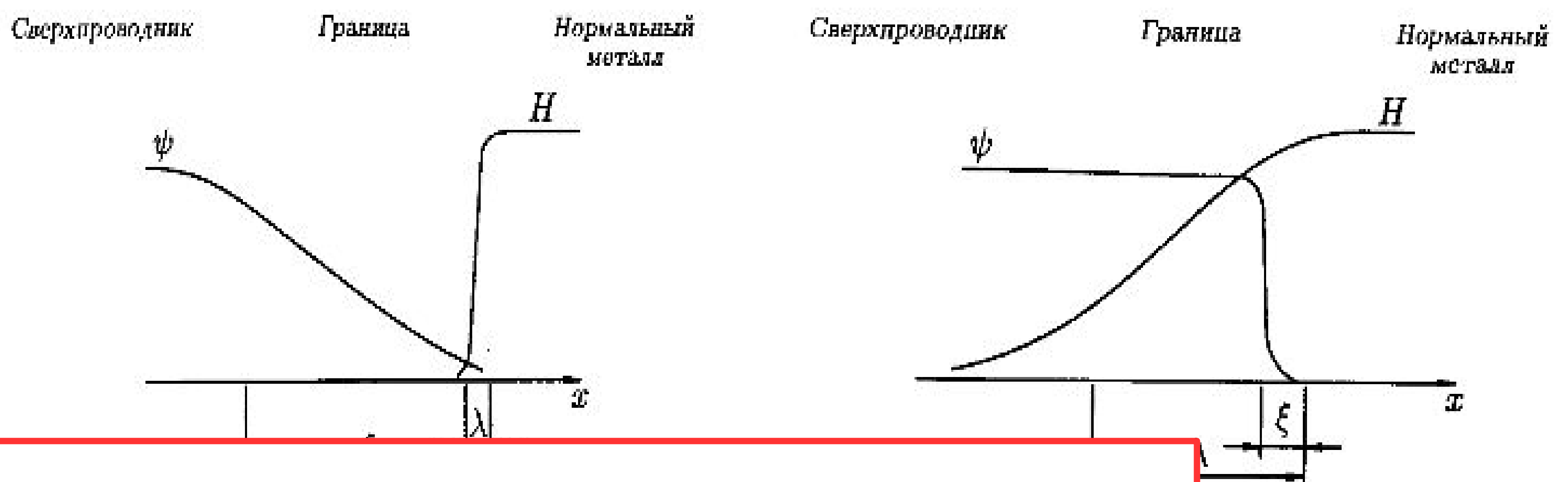
Энергия границы нормальной и сверхпроводящей фаз.

$$H = H_c(T)$$



Проникновение магнитного поля и изменение концентрации куперовских пар на границе сверхпроводящей и нормальной фаз для разного соотношения между глубиной проникновения и длиной когерентности. Из книги Шмидта.

Энергия границы нормальной и сверхпроводящей фаз.

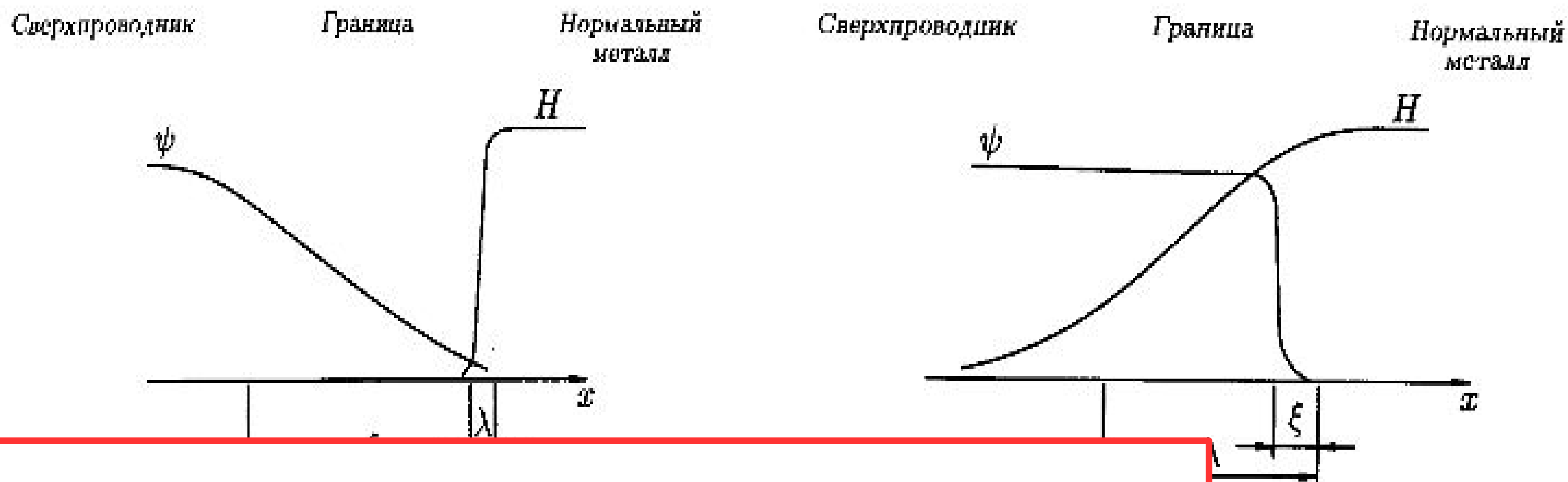


...мальной фаз для разного соотношения

Проникновение магнитного поля в сверхпроводник *понижает* энергию (на единицу площади)

$$\sigma_\lambda \simeq -\frac{H_c^2}{8\pi}\lambda$$

Энергия границы нормальной и сверхпроводящей фаз.



…мальной фаз для разного соотношения

Проникновение магнитного поля в сверхпроводник *понижает* энергию (на единицу площади)

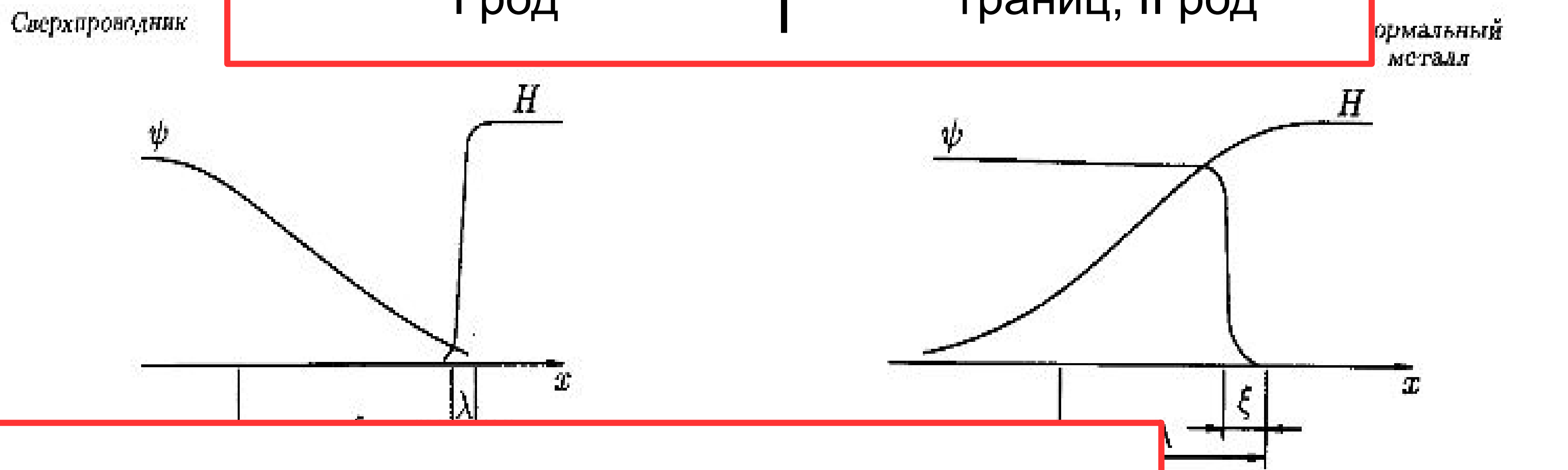
$$\sigma_\lambda \simeq -\frac{H_c^2}{8\pi}\lambda$$

Снижение концентрации куперовских пар у границы *увеличивает* энергию

$$\sigma_\xi \simeq \frac{H_c^2}{8\pi}\xi$$

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$$

$\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$
граница невыгодна, I род	выгодно появление границ, II род



...мальной фаз для разного соотношения

Проникновение магнитного поля в сверхпроводник *понижает* энергию (на единицу площади)

$$\sigma_\lambda \simeq -\frac{H_c^2}{8\pi}\lambda$$

Снижение концентрации куперовских пар у границы *увеличивает* энергию

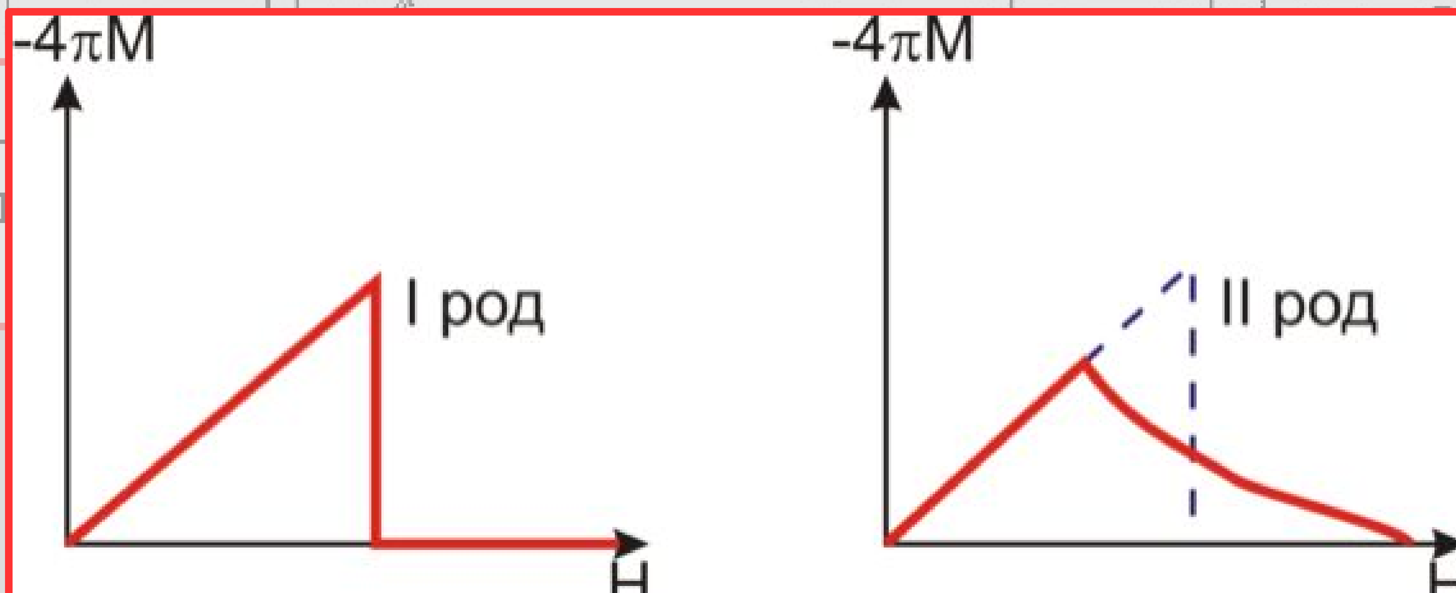
$$\sigma_\xi \simeq \frac{H_c^2}{8\pi}\xi$$

$$\kappa = \frac{\lambda}{\xi}$$

$\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$
граница невыгодна, I род	выгодно появление границ, II род

Проникновен
сверхпровод
(на единицу

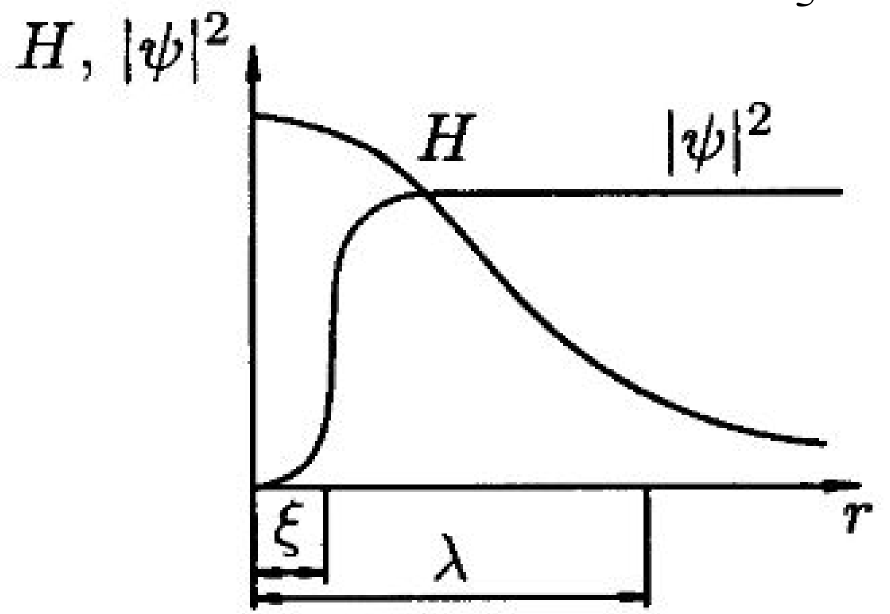
соотношения



$\frac{H_c^2}{8\pi}\xi$

Вихрь в сверхпроводнике II рода.

$\xi \ll \lambda$

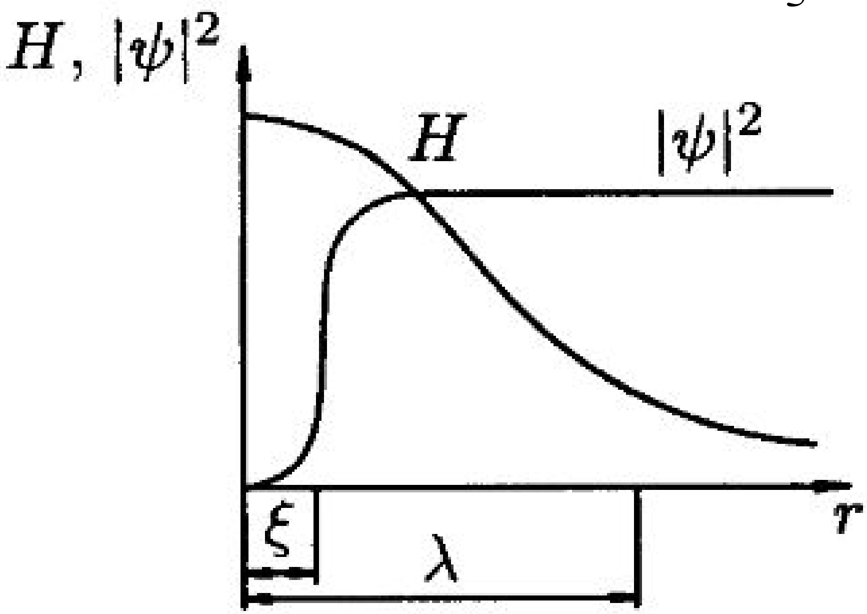


Распределение магнитного поля и концентрации куперовских пар в одиночном вихре. Из книги Шмидта

Вихрь в сверхпроводнике II рода.

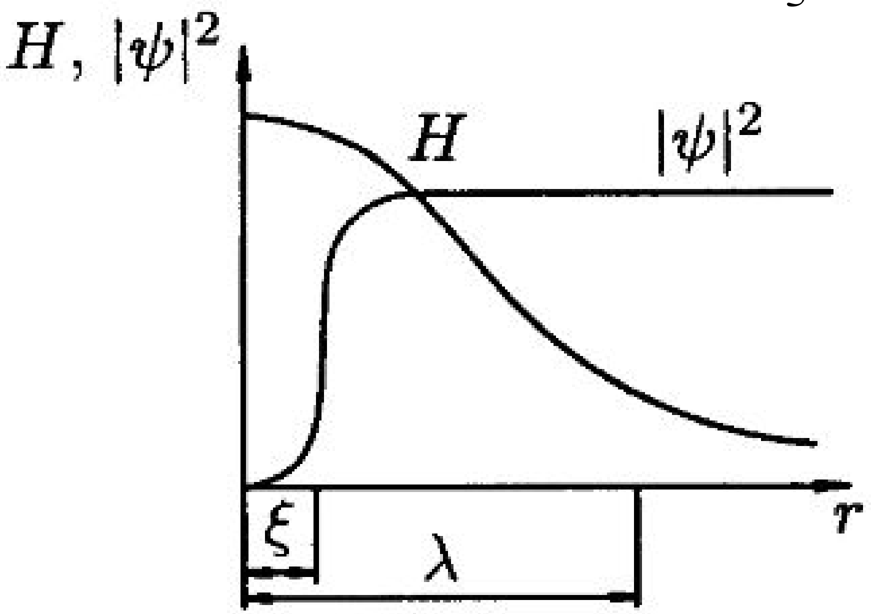
$$F_s = F_s^{(0)} + \frac{1}{8\pi} \int_S \left(\vec{H}^2 + \lambda^2 \left(rot\, \vec{H} \right)^2 \right) dV$$

$\xi \ll \lambda$



Распределение магнитного поля и концентрации куперовских пар в одиночном вихре. Из книги Шмидта

Вихрь в сверхпроводнике II рода.



Распределение магнитного поля и концентрации куперовских пар в одиночном вихре. Из книги Шмидта

$$\xi \ll \lambda$$

$$F_s = F_s^{(0)} + \frac{1}{8\pi} \int_S \left(\vec{H}^2 + \lambda^2 \left(rot\, \vec{H} \right)^2 \right) dV$$

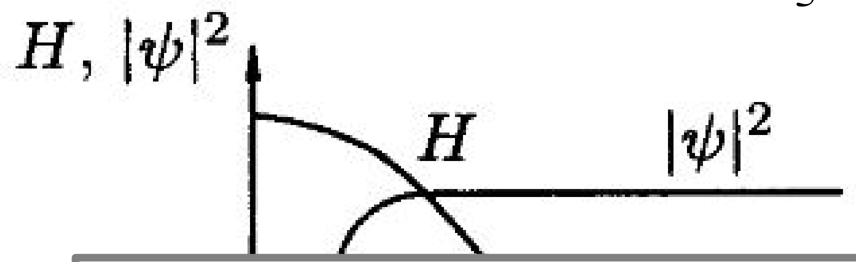
$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{A} + \vec{A} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} rot\, \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = n \Phi_0 \delta\left(\vec{r}\right) \vec{e}_z$$

Вихрь в сверхпроводнике II рода.

$\xi \ll \lambda$



$$F_s = F_s^{(0)} + \frac{1}{8\pi} \int_S \left(\vec{H}^2 + \lambda^2 \left(rot\, \vec{H} \right)^2 \right) dV$$

$$\lambda^2\, rot\, rot\, \vec{A} + \vec{A} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta$$

$$\vec{H} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} rot\, \vec{\nabla} \Theta$$

$$\vec{H} = n \Phi_0 \delta(\vec{r}) \vec{e}_z$$

$$\text{цил.коорд.:}\ rot\, rot\, \vec{H} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \left(-\frac{\partial H}{\partial r} \right) \right) \vec{e}_z$$

$$H = \frac{n \Phi_0}{2\pi \lambda^2} K_o (r/\lambda)$$

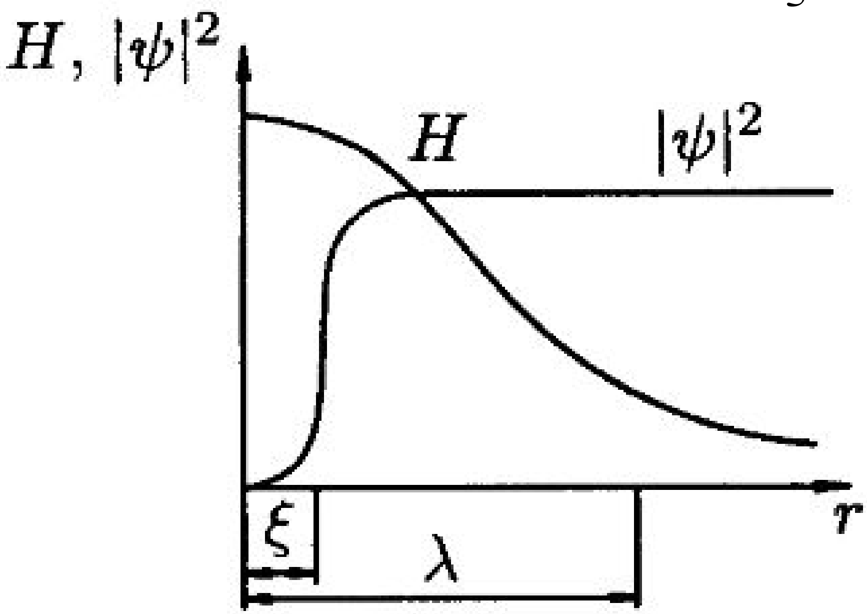
$$K(z) = \begin{cases} \ln(1/z), & z \ll 1 \\ \dfrac{e^{-z}}{\sqrt{z}}, & z \gg 1 \end{cases}$$

$$H(0) \simeq \frac{n \Phi_0}{2\pi \lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi}$$

Расп
купе

Вихрь в сверхпроводнике II рода.

$\xi \ll \lambda$



Распределение магнитного поля и концентрации куперовских пар в одиночном вихре. Из книги Шмидта

$$F_s = F_s^{(0)} + \frac{1}{8\pi} \int_S \left(\vec{H}^2 + \lambda^2 \left(rot\, \vec{H} \right)^2 \right) dV$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{A} + \vec{A} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} rot\, \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = n \Phi_0 \delta(\vec{r}) \vec{e}_z$$

1) выгодно $n=1$

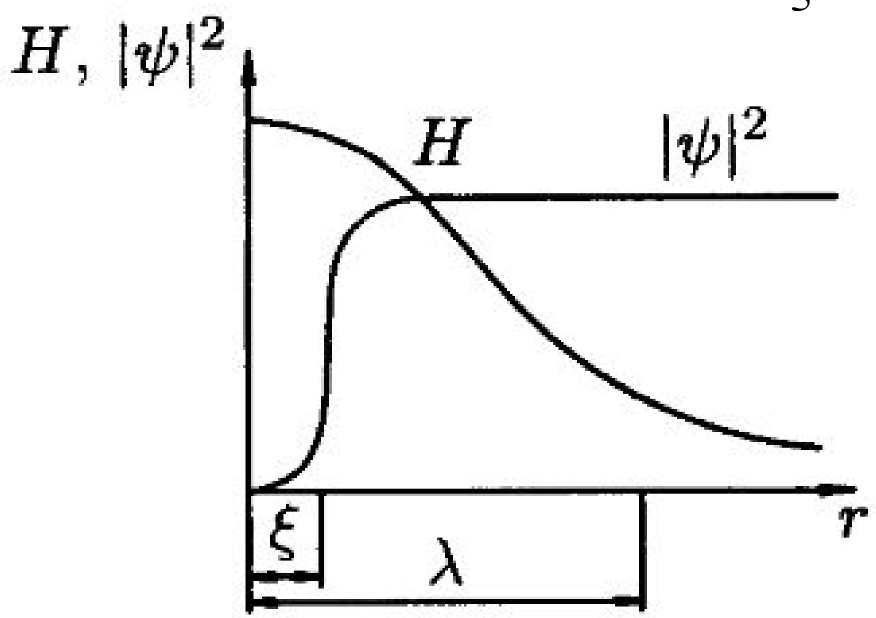
2) $H(0) \simeq \dfrac{n\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln \dfrac{\lambda}{\xi}$

цена вихря: $\dfrac{1}{8\pi} H(0) \Phi_0$

выигрыш: $\dfrac{1}{4\pi} H \Phi_0$

Вихрь в сверхпроводнике II рода.

$\xi \ll \lambda$



Распределение магнитного поля и концентрации куперовских пар в одиночном вихре. Из книги Шмидта

$$F_s = F_s^{(0)} + \frac{1}{8\pi} \int_S \left(\vec{H}^2 + \lambda^2 \left(rot\, \vec{H} \right)^2 \right) dV$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{A} + \vec{A} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = -\frac{\Phi_0}{2\pi} rot\, \vec{\nabla} \Theta$$

$$\lambda^2 rot\, rot\, \vec{H} + \vec{H} = n \Phi_0 \delta(\vec{r}) \vec{e}_z$$

1) выгодно $n=1$

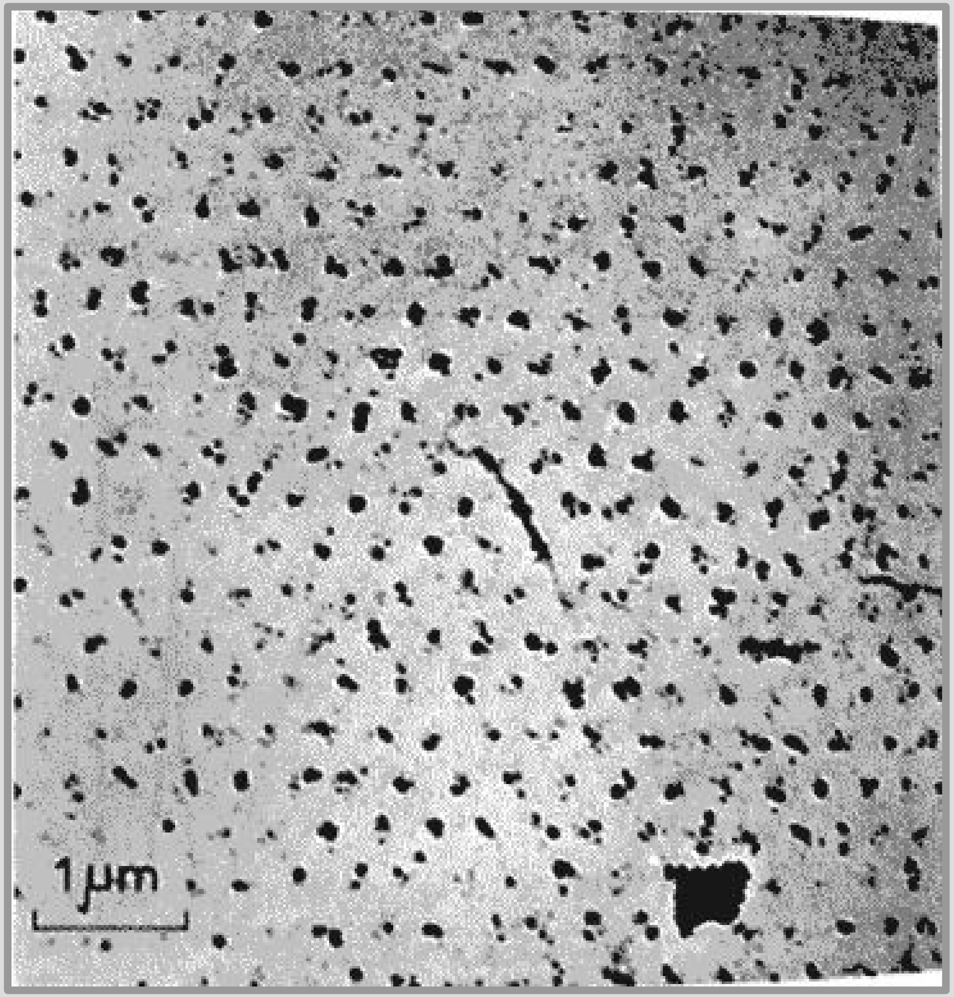
2) $H(0) \simeq \frac{n\Phi_0}{2\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi}$

вихря: $\frac{1}{8\pi} H(0) \Phi_0$

выигрыш: $\frac{1}{4\pi} H \Phi_0$

$$\boxed{H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln \frac{\lambda}{\xi}}$$

Вихревая решётка

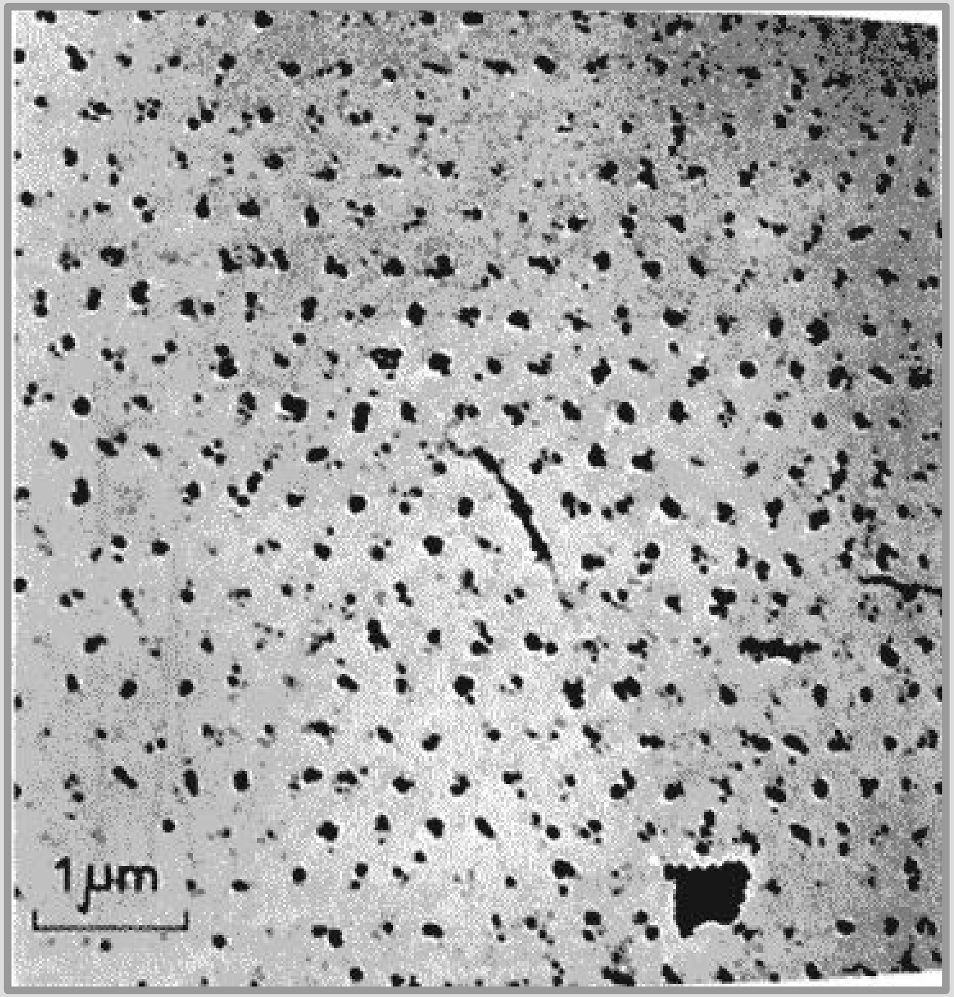


Формируется регулярная треугольная решётка, каждый вихрь несёт квант потока, поверхностная плотность вихрей и диамагнитный момент однозначно связаны.

Декорированная магнитным порошком поверхность сверхпроводника II рода (свинец с примесью 4% индия). T=1.1K, поле 3 кЭ.

U. Essmann, H. Träuble, The direct observation of individual flux lines in type II superconductors, Physics Letters A, 24, 526 (1967)

Вихревая решётка



Формируется регулярная треугольная решётка, каждый вихрь несёт квант потока, поверхностная плотность вихрей и диамагнитный момент однозначно связаны.

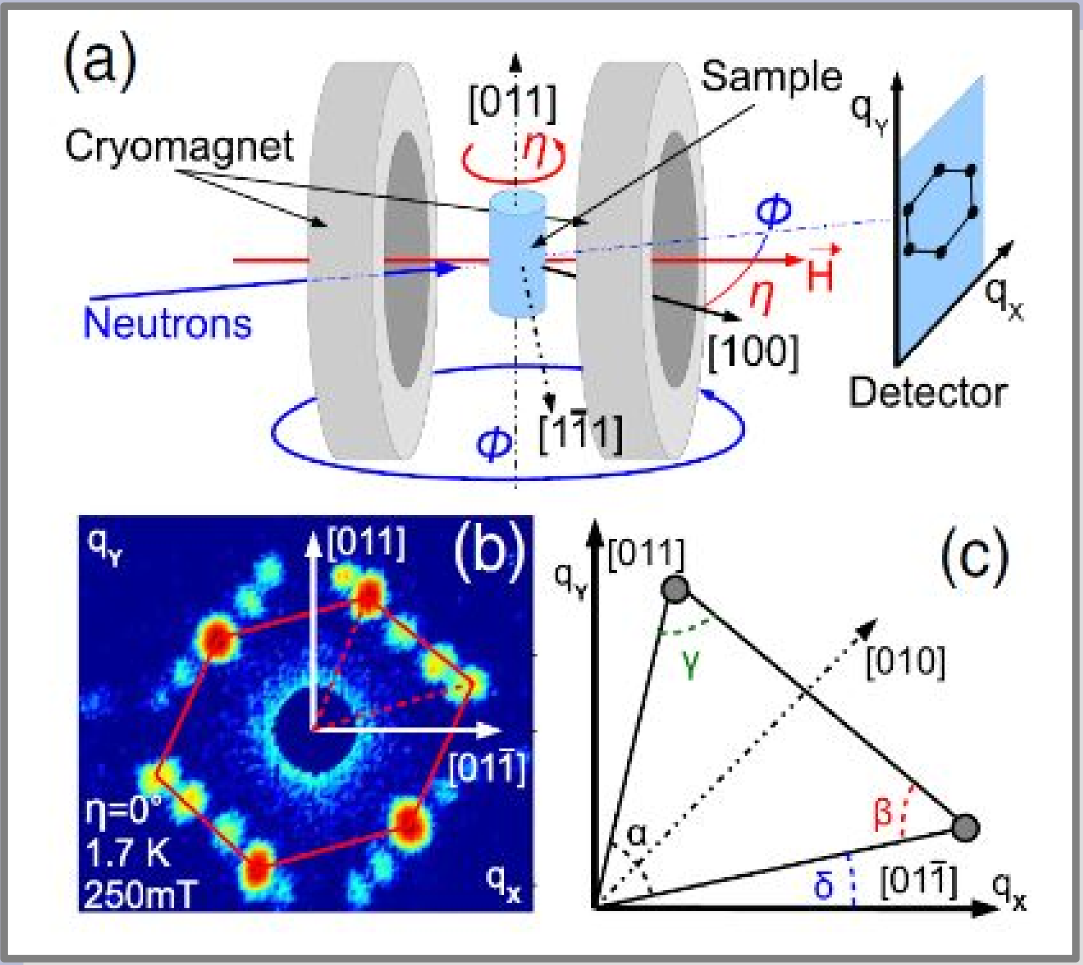
$$H_{c2} \sim \frac{\Phi_0}{\xi^2} \simeq \frac{2 \cdot 10^{-7}}{\left(10^{-6}\right)^2} \sim 10^5\ \text{Гс}$$

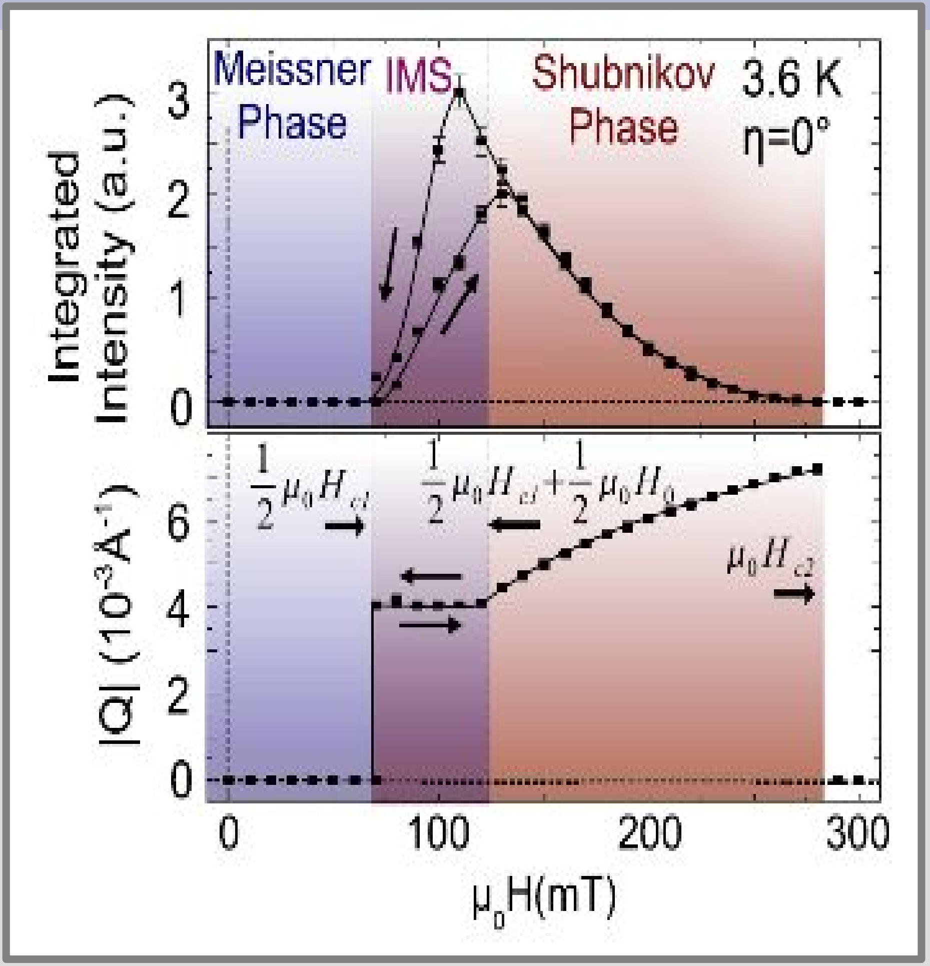
$$H_{c1} = \frac{\Phi_0}{4\pi\lambda^2} \ln\frac{\lambda}{\xi} \ll H_{c2}$$

Декорированная магнитным порошком поверхность сверхпроводника II рода (свинец с примесью 4% индия). T=1.1K, поле 3 кЭ.

U. Essmann, H. Träuble, The direct observation of individual flux lines in type II superconductors, Physics Letters A, 24, 526 (1967)

Дифракция нейтронов на вихревой решётке.





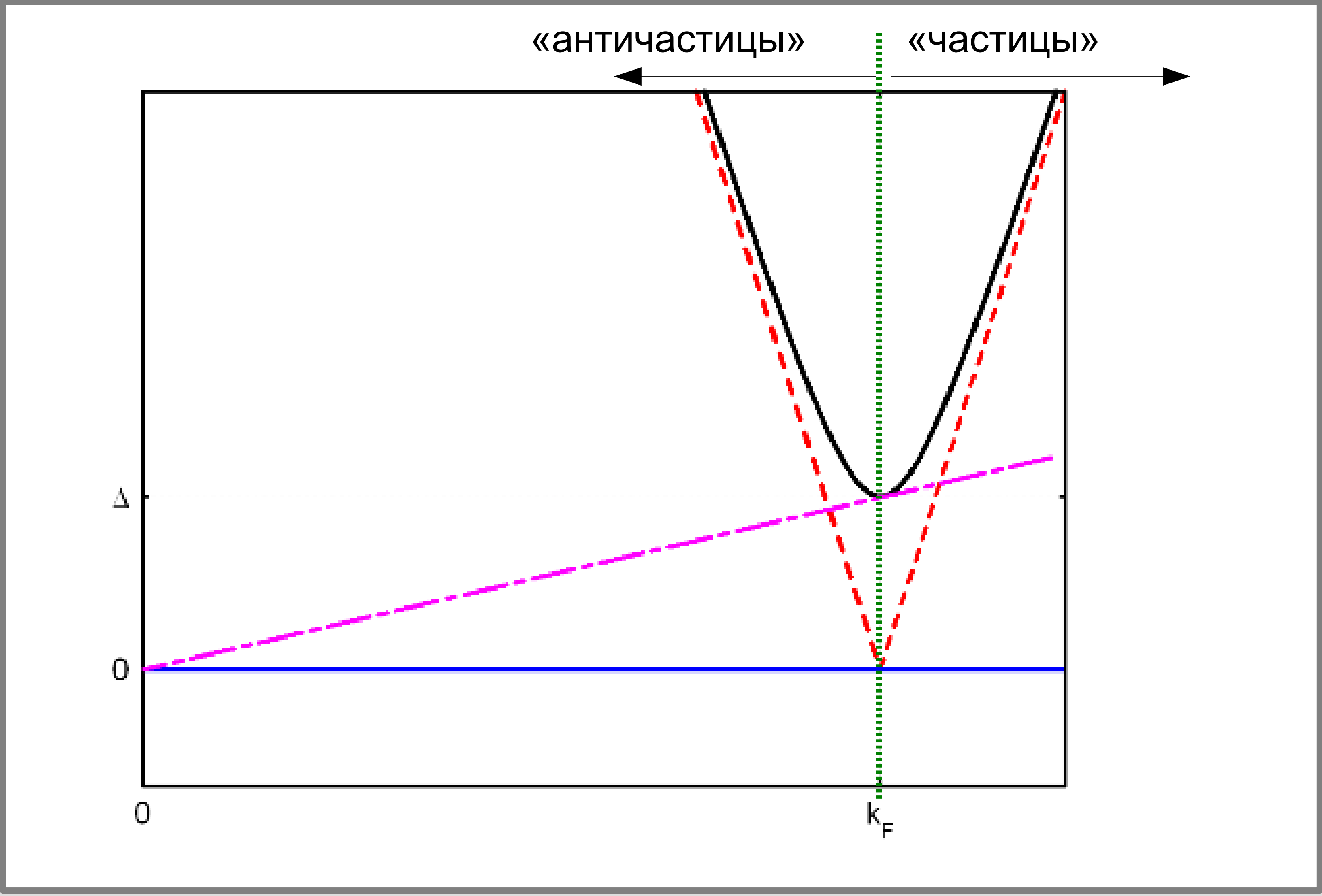
Наблюдение нейтронной дифракции на вихревой решётке в сверхпроводящем ниобии. Дебройлевская длина волны нейтронов 12Å, типичное изменение волнового вектора нейтронов порядка 0.005Å

S. Mühlbauer, C. Pfleiderer, P. Böni, M. Laver, E. M. Forgan, D. Fort, U. Keiderling, and G. Behr, Morphology of the Superconducting Vortex Lattice in Ultrapure Niobium, Phys. Rev. Lett., 102, 136408 (2009)

Всё ли понятно...

Часть 3. Энергетические диаграммы сверхпроводника

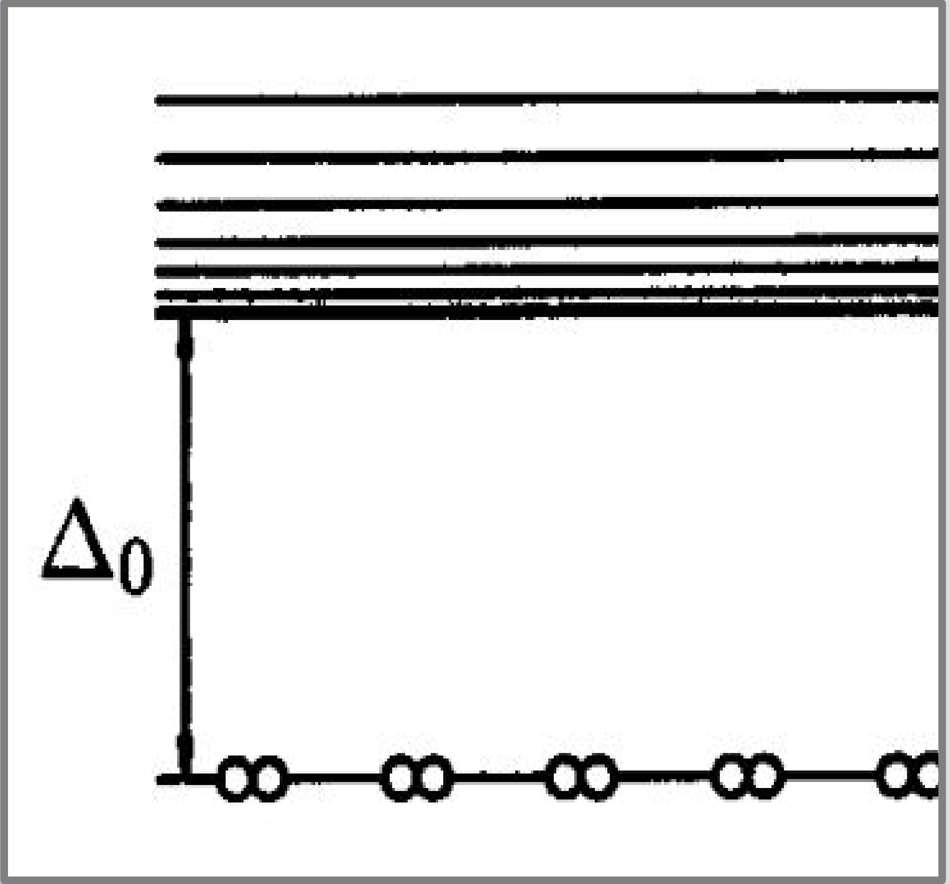
Спектр возбуждений сверхпроводника и нормального металла (напоминание).



Спектр возбуждений в нормальном металле (пунктир) и сверхпроводнике (сплошная линия). Штрих-пунктирная линия показывает построение критической скорости Ландау. Нулевой уровень соответствует энергии основного состояния.

Энергетические диаграммы сверхпроводника.

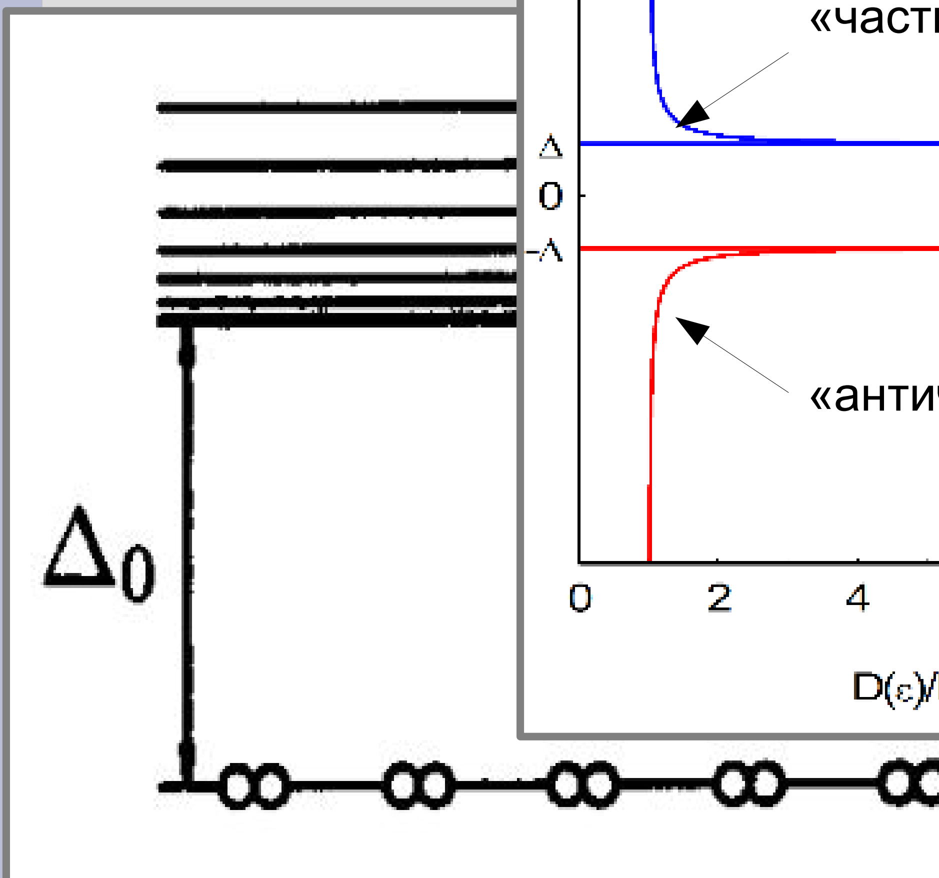
«схема с отображением основного состояния»

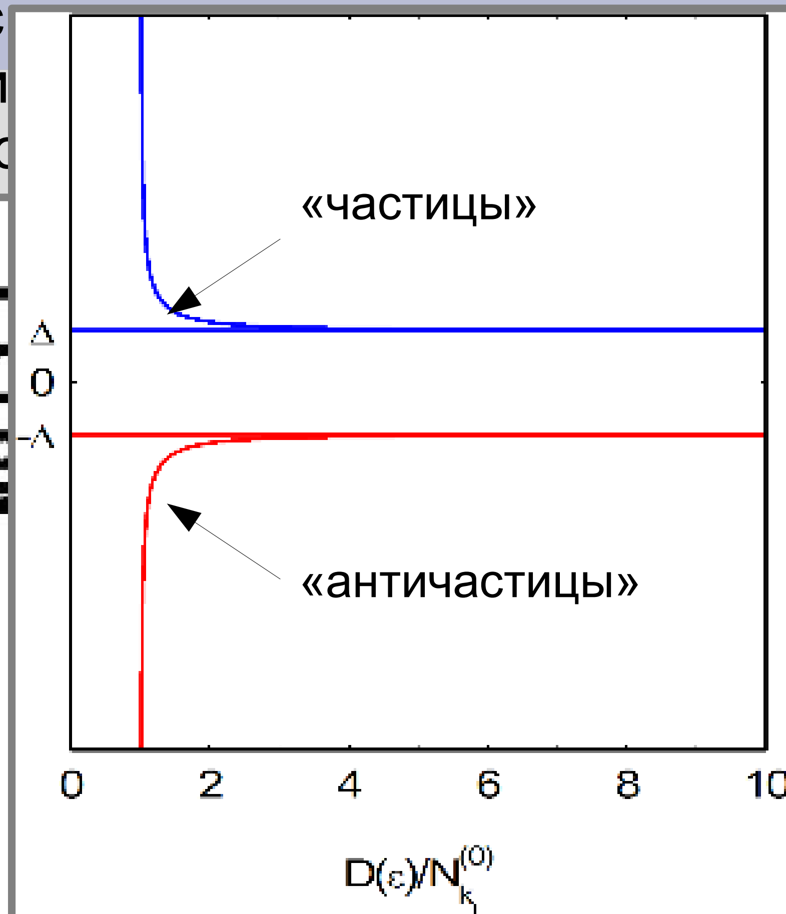


Энергетические диаграммы сверхпроводника.

«схема квазичастиц»

«схема с
отображени
основного состо

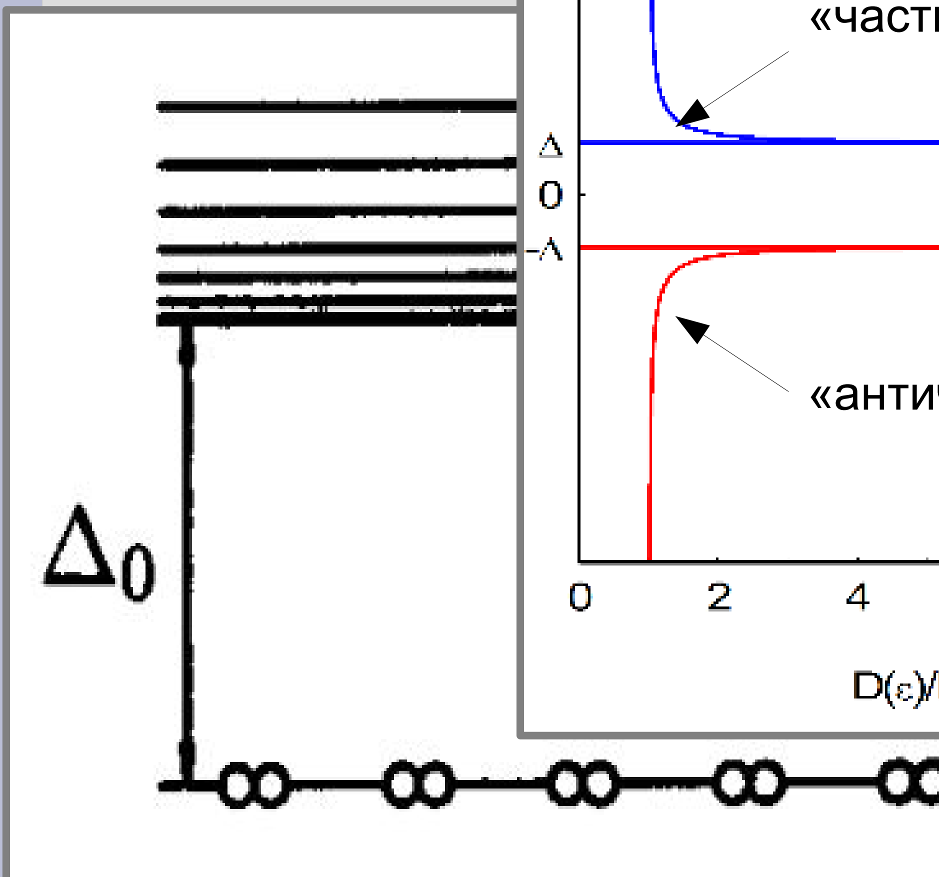


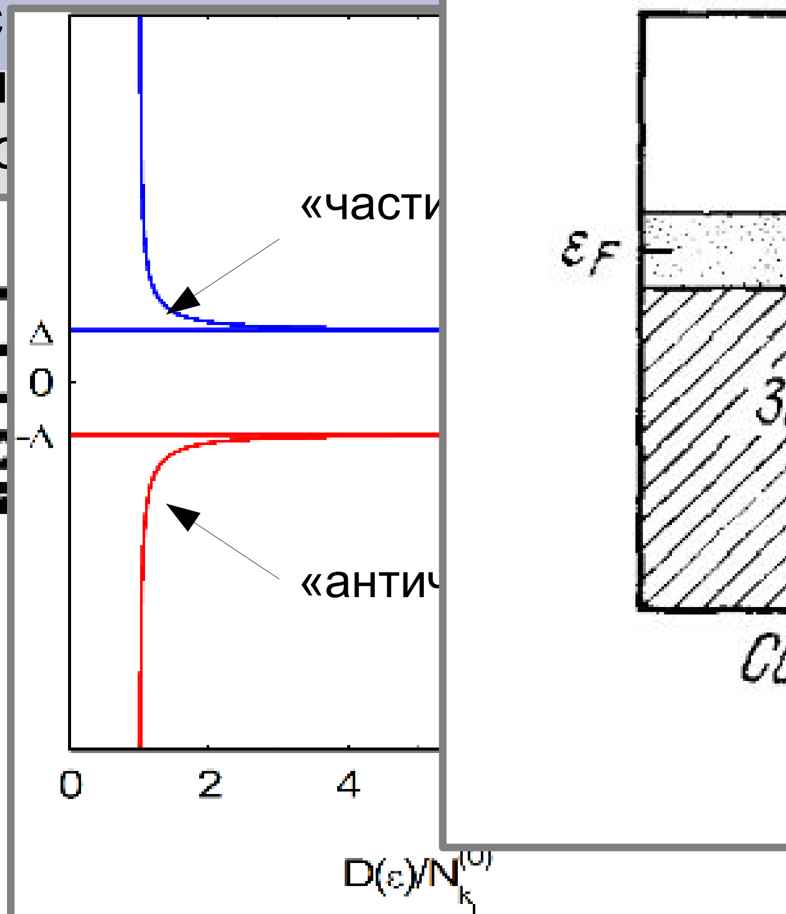


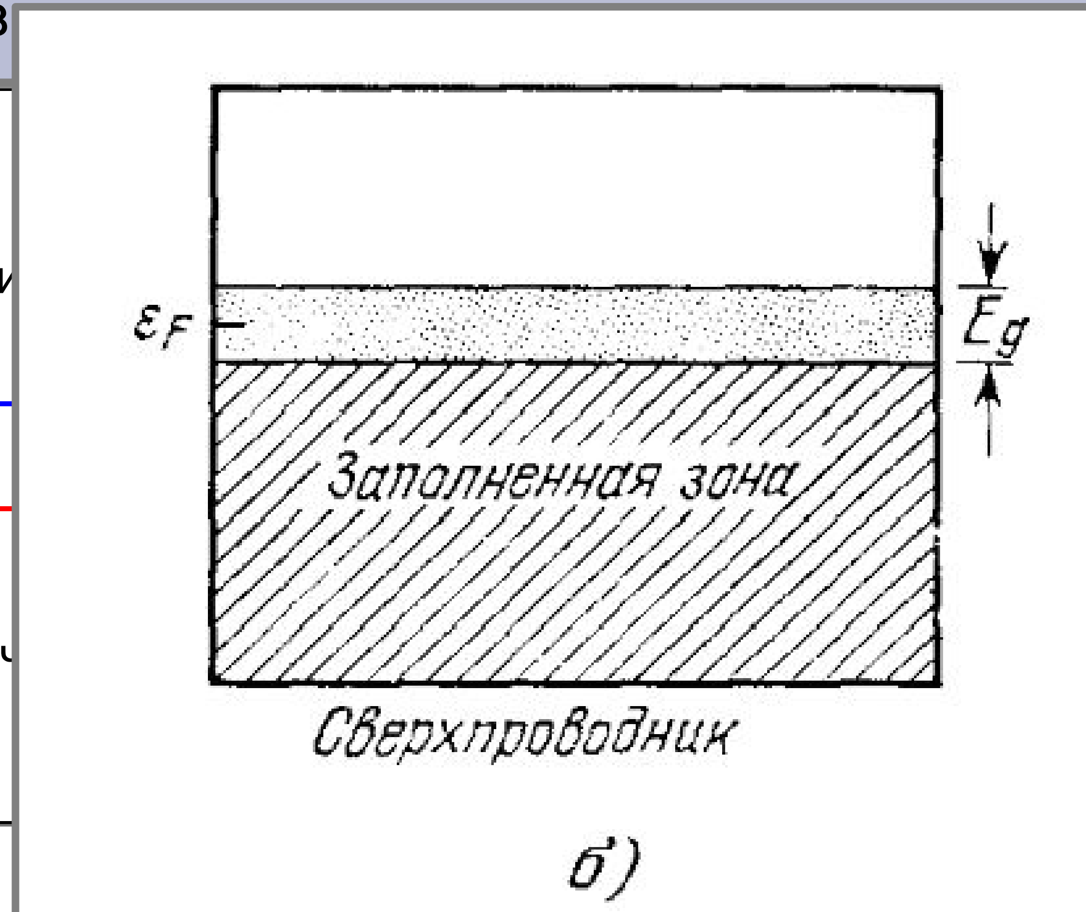
Энергетические диаграммы сверхпроводника.

«схема кваз

«схема с
отображени
основного состо





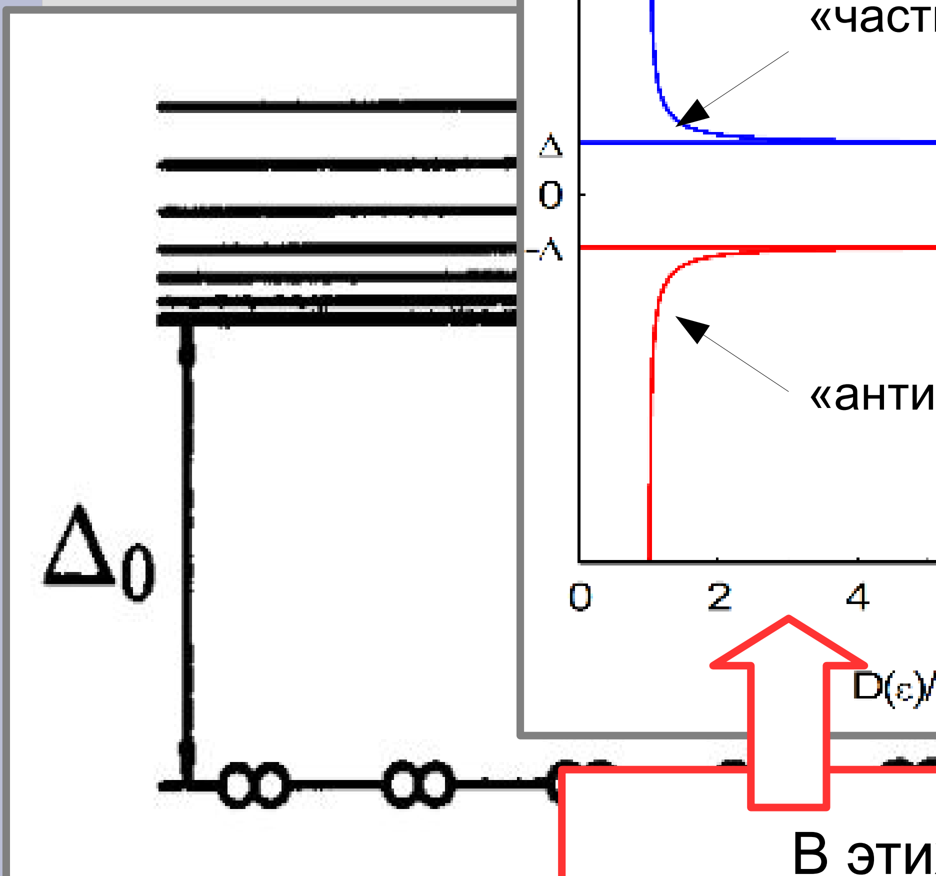


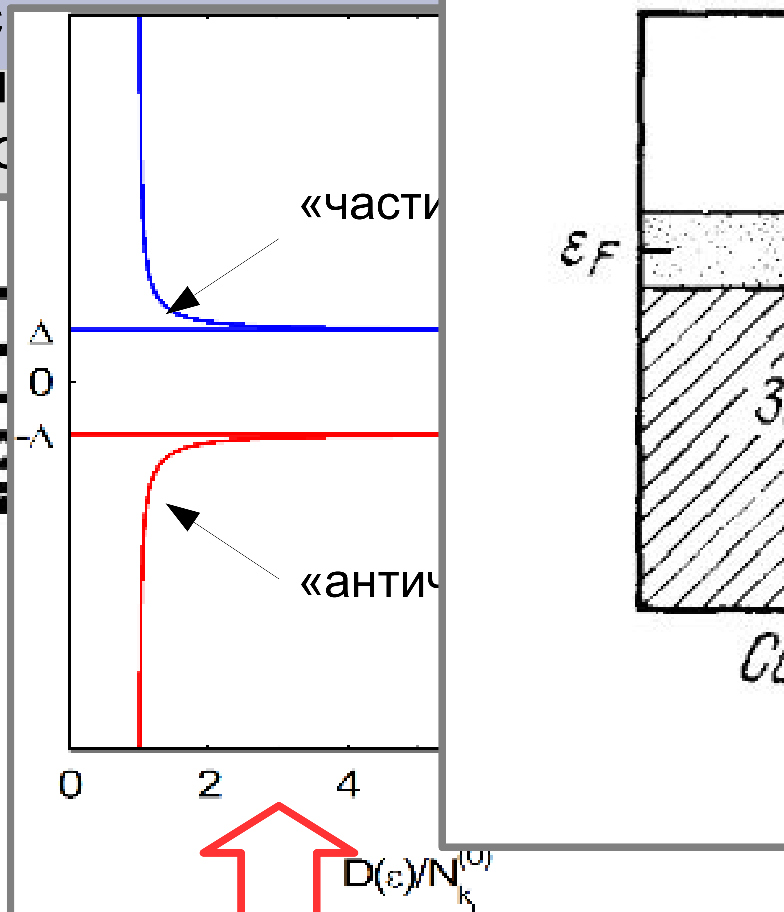
«полупроводниковая
модель»

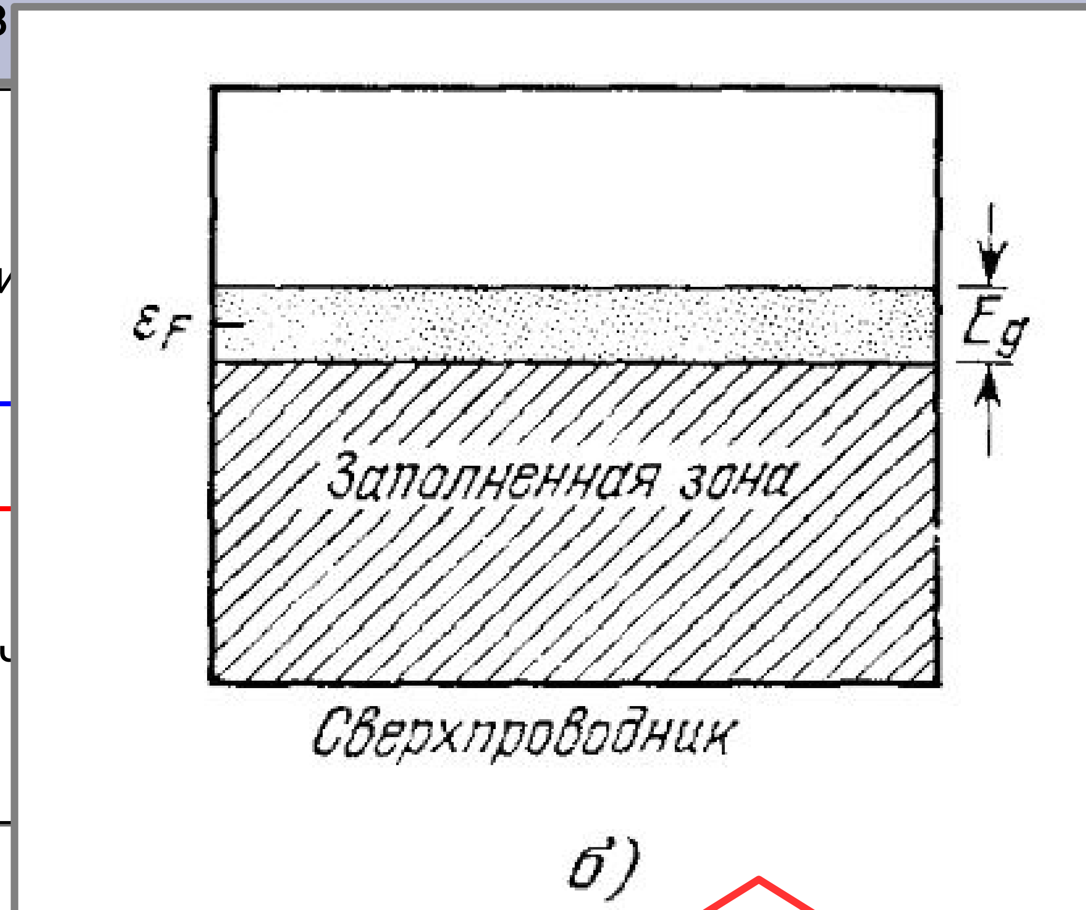
Энергетические диаграммы сверхпроводника.

«схема кваз

«схема с
отображени
основного состо







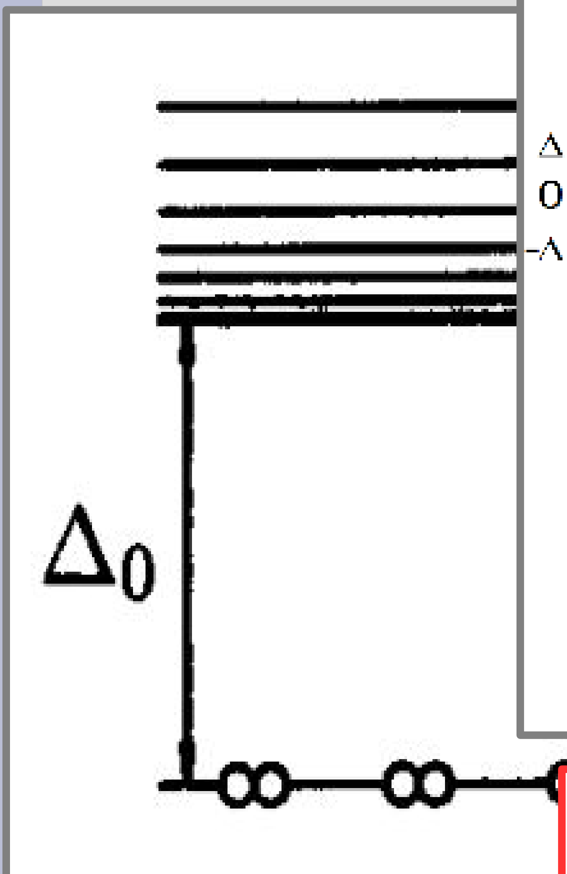
«полупр одниковая
мо ль»

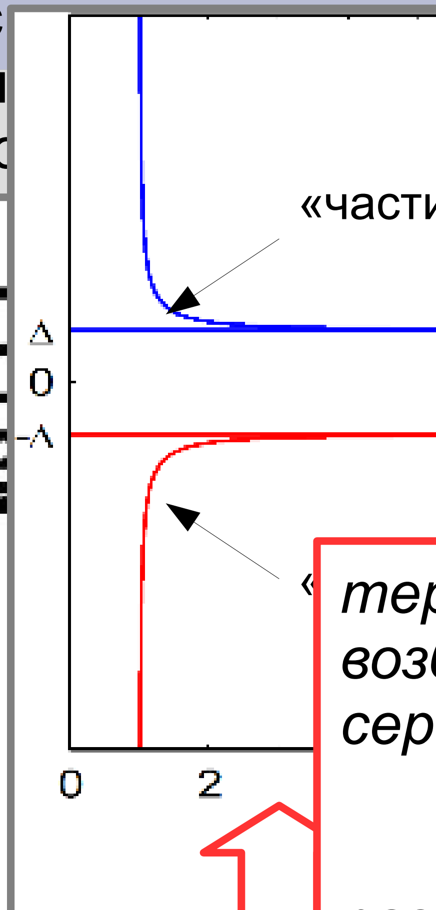
В этих представлениях основное состояние «за кадром»

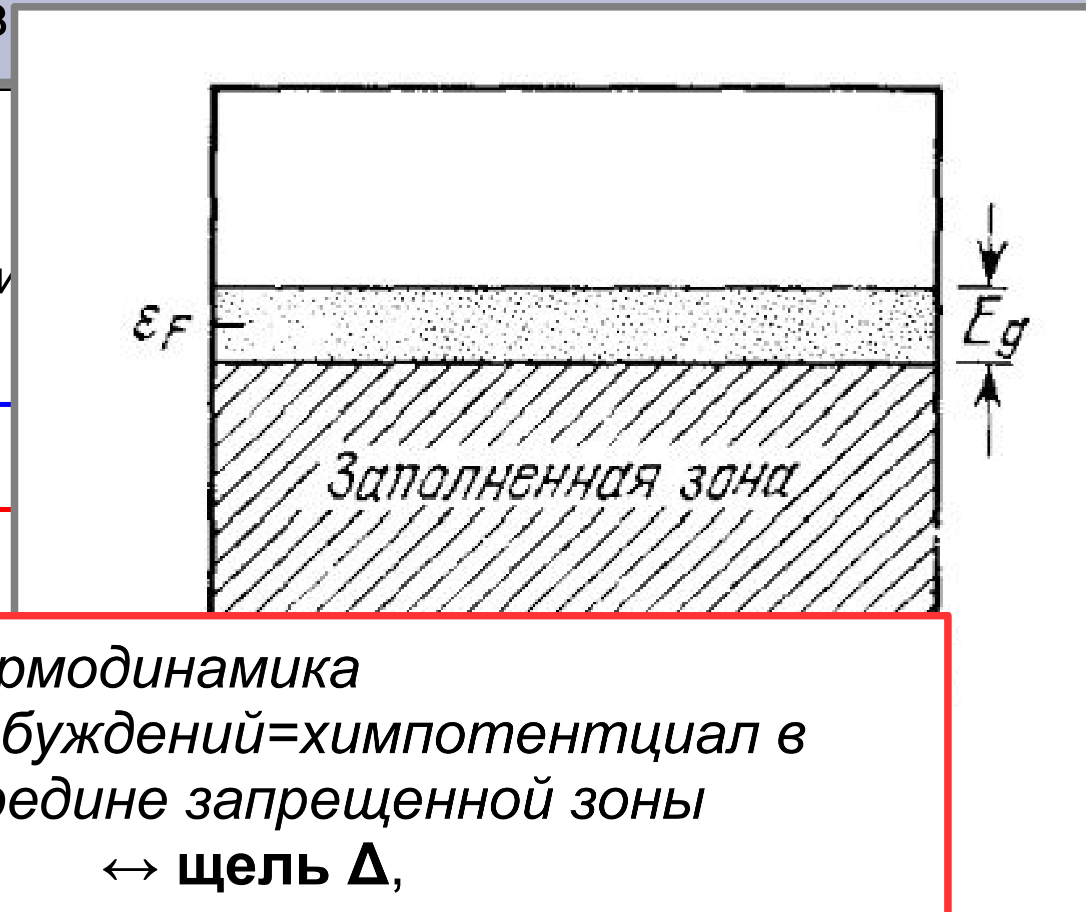
Энергетические диаграммы сверхпроводника.

«схема кваз

«схема с
отображени
основного состо







овая

В

термодинамика возбуждений=химпотентциал в середине запрещенной зоны

↔ **щель Δ**,

разрушение куперовских пар=рождение пар частица-античастица=переброс через запрещённую зону

↔ **энергия 2Δ**

Часть 4. Туннельные контакты I. Квазичастичное туннелирование.

Туннельный контакт.

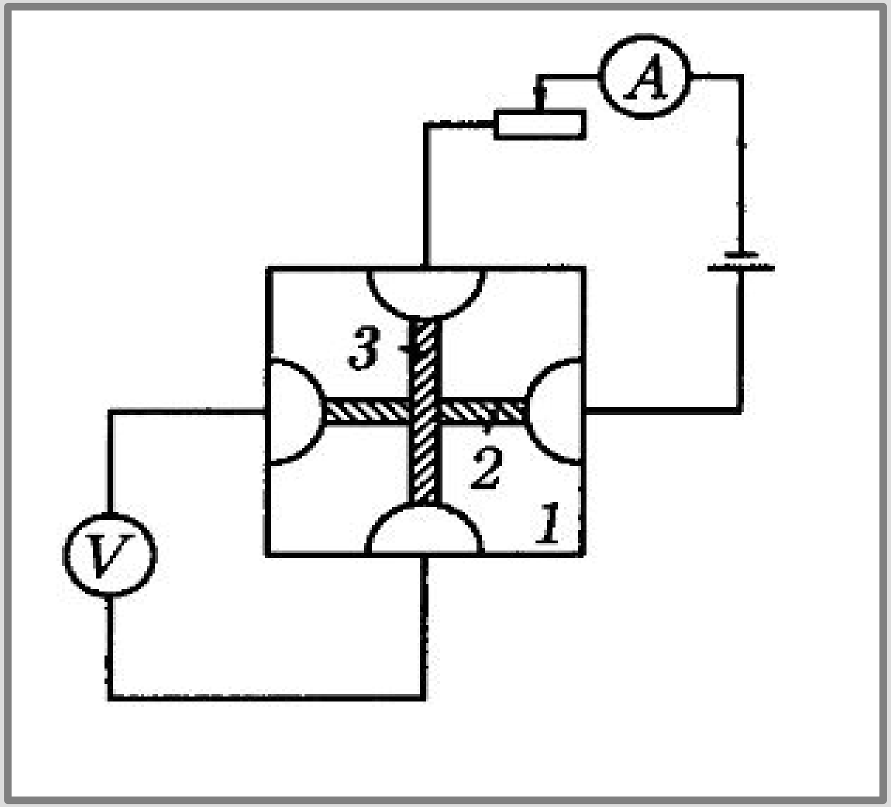
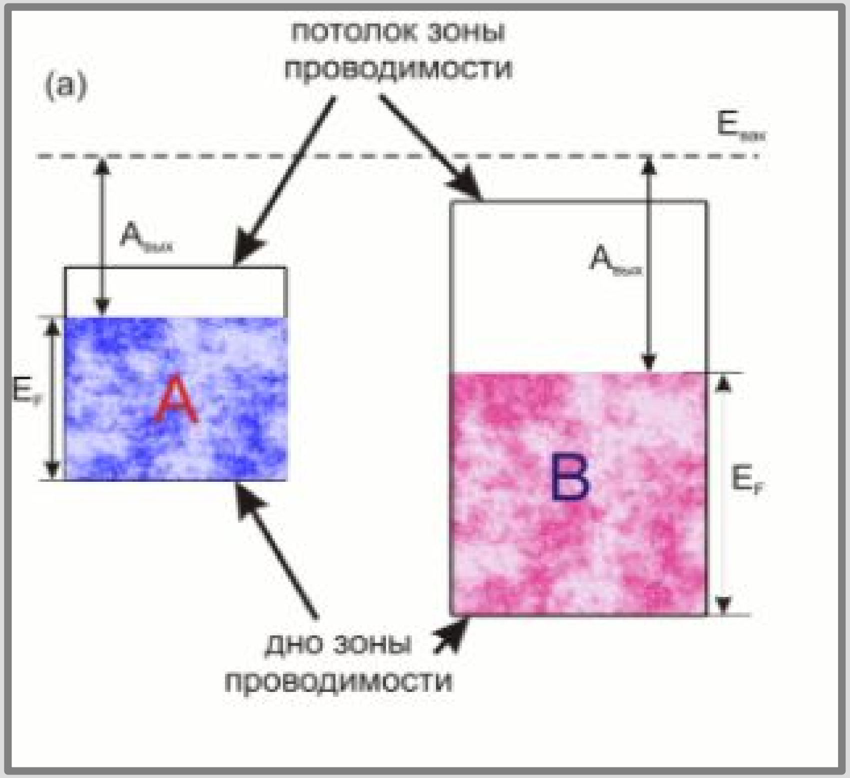


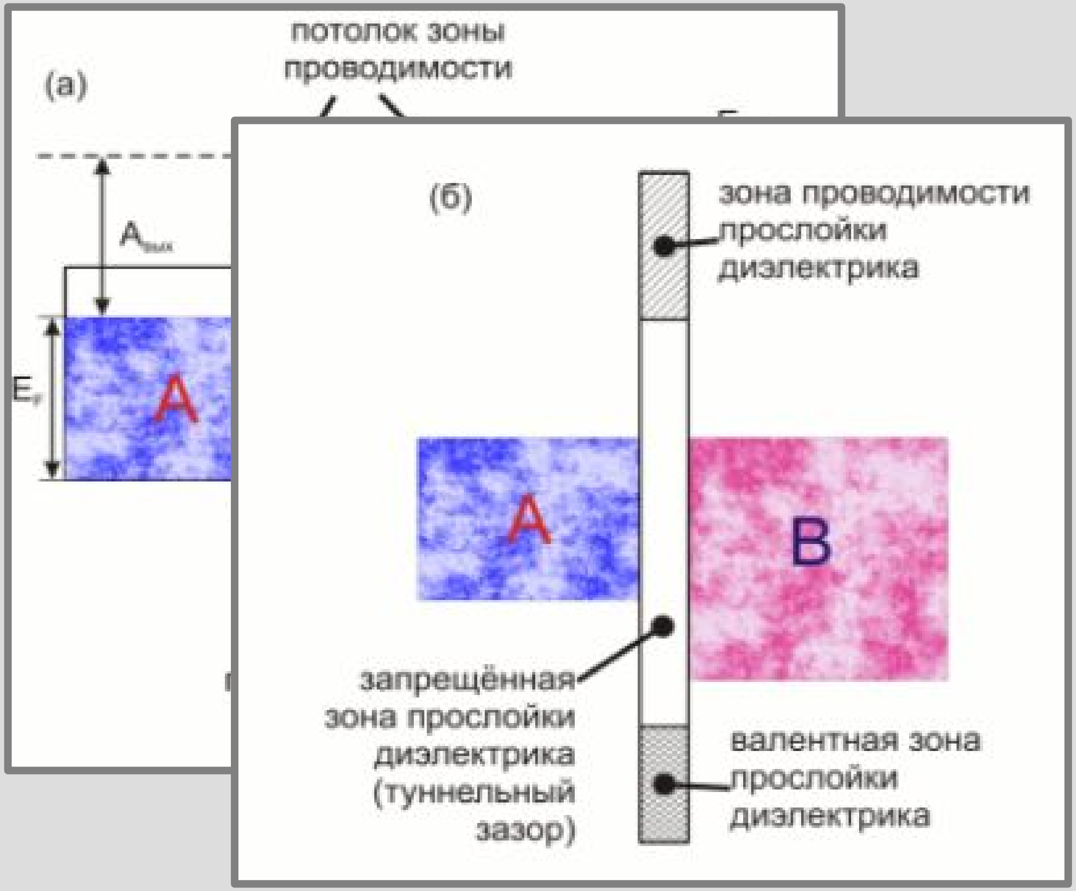
Схема опыта по изучению туннельного тока. (1) — подложка, (2) и (3) — разделённые окислом полоски изучаемых металлов. Из книги Шмидта.

$$D \approx \exp\left(-\frac{2}{\hbar}\int_{x_1}^{x_2}\sqrt{2m\left(U(x)-E\right)}\,dx\right)$$

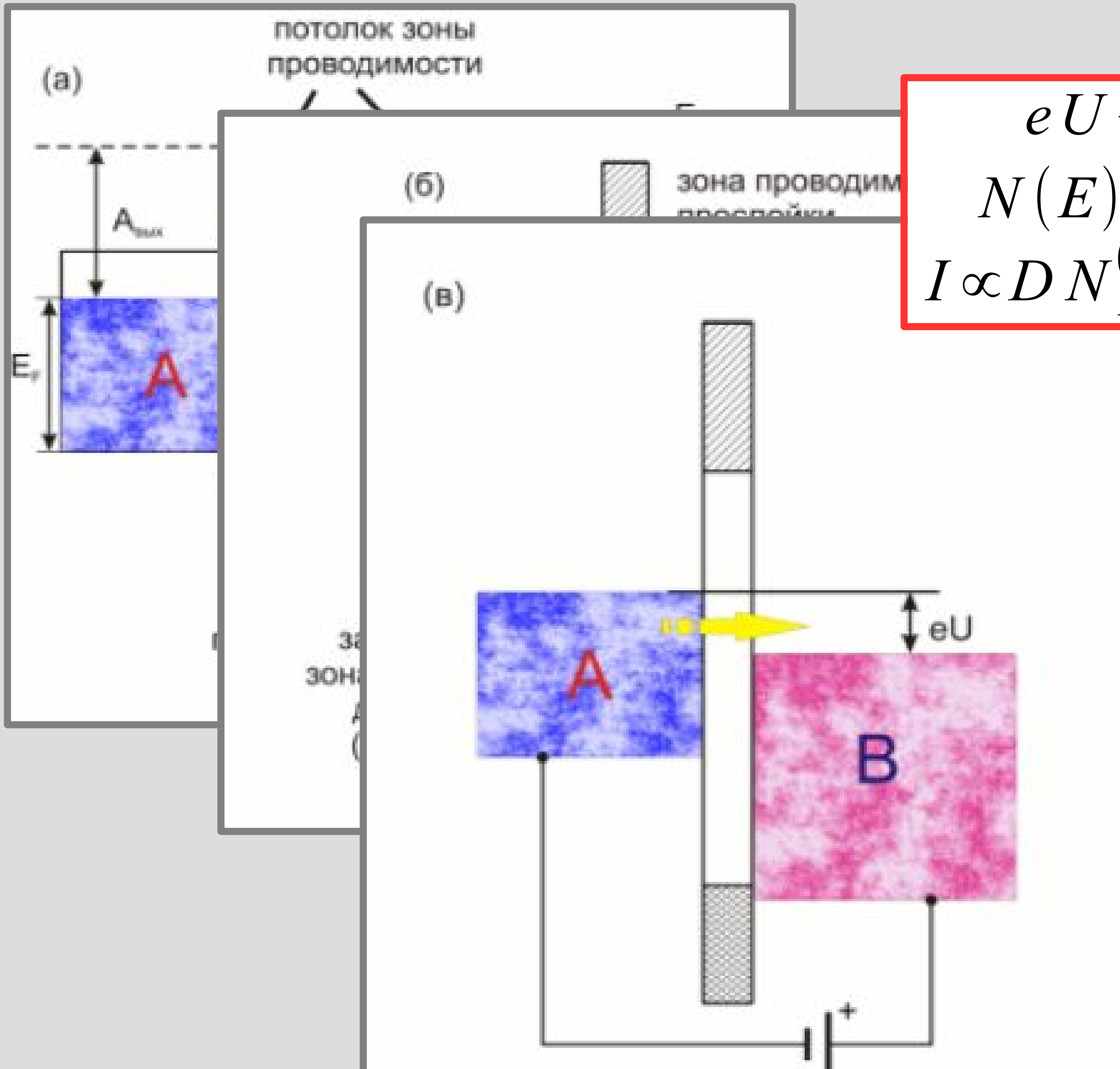
Туннельный контакт двух нормальных металлов



Туннельный контакт двух нормальных металлов



Туннельный контакт двух нормальных металлов



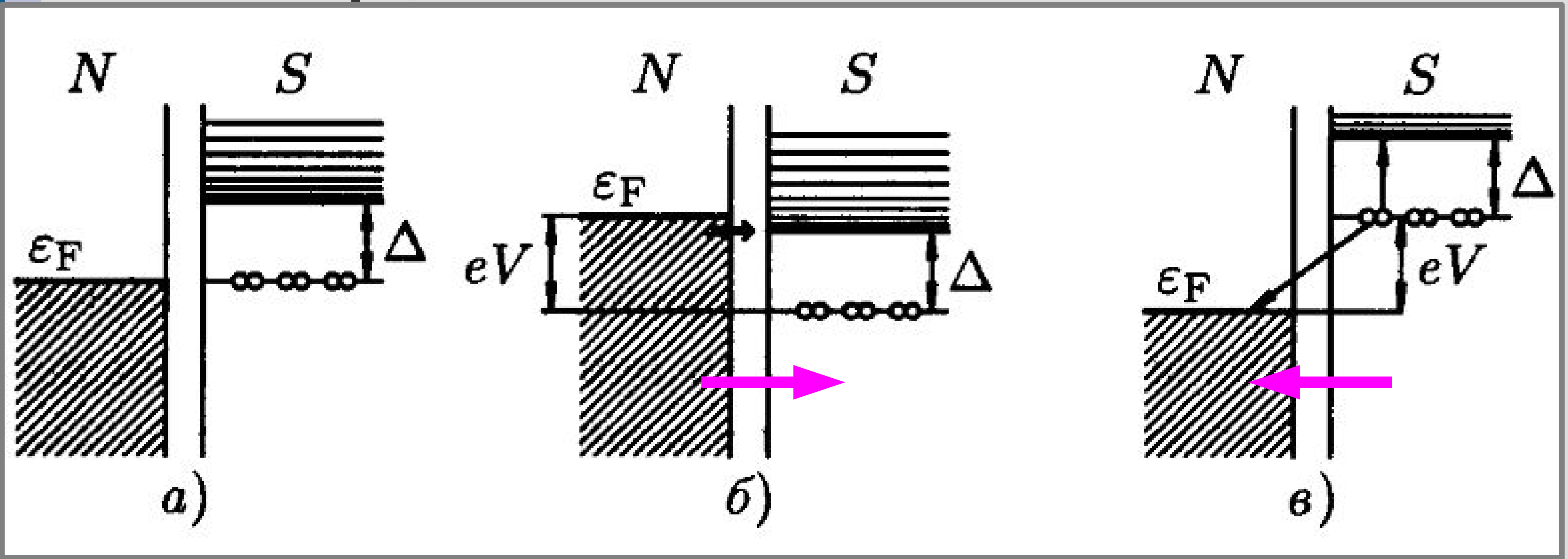
$$eU \ll E_F$$

$$N(E) = const$$

$$I \propto D\, N_A^{(0)} N_B^{(0)} e\, U$$

Туннелирование и сверхпроводимость: демонстрационное видео

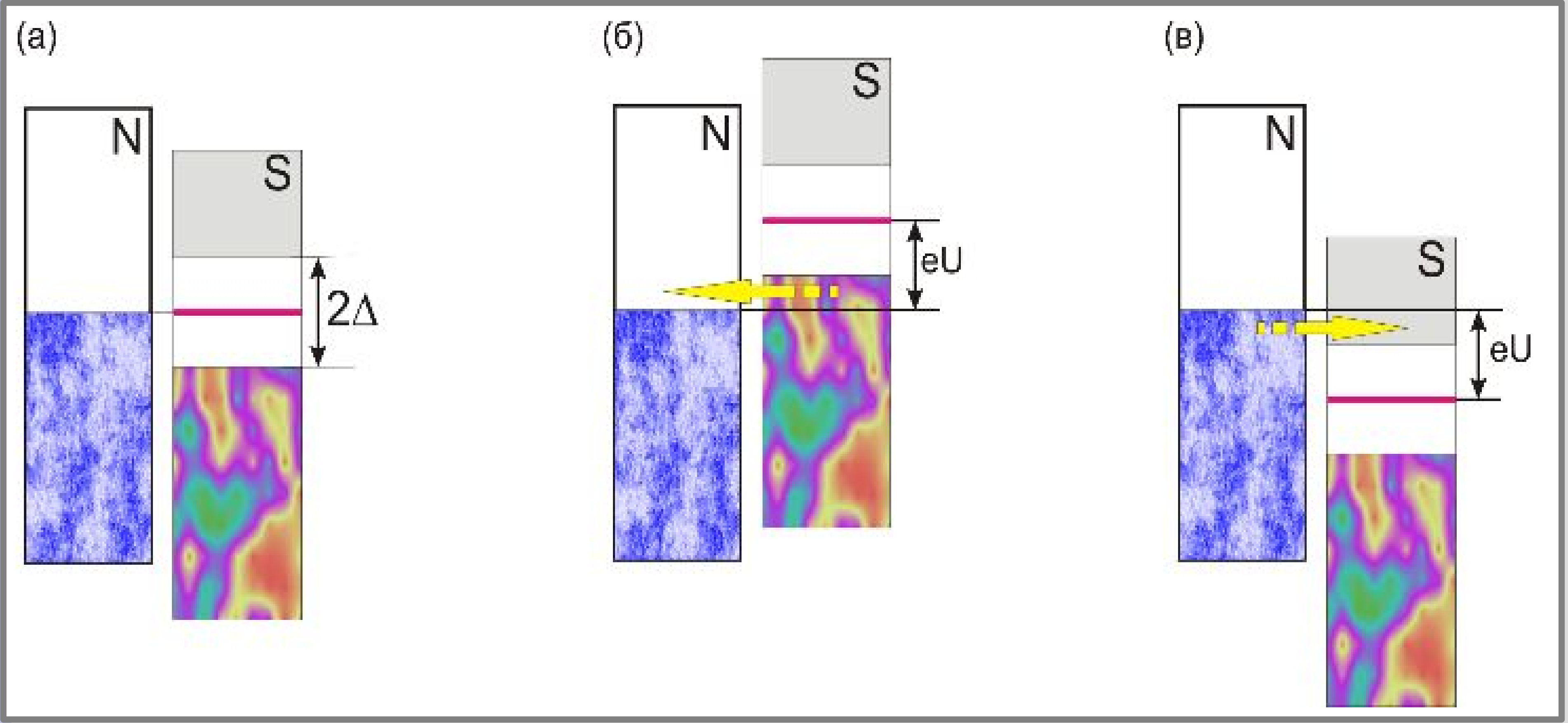
Туннельный контакт сверхпроводник-нормальный металл: схема с отображением основного состояния



Энергетическая диаграмма туннельного NS-перехода. (а) в отсутствие внешнего потенциала, (б) возникновение туннельного тока электронов из металла в сверхпроводник при положительном потенциале сверхпроводника, (в) возникновение туннельного тока электронов из сверхпроводника в металл при отрицательном потенциале сверхпроводника. Из книги Шмидта.

пороговое напряжение $U = \Delta / e$

Туннельный контакт сверхпроводник-нормальный металл: «квазичастичная схема» и «полупроводниковая модель».



Энергетическая диаграмма туннельного NS-перехода в представлении квазичастиц и в «полупроводниковой модели»: (а) в отсутствие внешнего потенциала, (б) и (в) возникновение туннельного тока при превышении порогового значения для разных полярностей прикладываемого напряжения.

пороговое напряжение $U = \Delta / e$

ВАХ туннельного контакта

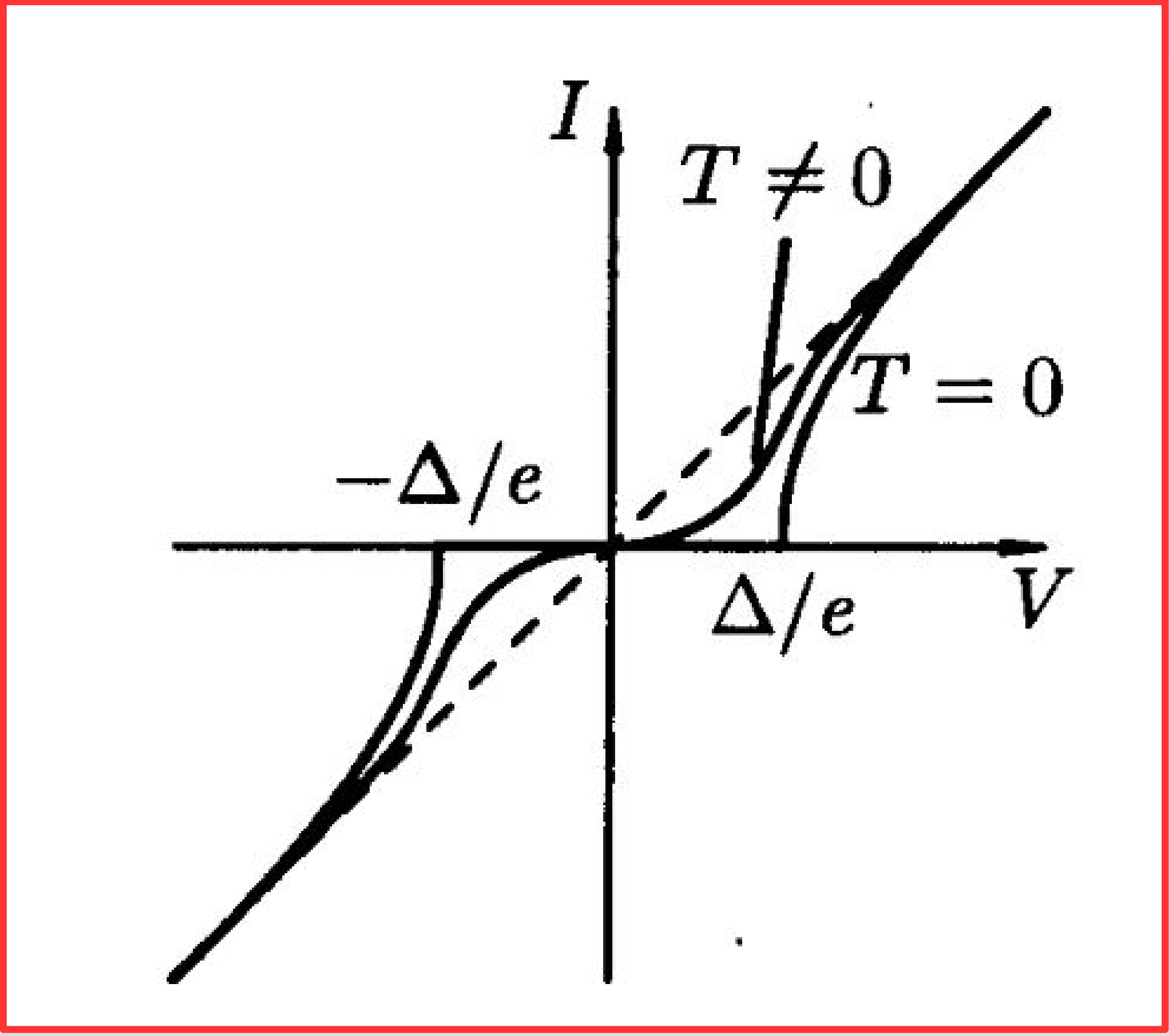
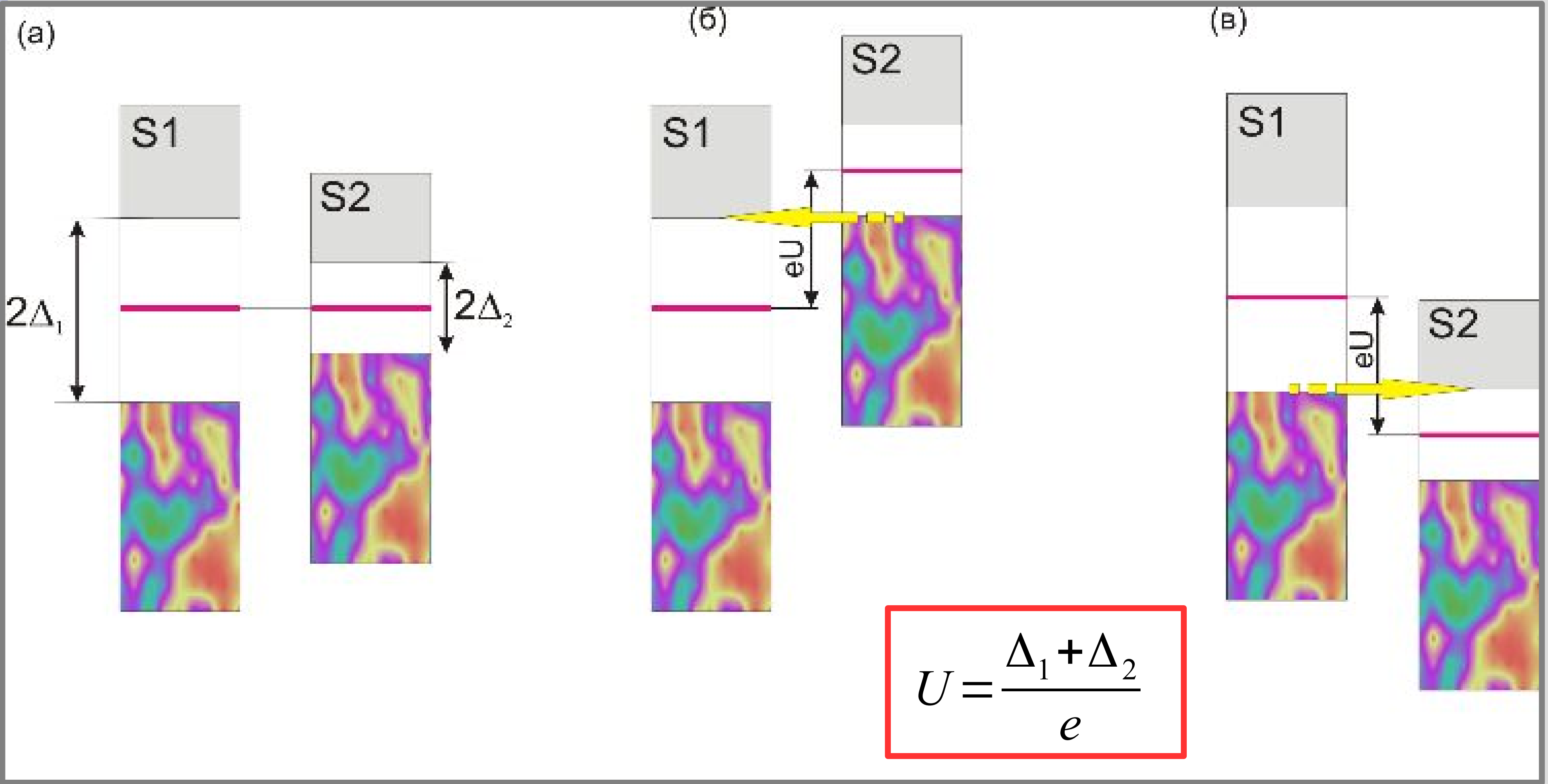


Схема вольт-амперной характеристики туннельного NS-перехода.
Из книги Шмидта

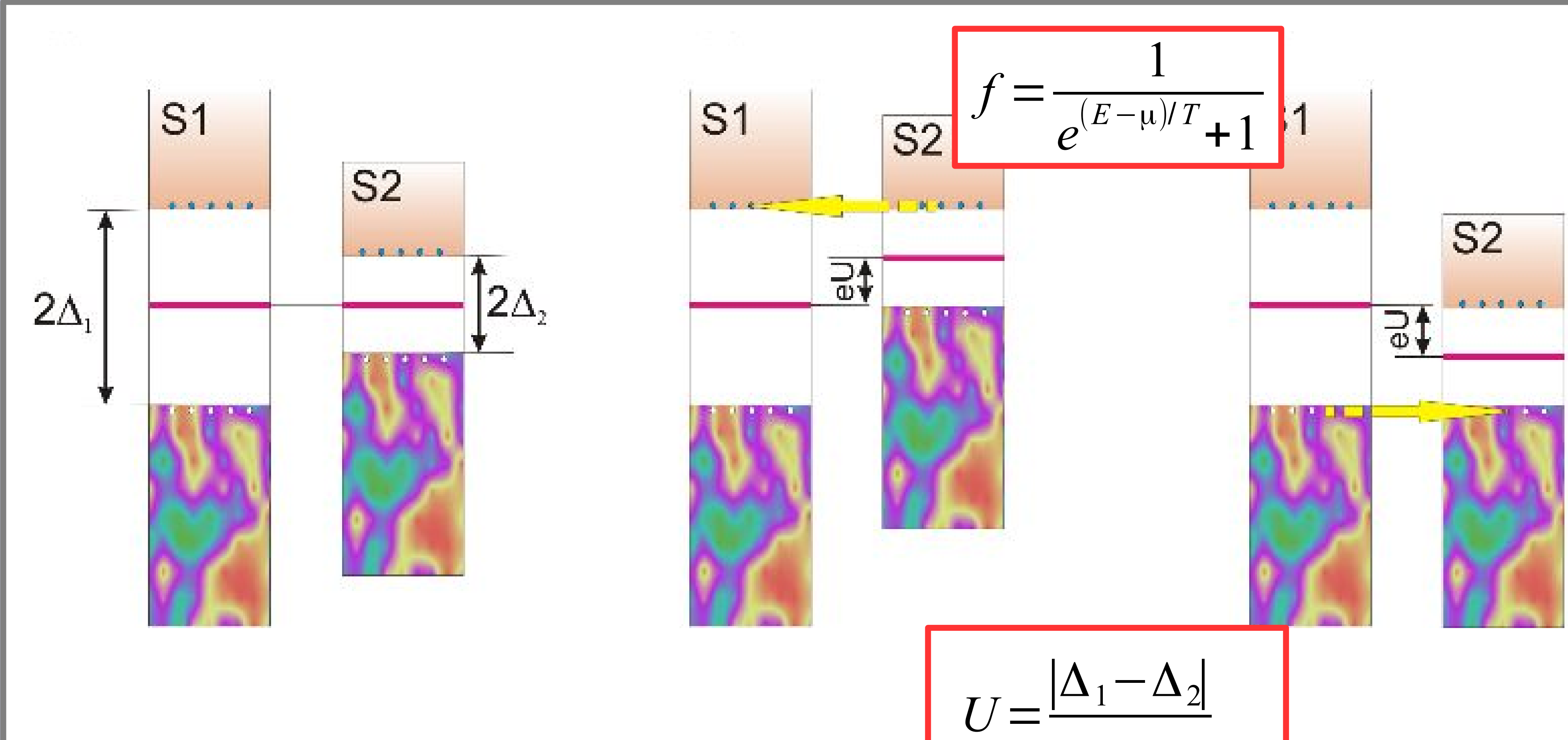
Квазичастичный ток через туннельный контакт сверхпроводник-сверхпроводник: T=0, «полупроводниковая модель».



$$U = \frac{\Delta_1 + \Delta_2}{e}$$

Энергетические диаграммы туннельного SIS-перехода в представлении «полупроводниковой модели».

Квазичастичный ток через туннельный контакт сверхпроводник-сверхпроводник: T≠0, «полупроводниковая модель».



$$f = \frac{1}{e^{(E-\mu)/T} + 1}$$

$$U = \frac{|\Delta_1 - \Delta_2|}{e}$$

Энергетические диаграммы туннельного SIS-перехода в представлении «полупроводниковой модели».

ВАХ квазичастичного тока SIS-перехода.

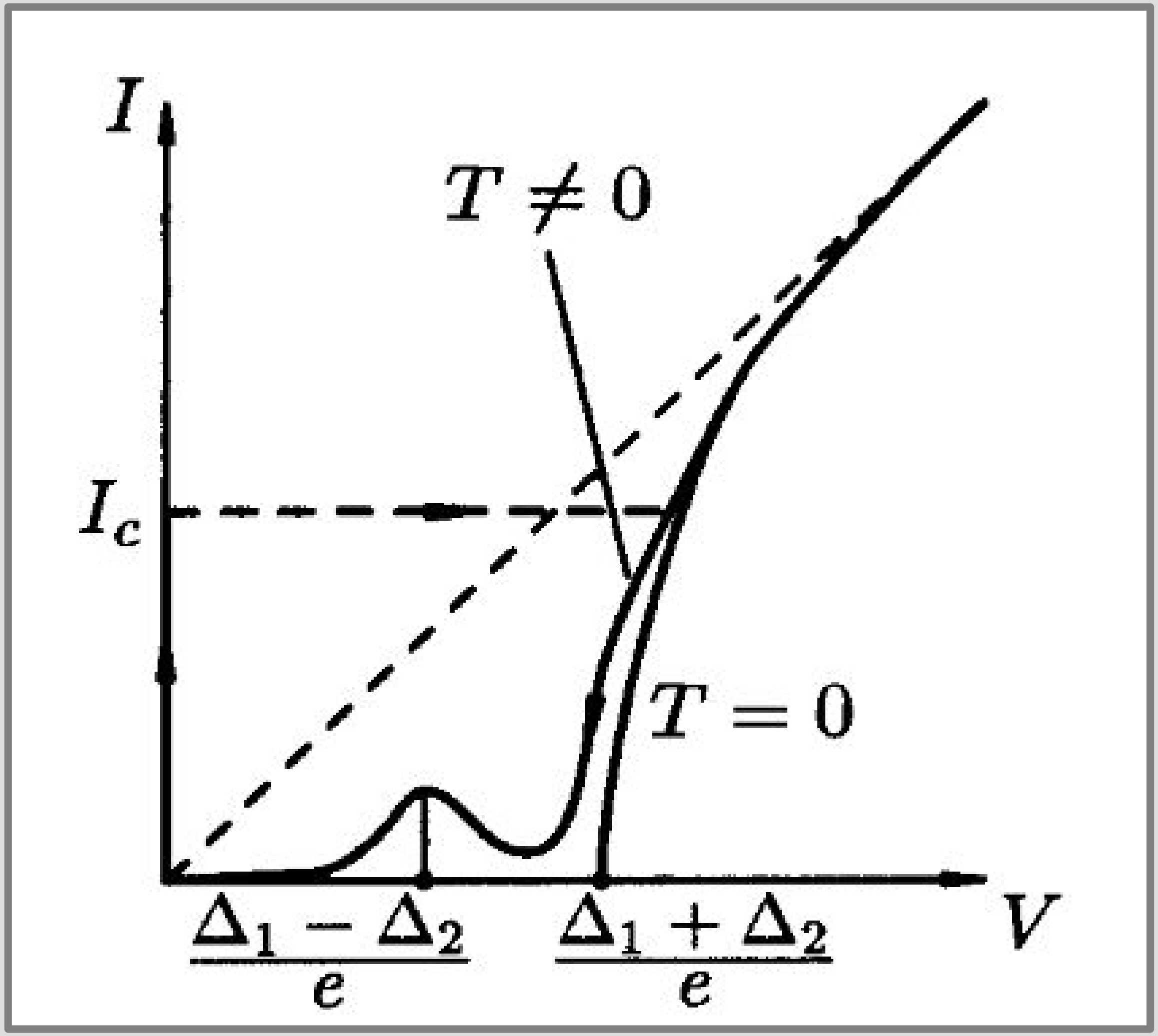
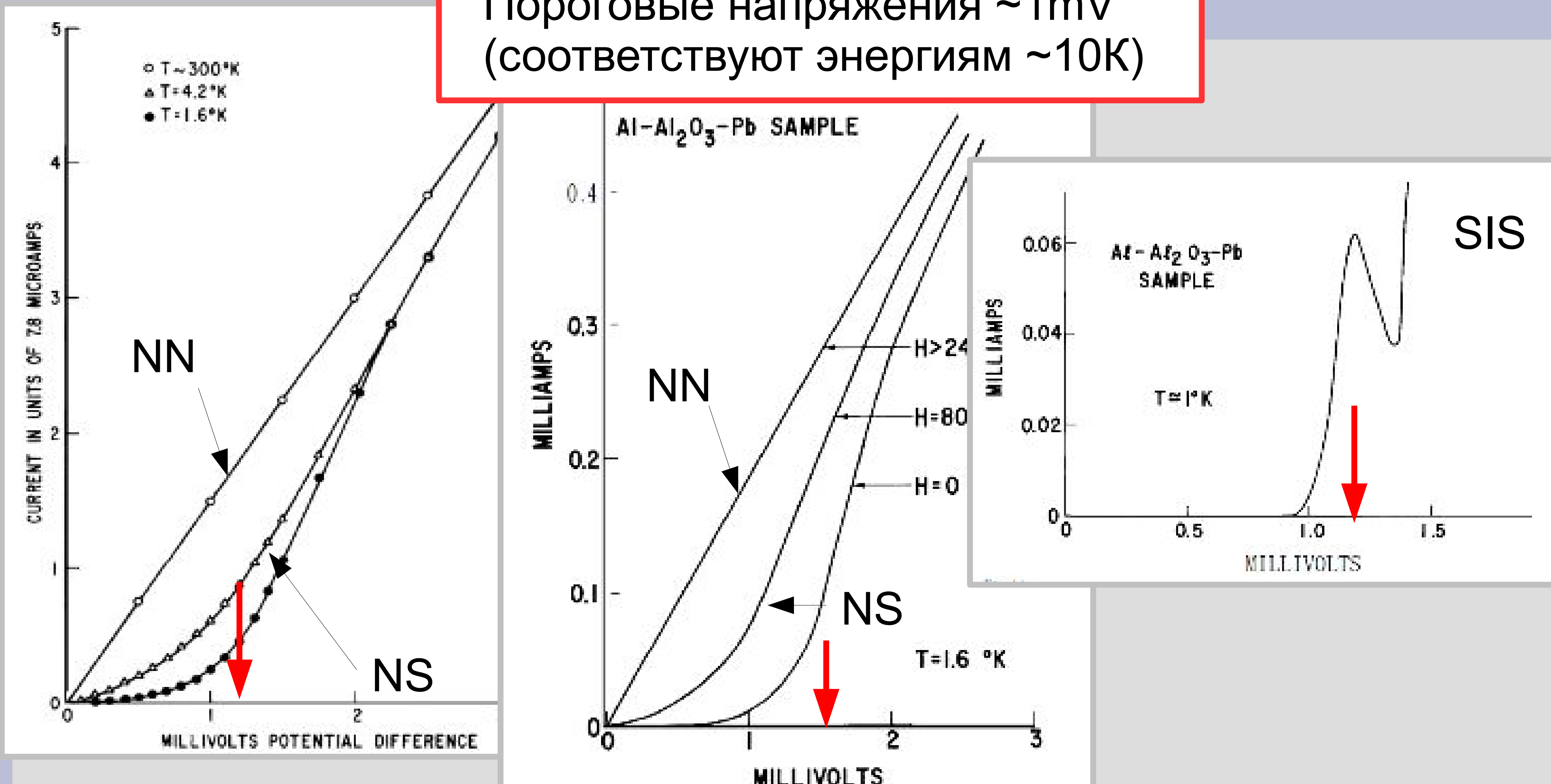


Схема вольт-амперной характеристики туннельного SIS-перехода при нулевой температуре и при конечной температуре. Сплошная линия: с учётом только туннелирования электронов. Пунктирная «ступенька» - с учётом эффекта Джозефсона (туннелирования куперовских пар). Из книги Шмидта

ВАХ туннельных контактов: эксперимент.

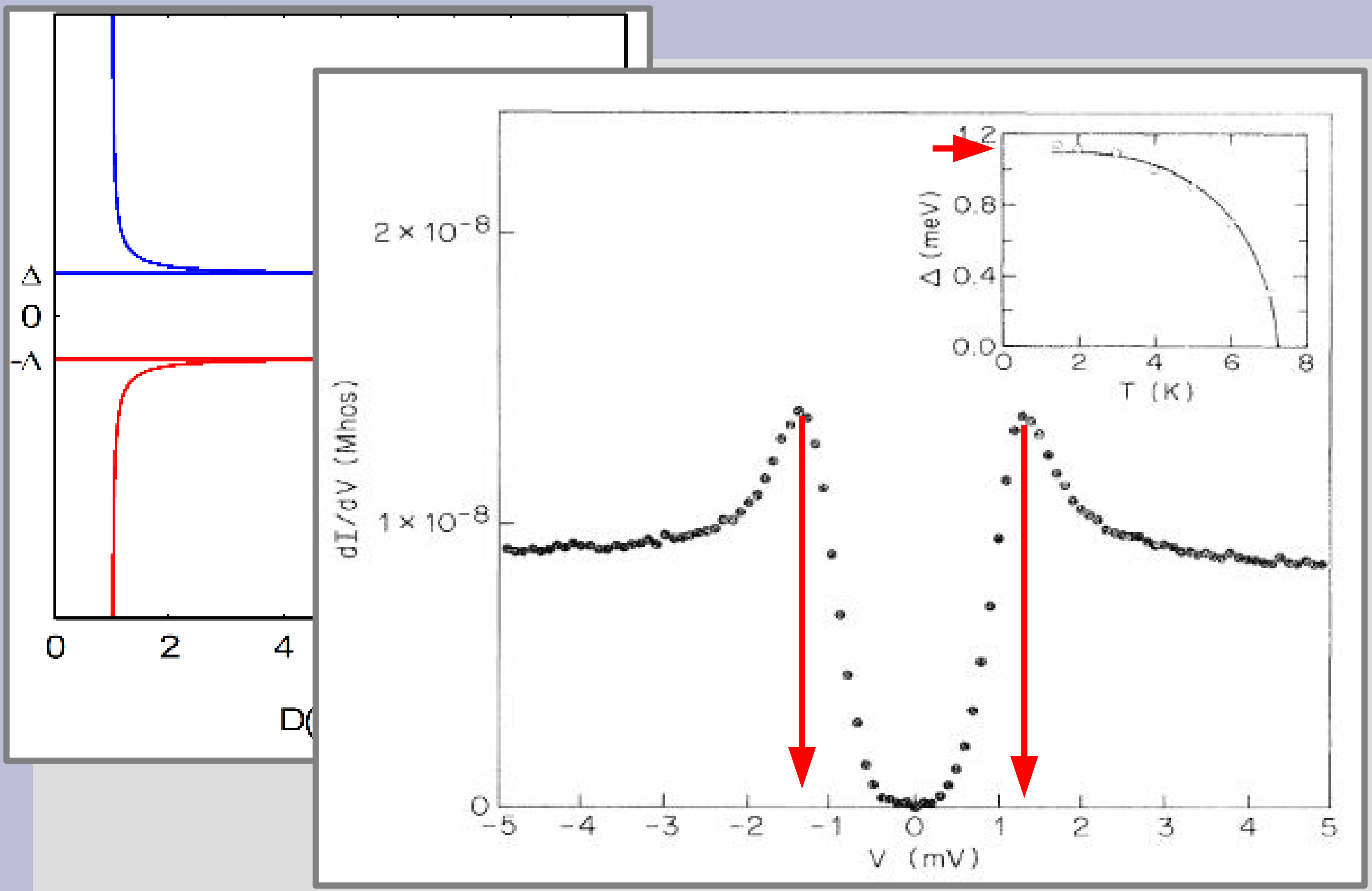
Пороговые напряжения ~1mV
(соответствуют энергиям ~10K)



Кривые вольт-амперной характеристики туннельного Al-Al2O3-Pb. Температура сверхпроводящего перехода в свинце 7.2K, в алюминии 1.2K. Верхний ряд: алюминий в нормальном состоянии. Слева: при разных температурах. Справа: в разных магнитных полях. Снизу: туннелирование в SIS-переходе при температуре ниже температуры сверхпроводящего перехода в алюминии, в масштабе рисунка виден только пик, связанный с переходами термоактивированных возбуждений. Из нобелевской лекции Гьявера

Ivar Giaever, Electron Tunneling and Superconductivity, Nobel Prize Lecture, (1973)

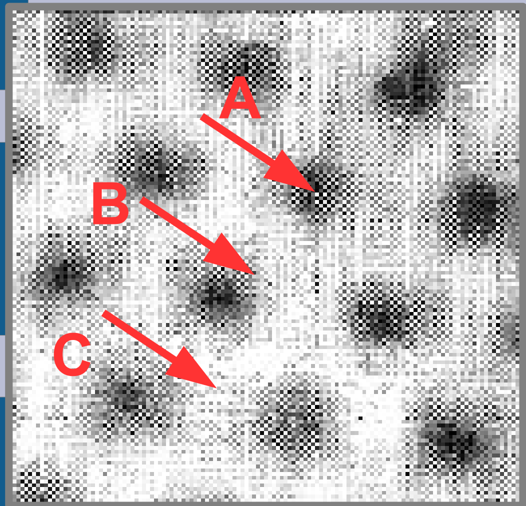
Дифференциальная проводимость SIN-контакта и измерение щели

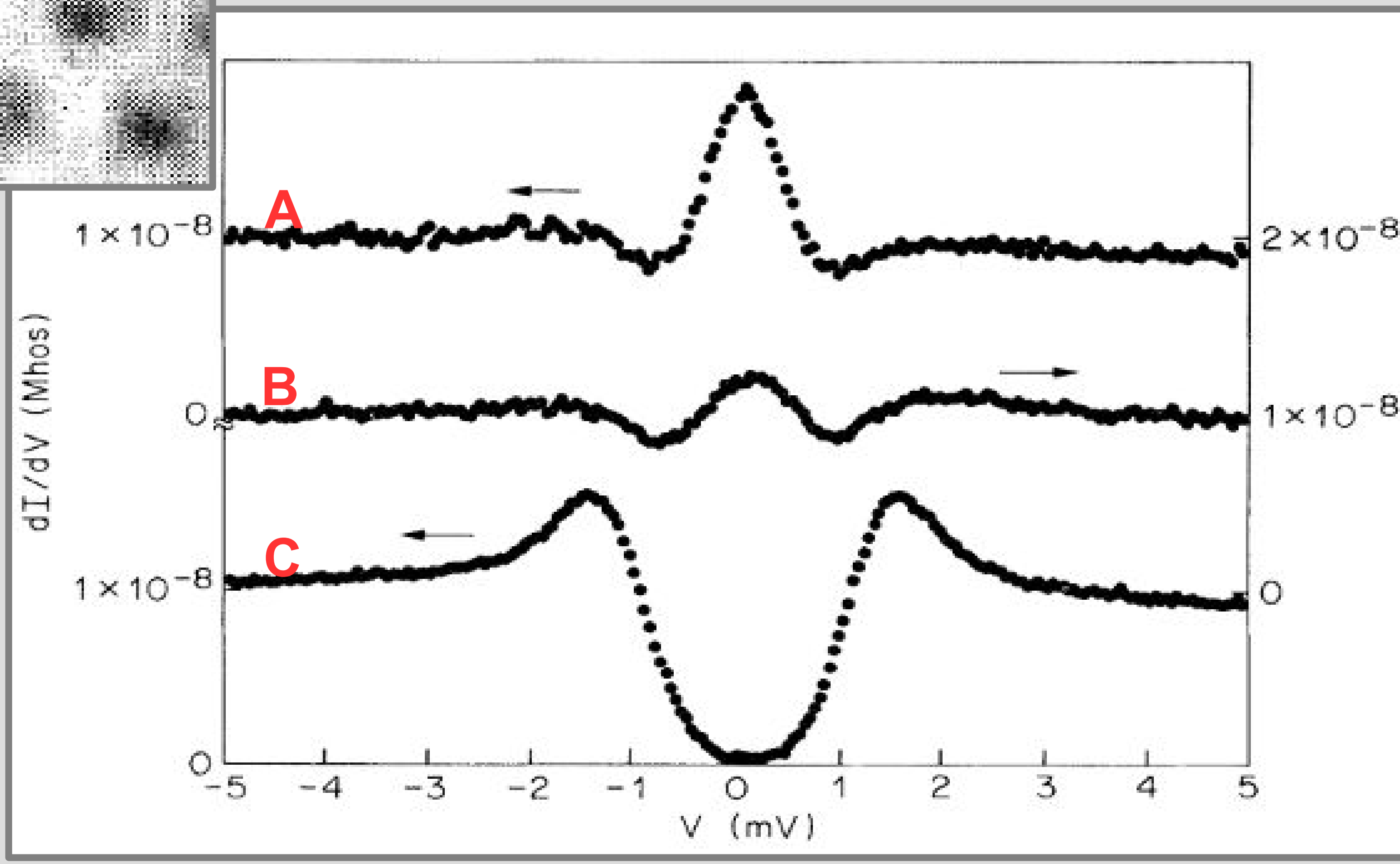


Производная вольт-амперной характеристики туннельного NIS-перехода между иглой туннельного микроскопа и образцом сверхпроводящего NbSe2. Внешнее магнитное поле B=0 , температура 1.45K. На вставке: зависимость щели от температуры.

H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes, J. M. Valles, Jr., and J. V. Waszczak, Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid, Physical Review Letters, 62, 214 (1989)

Дифференциальная проводимость туннельного контакта в окрестности вихря.

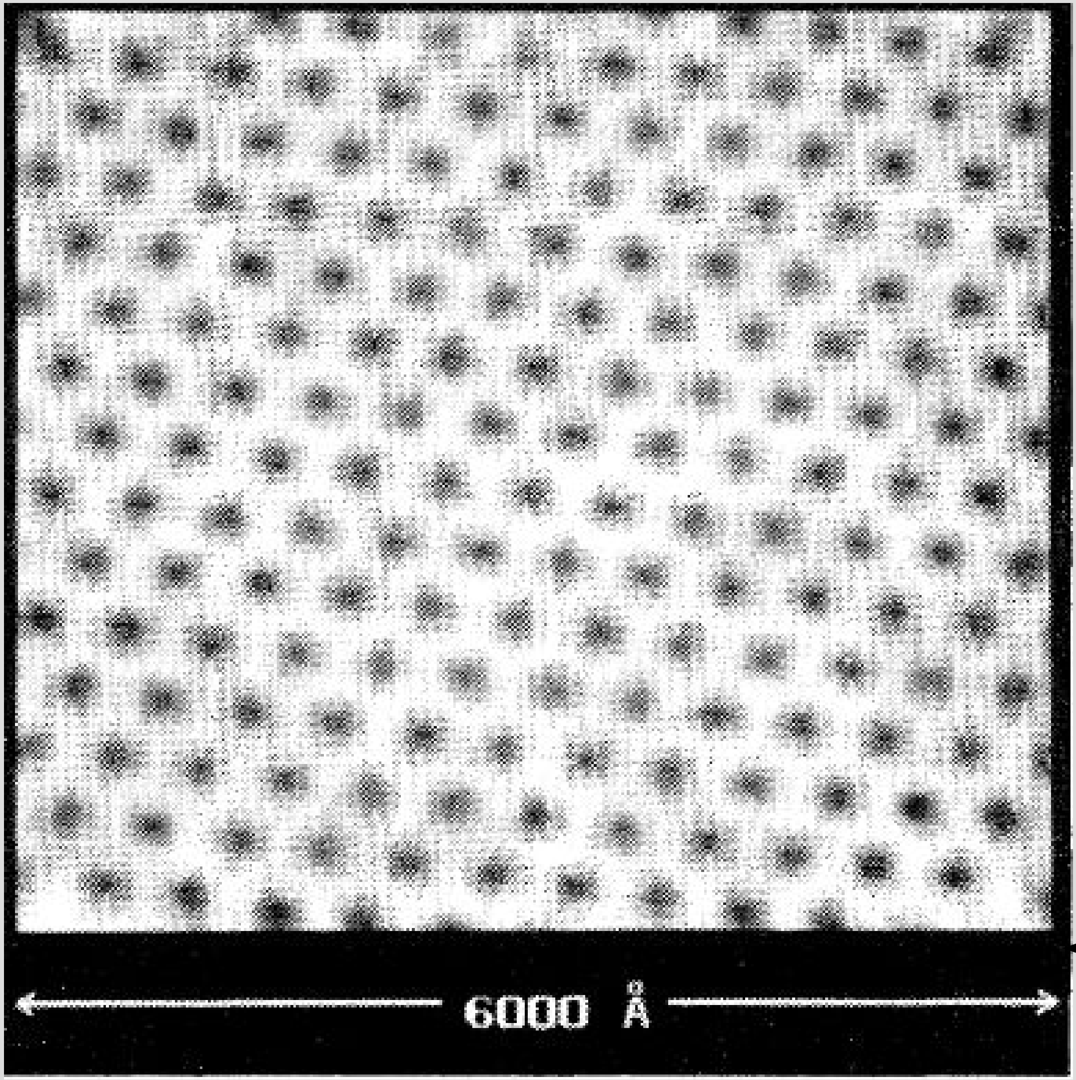


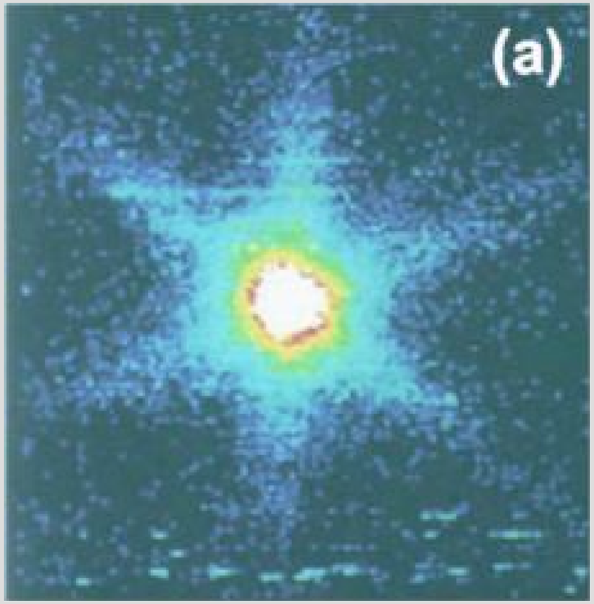


Производная вольт-амперной характеристики туннельного NS-перехода между иглой туннельного микроскопа и образцом сверхпроводящего NbSe2 в разных точках. Верхняя кривая: центр вихря, средняя кривая: на расстоянии 75 Å от центра вихря, нижняя кривая: на расстоянии 2000 Å от вихря. Внешнее поле 0.02 Тл, температура 1.85 К. Кривые сдвинуты вертикально для наглядности, постоянный уровень на больших напряжениях одинаков для всех кривых. Особенности плотности состояний в сердцевине вихря вероятно связаны с тем, что движение электронов в коре вихря вообще говоря ограничено в поперечном направлении границей с нормальной фазой, что приводит к некоторым эффектам типа размерного квантования.

H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes, J. M. Valles, Jr., and J. V. Waszczak, Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid, Physical Review Letters, 62, 214 (1989)

«Фотография» вихрей в сверхпроводнике.





снятая с высоким разрешением карта проводимости в окрестности одного вихря в NbSe2. Размер кадра 150x150 нм2, внешнее поле 0.05Тл, температура 0.3К.

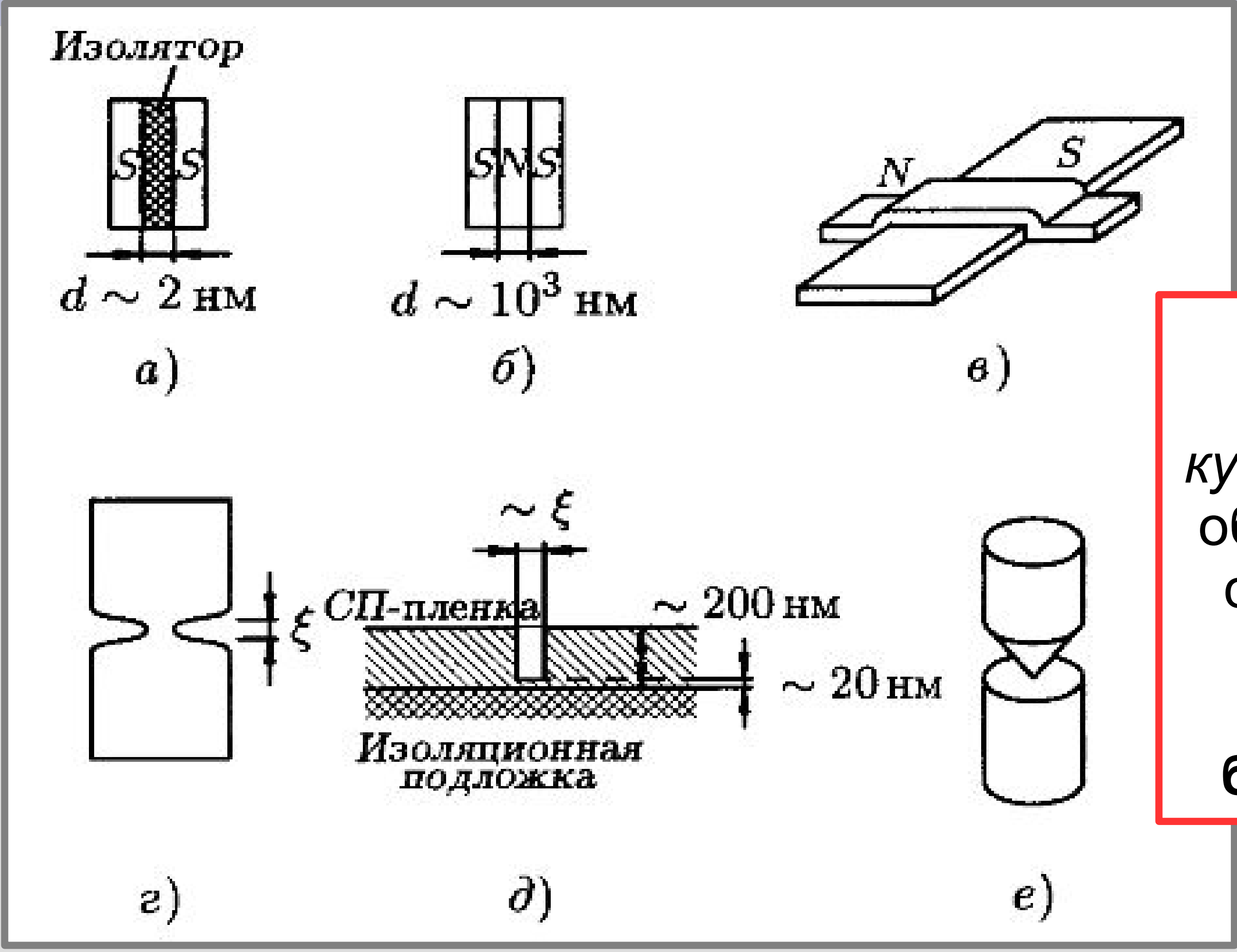
Øystein Fischer, Martin Kugler, Ivan Maggio-Aprile, Christophe Berthod, and Christoph Renner, Scanning tunneling spectroscopy of high-temperature superconductors, Review of Modern Physics, 79, 353 (2007)

вихревая решётка в NbSe2 в поле 1Тл при температуре 1.8К.

H. F. Hess, R. B. Robinson, R. C. Dynes, J. M. Valles, Jr., and J. V. Waszczak, Scanning-Tunneling-Microscope Observation of the Abrikosov Flux Lattice and the Density of States near and inside a Fluxoid, Physical Review Letters, 62, 214 (1989)

Часть 5. Туннелирование куперовских пар. Эффект Джозефсона.

«Слабая связь» в сверхпроводнике.

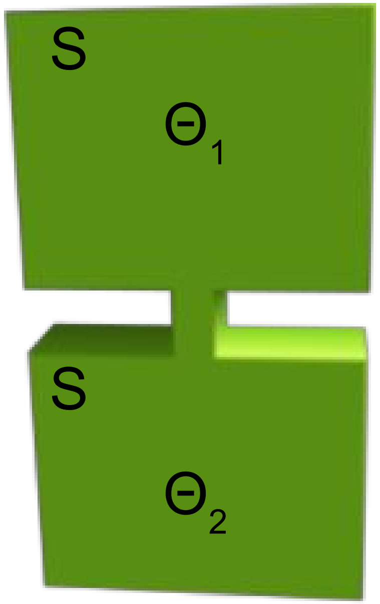


возможно туннелирование *куперовской пары* через область с подавленной сверхпроводимостью **Такой ток должен быть бездиссипативным!**

Виды слабой связи: (а) туннельный SIS-переход, (б) "сэндвич" или SNS-переход, (в) нормальная плёнка на поверхности сверхпроводника, (г) мостик Дайема, вид в плане, (д) мостик Даейма, вид в разрезе, (е) точечный контакт. Из книги Шмидта

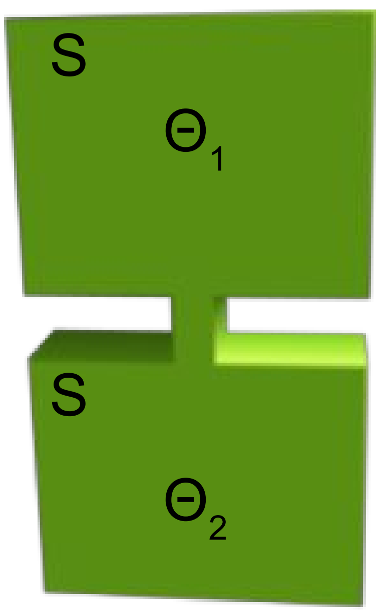
Скачок фазы на «слабой связи»

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



Скачок фазы на «слабой связи»

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\,e^{i\Theta(\vec{r})}$$



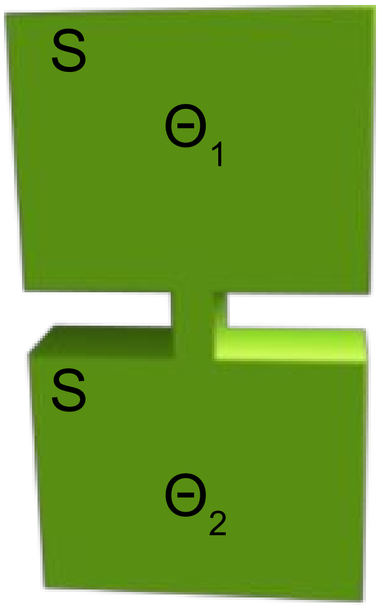
Для слабого тока пренебрегаем магнитным полем тока:

$$\vec{j}_s = -nq\vec{v}_s \approx -\frac{nq\hbar}{\mu}\vec{\nabla}\Theta = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\frac{\Phi_0}{2\pi}\vec{\nabla}\Theta$$

$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e} = 2.07\cdot 10^{-7}\,Гс\cdot см^2$$

Скачок фазы на «слабой связи»

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



Для слабого тока пренебрегаем магнитным полем тока:

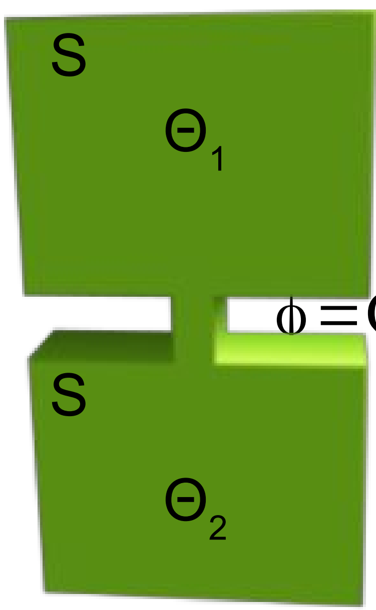
$$\vec{j}_s = -nq\vec{v}_s \approx -\frac{nq\hbar}{\mu}\vec{\nabla}\Theta = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\frac{\Phi_0}{2\pi}\vec{\nabla}\Theta$$

$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e} = 2.07\cdot 10^{-7}\, Гс\cdot см^2$$

В сужении плотность тока большая, большой градиент фазы. На «берегах» плотности тока маленькие и можно считать фазу постоянной

Скачок фазы на «слабой связи»

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

Для слабого тока пренебрегаем магнитным полем тока:

$$\vec{j}_s = -nq\vec{v}_s \approx -\frac{nq\hbar}{\mu}\vec{\nabla}\Theta = -\frac{c}{4\pi\lambda^2}\frac{\Phi_0}{2\pi}\vec{\nabla}\Theta$$

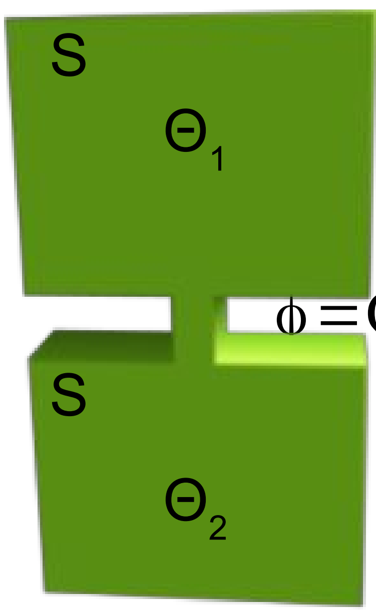
$$\Phi_0 = \frac{\pi\hbar c}{e} = 2.07\cdot 10^{-7}\, Гс\cdot см^2$$

В сужении плотность тока большая, большой градиент фазы. На «берегах» плотности тока маленькие и можно считать … оянной

Как связан ток и разность фаз на «берегах»?

Ток через «слабую связь»: общие свойства.

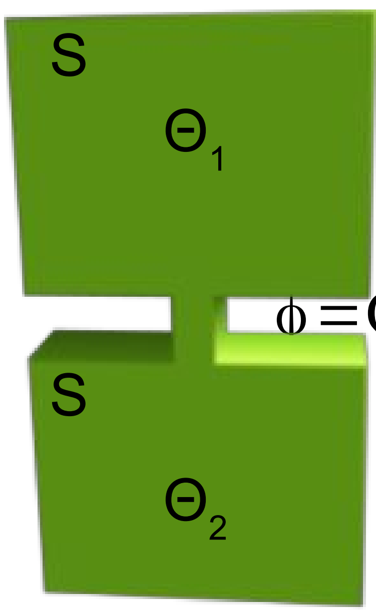
$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\,e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

Ток через «слабую связь»: общие свойства

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\,e^{i\Theta(\vec{r})}$$

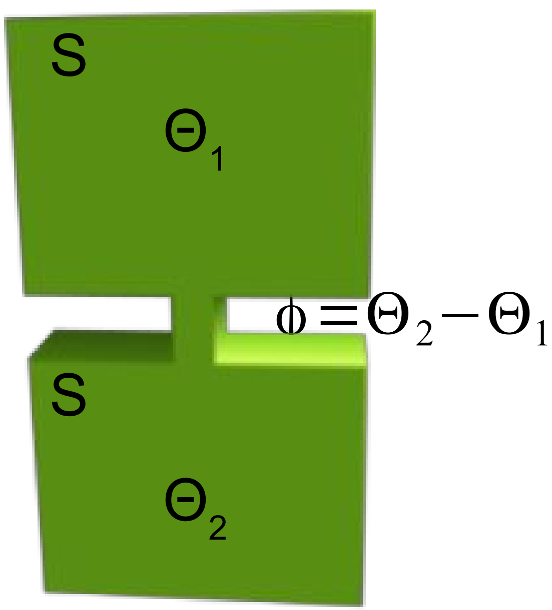


$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

1. $I_s = I_s(\phi)$ Скачок фазы является единственным параметром определяющим сверхтекучий ток через переход

Ток через «слабую связь»: общие свойства

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\,e^{i\Theta(\vec{r})}$$



1. $I_s = I_s(\phi)$

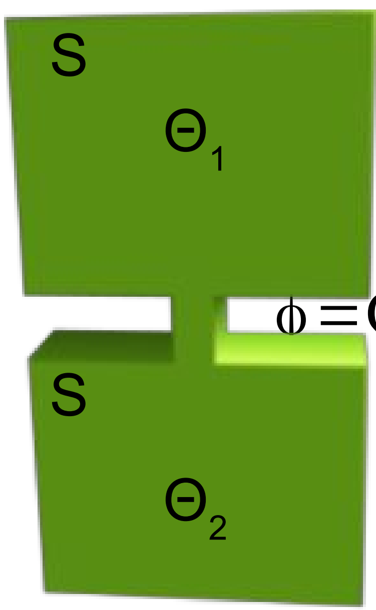
Скачок фазы является единственным параметром определяющим сверхтекучий ток через переход

2. $$\phi = 0 \Updownarrow I_s(0) = 0$$

Утверждение прямо следует из связи плотности тока с градиентом фазы.

Ток через «слабую связь»: общие свойства

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

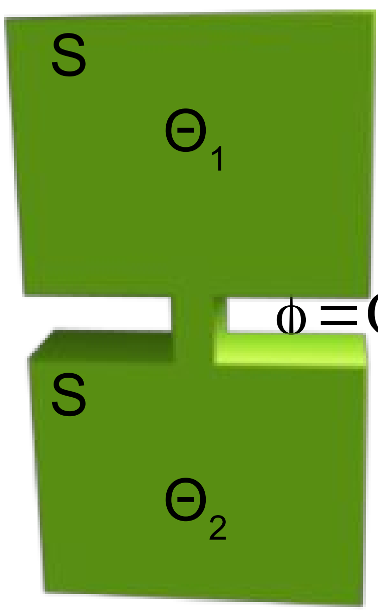
1. $I_s = I_s(\phi)$ — Скачок фазы является единственным параметром определяющим сверхтекучий ток через переход

2. $\phi = 0 \Updownarrow I_s(0) = 0$ — Утверждение прямо следует из связи плотности тока с градиентом фазы.

3. $I_s(\phi) = I_s(\phi + 2\pi)$ — Изменение фазы на любом из «берегов» на 2π не меняет состояния

Ток через «слабую связь»: общие свойства

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

1. $I_s = I_s(\phi)$ — Скачок фазы является единственным параметром определяющим сверхтекучий ток через переход

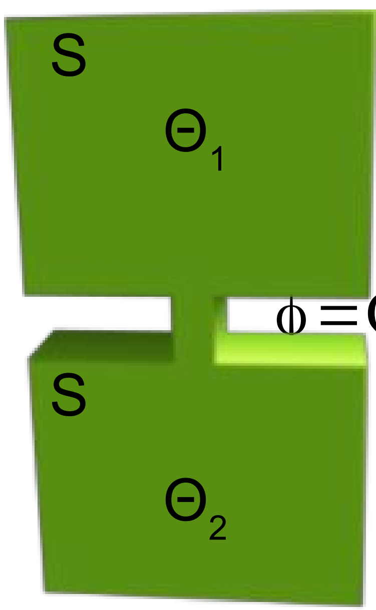
2. $\phi = 0 \Updownarrow I_s(0) = 0$ — Утверждение прямо следует из связи плотности тока с градиентом фазы.

3. $I_s(\phi) = I_s(\phi + 2\pi)$ — Изменение фазы на любом из «берегов» на 2π не меняет состояния

4. $I_s(\phi) = -I_s(-\phi)$ — Изменение знака фазы в структуре меняет знак скачка фазы и знак тока

Ток через «слабую связь»: общие свойства

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\,e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

1. $I_s = I_s(\phi)$

Скачок фазы является единственным параметром определяющим сверхтекучий ток через переход

2. $\phi = 0$ ⇕ $I_s(0) = 0$

Утверждение прямо следует

3. $I_s(\phi) = I_s(\phi + 2\pi$

4. $I_s(\phi) = -I_s(-\phi)$

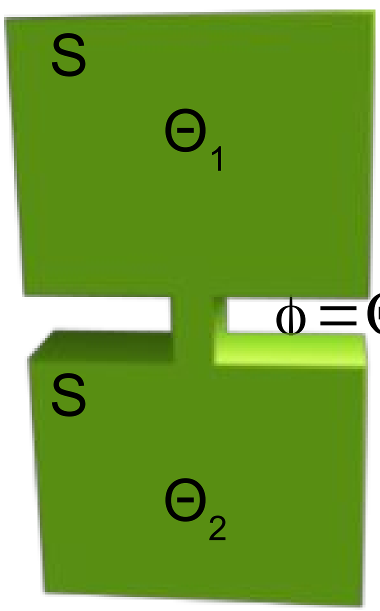
структуре меняет знак скачка фазы и знак тока

Периодическая, нечётная, проходит через ноль....

$$I_s = I_0 \sin\phi$$

Фейнмановская модель для описания туннельного тока куперовских пар.

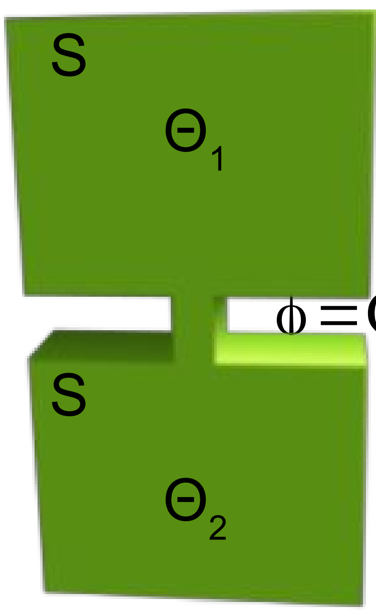
$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

Фейнмановская модель для описания туннельного тока куперовских пар.

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

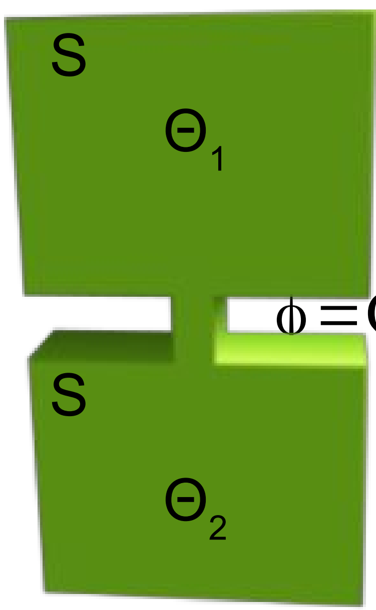
$\hat{T}$ оператор туннелирования

$$\hat{T}\Psi_1 = \hbar T \Psi_2$$
$$\hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}_0 \Psi = E\Psi = 0$$ *выбор отсчёта энергии*

Фейнмановская модель для описания туннельного тока куперовских пар.

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

$\hat{T}$ оператор туннелирования

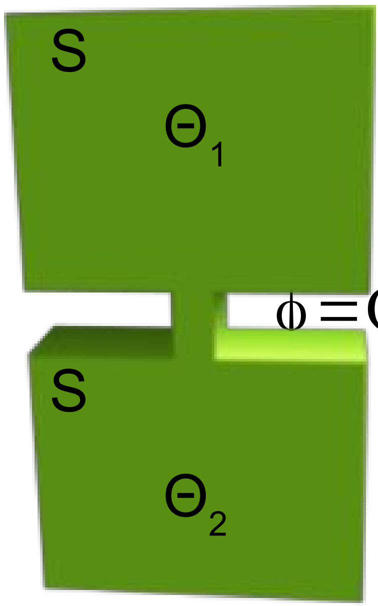
$$\hat{T}\Psi_1 = \hbar T \Psi_2$$
$$\hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}_0 \Psi = E\Psi = 0$$ *выбор отсчёта энергии*

$$i\hbar \frac{d\Psi_1}{dt} = \hat{T}\Psi_1 = \hbar T \Psi_2$$
$$i\hbar \frac{d\Psi_2}{dt} = \hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

Фейнмановская модель для описания туннельного тока куперовских пар.

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

$\hat{T}$ оператор туннелирования

$$\hat{T}\Psi_1 = \hbar T \Psi_2$$
$$\hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

$$i\hbar \frac{d\Psi}{dt} = \hat{H}_0 \Psi = E\Psi = 0$$ *выбор отсчёта энергии*

$$i\hbar \frac{d\Psi_1}{dt} = \hat{T}\Psi_1 = \hbar T \Psi_2$$
$$i\hbar \frac{d\Psi_2}{dt} = \hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

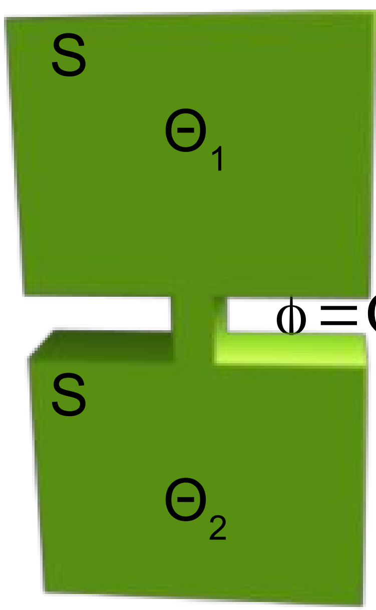
$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{n}}\frac{dn}{dt} e^{i\Theta} + i\frac{d\Theta}{dt}\sqrt{n}\, e^{i\Theta}$$

Фейнмановская мо
туннельного токо

$$i\frac{1}{2}\frac{d\,n_1}{d\,t}e^{i\Theta_1}-n_1\frac{d\,\Theta_1}{d\,t}e^{i\Theta_1}=T\sqrt{n_1 n_2}e^{i\Theta_2}$$

$$i\frac{1}{2}\frac{d\,n_2}{d\,t}e^{i\Theta_2}-n_2\frac{d\,\Theta_2}{d\,t}e^{i\Theta_2}=T\sqrt{n_1 n_2}e^{i\Theta_1}$$

$$\Psi(\vec{r})=A\sqrt{n_s}e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi=\Theta_2-\Theta_1$$

$\hat{T}$ опер

$$i\hbar\frac{d}{d}$$

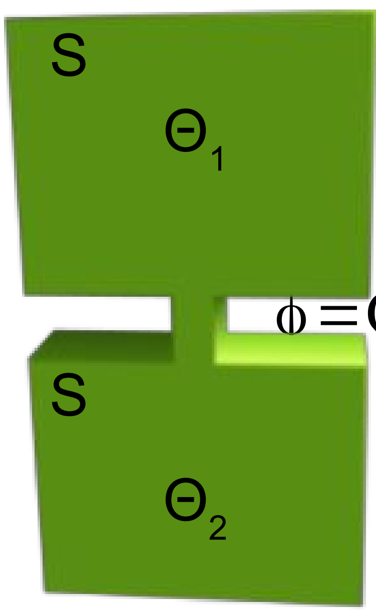
$$i\hbar\frac{d\,\Psi_1}{d\,t}=\hat{T}$$

$$i\hbar\frac{d\,\Psi_2}{d\,t}=\hat{T}\Psi_2=\hbar T\Psi_1$$

$$\frac{d\,\Psi}{d\,t}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{n}}\frac{d\,n}{d\,t}e^{i\Theta}+i\frac{d\,\Theta}{d\,t}\sqrt{n}e^{i\Theta}$$

Фейнмановская мо
туннельного токо

$$\Psi(\vec r)=A\sqrt{n_s}e^{i\Theta(\vec r)}$$



$$\phi=\Theta_2-\Theta_1$$

$\hat T$ опер

$$i\hbar\frac{d\Psi_1}{dt}=\hat T$$

$$i\hbar\frac{d\Psi_2}{dt}=\hat T\Psi_2=\hbar T\Psi_1$$

$$\frac{d\Psi}{dt}=\frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt n}\frac{dn}{dt}e^{i\Theta}+i\frac{d\Theta}{dt}\sqrt n e^{i\Theta}$$

$$i\frac{1}{2}\frac{dn_1}{dt}e^{i\Theta_1}-n_1\frac{d\Theta_1}{dt}e^{i\Theta_1}=T\sqrt{n_1n_2}e^{i\Theta_2}$$

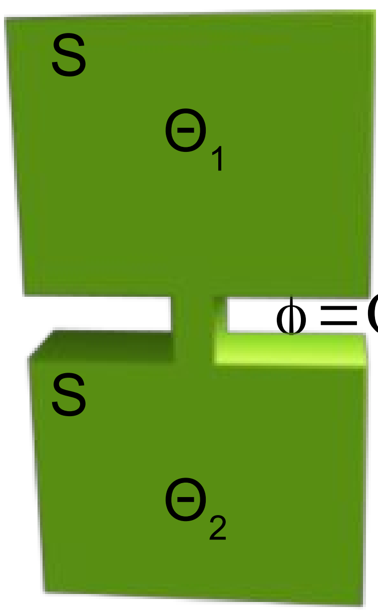
$$i\frac{1}{2}\frac{dn_2}{dt}e^{i\Theta_2}-n_2\frac{d\Theta_2}{dt}e^{i\Theta_2}=T\sqrt{n_1n_2}e^{i\Theta_1}$$

$$n_1\frac{d\Theta_1}{dt}=n_2\frac{d\Theta_2}{dt}=-T\sqrt{n_1n_2}\cos\phi$$

$$\frac{dn_1}{dt}=-\frac{dn_2}{dt}=2T\sqrt{n_1n_2}\sin\phi$$

Фейнмановская мо туннельного ток

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

$\hat{T}$ опер

$$\hat{T}$$

$$\hat{T}$$

$$i\hbar \frac{d}{d}$$

$$i\hbar \frac{d\Psi_1}{dt} = \hat{T}$$

$$i\hbar \frac{d\Psi_2}{dt} = \hat{T}\Psi_2 = \hbar T \Psi_1$$

$$\frac{d\Psi}{dt} = \frac{1}{2}\frac{1}{\sqrt{n}}\frac{dn}{dt} e^{i\Theta} + i\frac{d\Theta}{dt}\sqrt{n}\, e^{i\Theta}$$

$$i\frac{1}{2}\frac{dn_1}{dt} e^{i\Theta_1} - n_1 \frac{d\Theta_1}{dt} e^{i\Theta_1} = T\sqrt{n_1 n_2}\, e^{i\Theta_2}$$

$$i\frac{1}{2}\frac{dn_2}{dt} e^{i\Theta_2} - n_2 \frac{d\Theta_2}{dt} e^{i\Theta_2} = T\sqrt{n_1 n_2}\, e^{i\Theta_1}$$

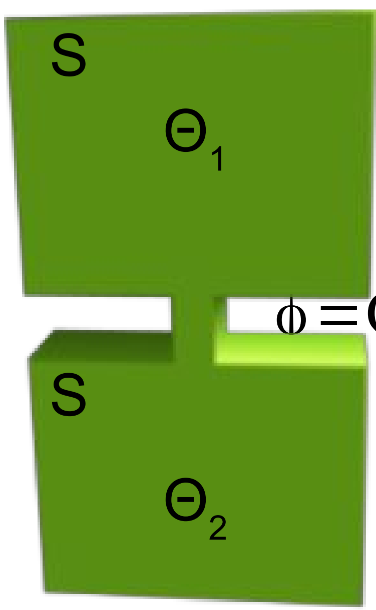
$$n_1 \frac{d\Theta_1}{dt} = n_2 \frac{d\Theta_2}{dt} = -T\sqrt{n_1 n_2}\cos\phi$$

$$\frac{dn_1}{dt} = -\frac{dn_2}{dt} = 2T\sqrt{n_1 n_2}\sin\phi$$

$$\boxed{I_s = I_0 \sin\phi}$$

Стационарный эффект Джозефсона.

$$\Psi(\vec{r}) = A\sqrt{n_s}\, e^{i\Theta(\vec{r})}$$



$$\phi = \Theta_2 - \Theta_1$$

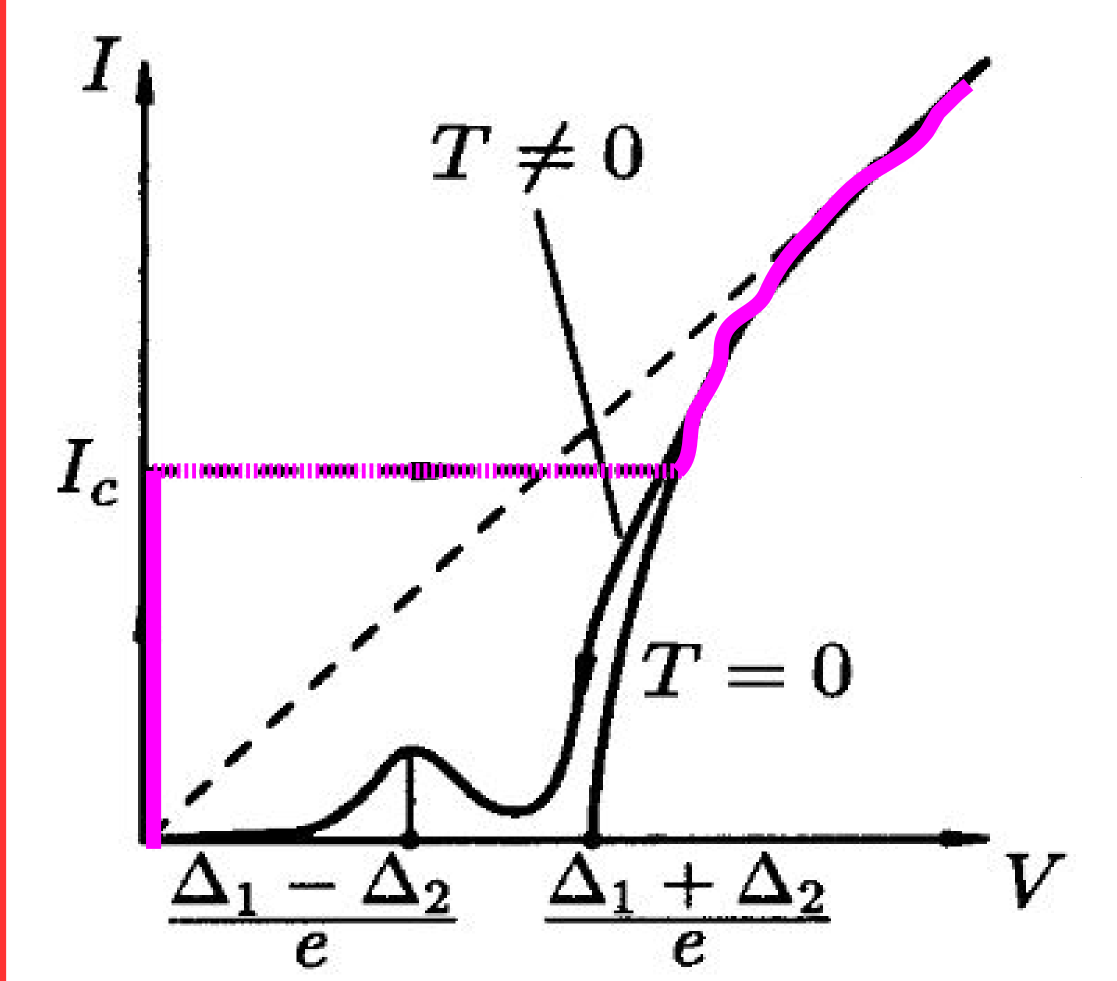
$$I_s = I_0 \sin\phi$$

для симметричной SIS-структуры $I_0 = \dfrac{\pi\Delta}{2eR}$

скачок фазы подстраивается под задаваемый источником ток

максимальный бездиссипативный ток I_0

ВАХ SIS-перехода с учётом эффекта Джозефсона.

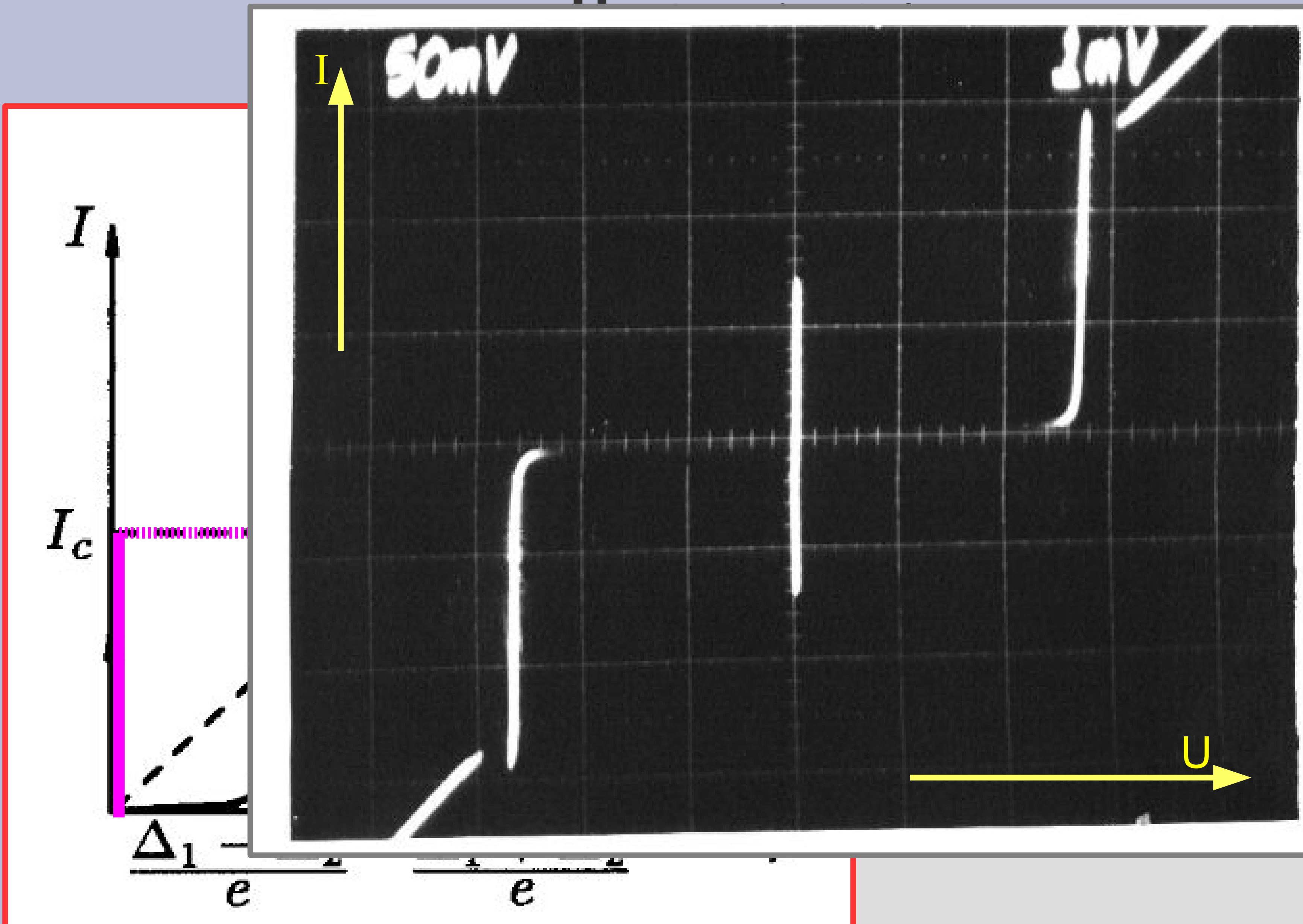


Две постановки эксперимента:
1) Режим фиксированного тока
2) Режим фиксированного напряжения

Соотношение между джозефсоновским и квазичастичным токами зависит от геометрии контакта

Схема вольт-амперной характеристики туннельного SIS-перехода при нулевой температуре и при конечной температуре. Сплошная линия: с учётом только туннелирования электронов. Пунктирная «ступенька» - с учётом эффекта Джозефсона (туннелирования куперовских пар). Из книги Шмидта

ВАХ SIS-перехода с учётом эффекта



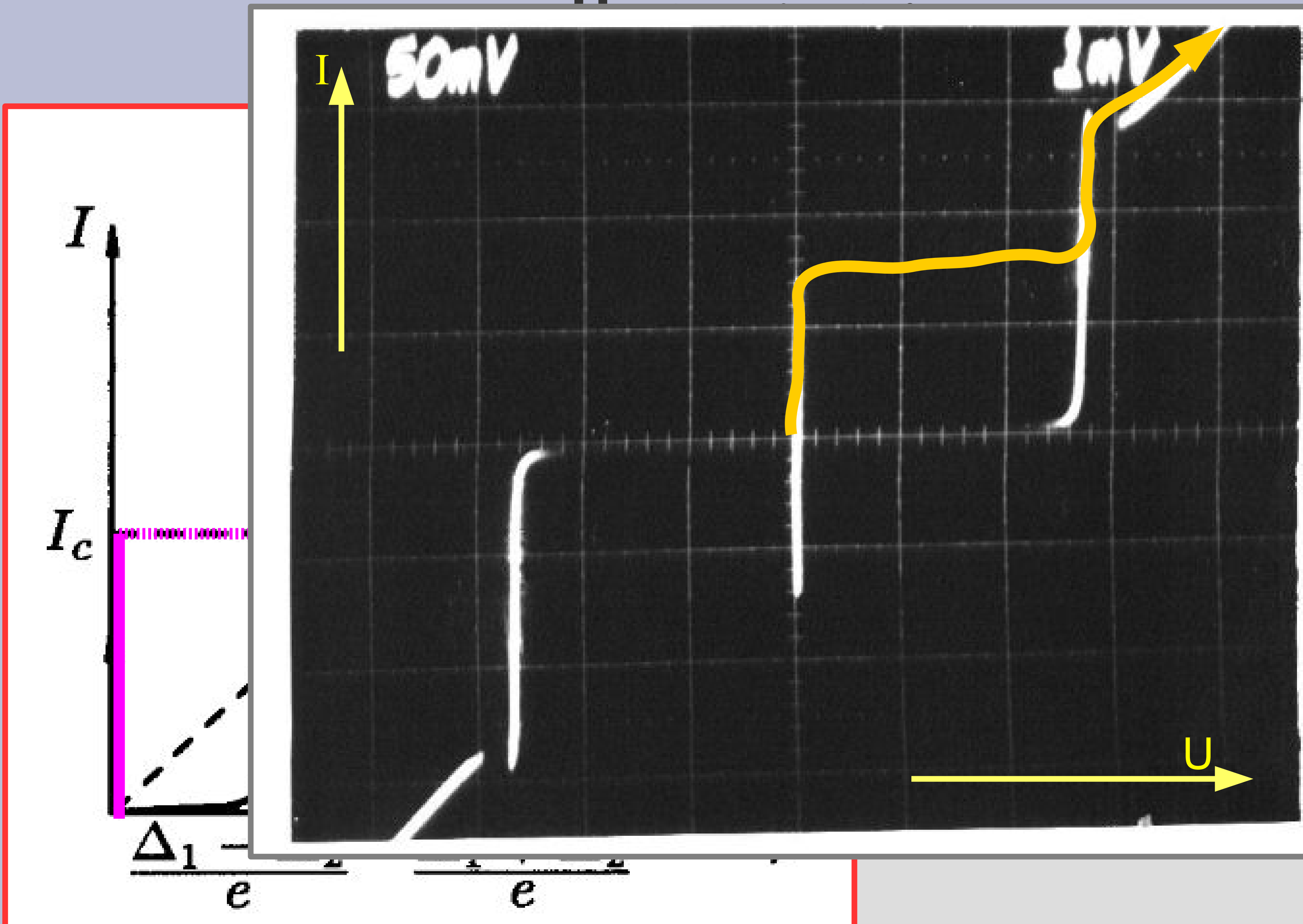
нного

нного

ами
и

Схема вольт-амперной характеристики туннельного SIS-перехода при нулевой температуре и при конечной температуре. Сплошная линия: с учётом только туннелирования электронов. Пунктирная «ступенька» - с учётом эффекта Джозефсона (туннелирования куперовских пар). Из книги Шмидта

ВАХ SIS-перехода с учётом эффекта



нного

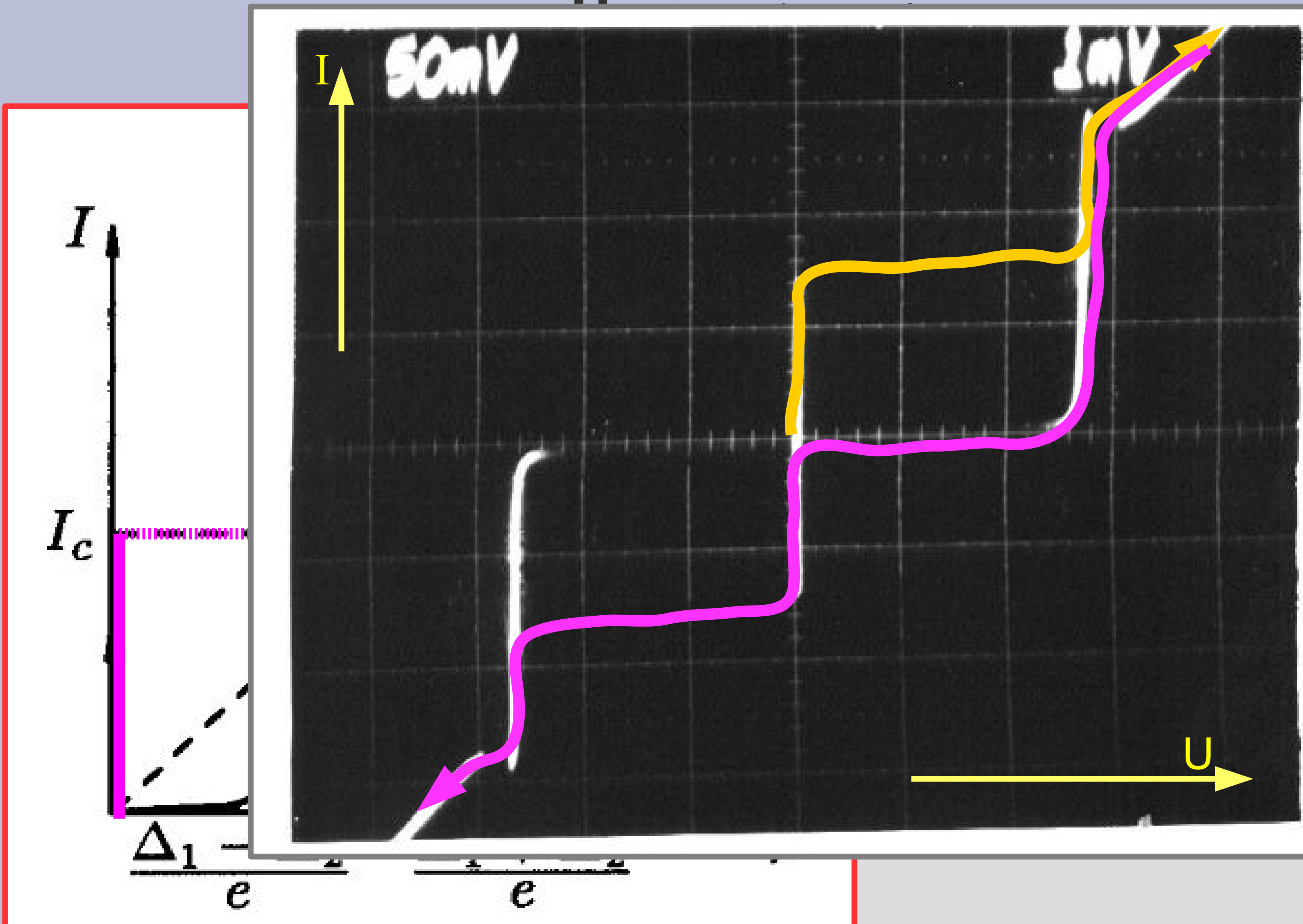
нного

ами

и

Схема вольт-амперной характеристики туннельного SIS-перехода при нулевой температуре и при конечной температуре. Сплошная линия: с учётом только туннелирования электронов. Пунктирная «ступенька» - с учётом эффекта Джозефсона (туннелирования куперовских пар). Из книги Шмидта

ВАХ SIS-перехода с учётом эффекта Д



анного

анного

у

ами

и

Схема вольт-амперной характеристики туннельного SIS-перехода при нулевой температуре и при конечной температуре. Сплошная линия: с учётом только туннелирования электронов. Пунктирная «ступенька» - с учётом эффекта Джозефсона (туннелирования куперовских пар). Из книги Шмидта

Часть 6. Джозефсоновские контакты в магнитном поле. СКВИД.

СКВИД:Сверхпроводящий Квантовый Интерферометр (SQUID: Superconducting QUantum Interference Device)

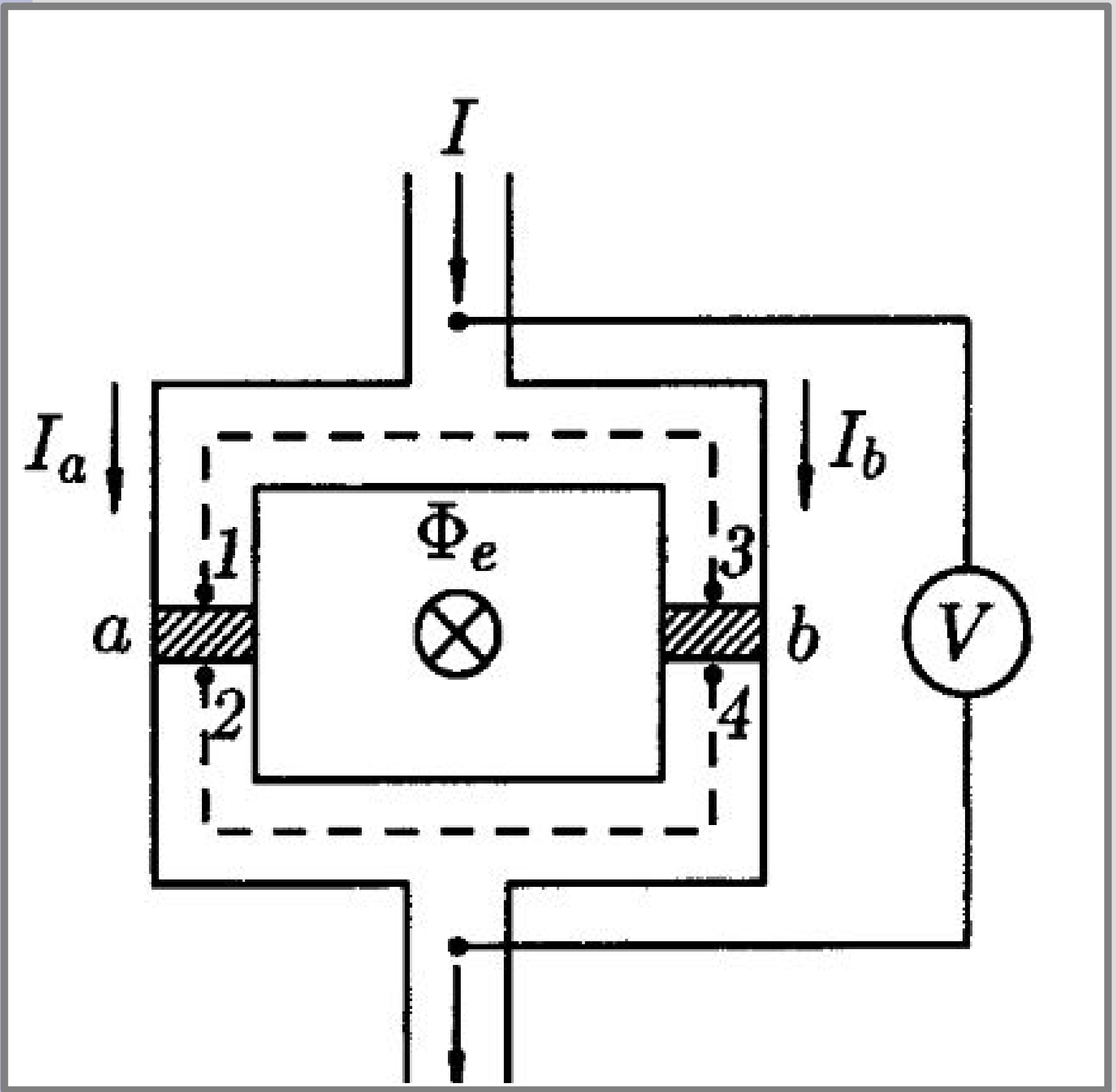


Схема устройства ПТ-СКВИДа. Из книги Шмидта

$$\hbar \vec{\nabla} \Theta = 2m\vec{V}_s - \frac{2e}{c}\vec{A}$$

СКВИД:Сверхпроводящий Квантовый Интерферометр (SQUID: Superconducting QUantum Interference Device)

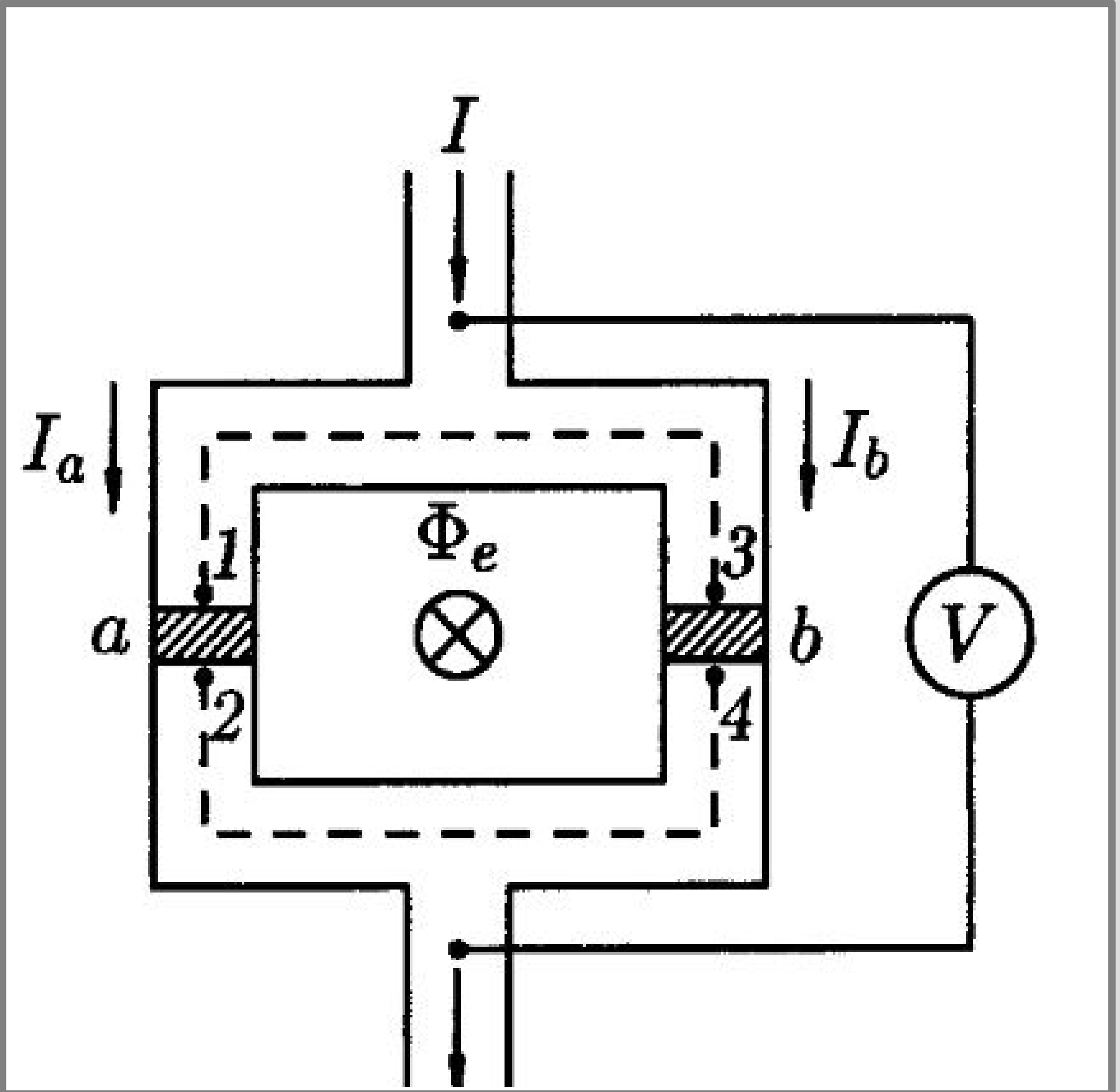


Схема устройства ПТ-СКВИДа. Из книги Шмидта

$$\hbar \vec{\nabla} \Theta = 2m\vec{V}_s - \frac{2e}{c}\vec{A}$$

$$\hbar\left(\Theta_3 - \Theta_1\right) = -\frac{2e}{c}\int_1^3 \vec{A}\,d\,\vec{l}$$

$$\hbar\left(\Theta_2 - \Theta_4\right) = -\frac{2e}{c}\int_4^2 \vec{A}\,d\,\vec{l}$$

СКВИД:Сверхпроводящий Квантовый Интерферометр (SQUID: Superconducting QUantum Interference Device)

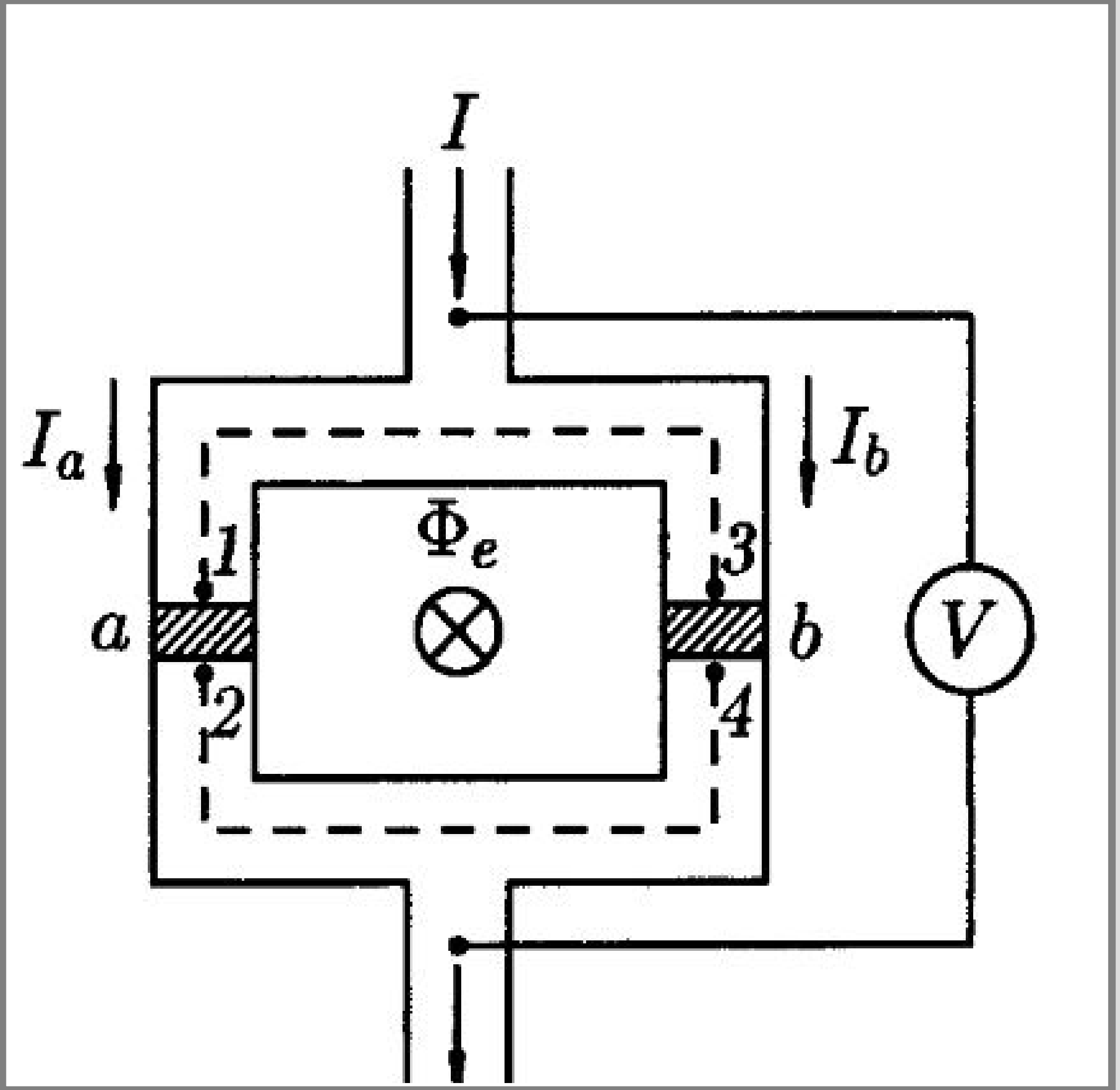


Схема устройства ПТ-СКВИДа. Из книги Шмидта

$$\hbar \vec{\nabla} \Theta = 2m\vec{V}_s - \frac{2e}{c}\vec{A}$$

$$\hbar\left(\Theta_3 - \Theta_1\right) = -\frac{2e}{c}\int_1^3 \vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\hbar\left(\Theta_2 - \Theta_4\right) = -\frac{2e}{c}\int_4^2 \vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\left(\phi_a - \phi_b\right) = \frac{2e}{\hbar c}\oint \vec{A}\,d\vec{l} = 2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

$$I = I_a + I_b = I_0\left(\sin\phi_a + \sin\phi_b\right)$$

СКВИД:Сверхпроводящий Квантовый Интерферометр (SQUID: Superconducting QUantum Interference Device)

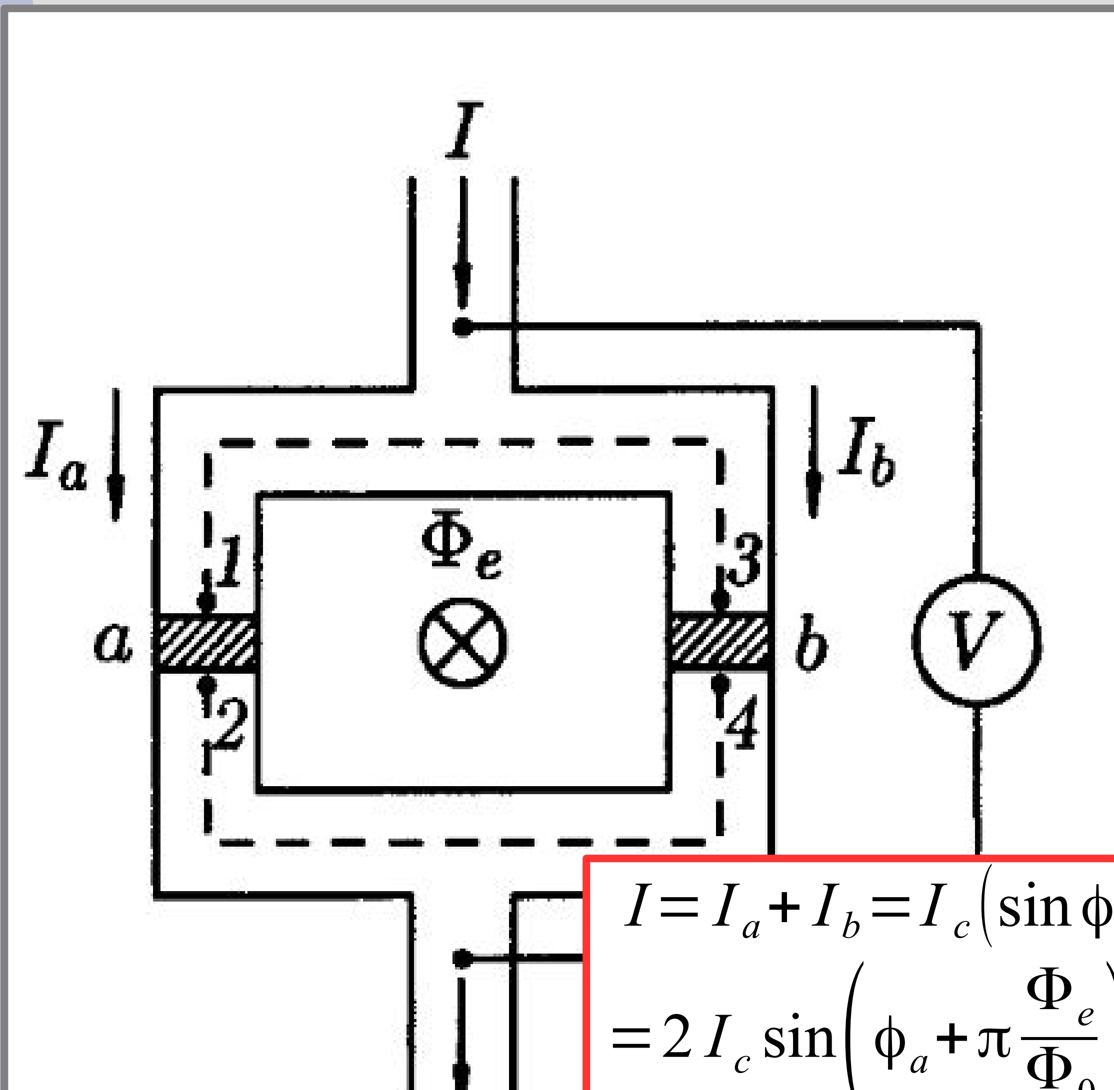


Схема устройства ПТ-СКВИДа. Из книги Шмид

$$\hbar\vec{\nabla}\Theta=2m\vec{V}_s-\frac{2e}{c}\vec{A}$$

$$\hbar\left(\Theta_3-\Theta_1\right)=-\frac{2e}{c}\int_1^3\vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\hbar\left(\Theta_2-\Theta_4\right)=-\frac{2e}{c}\int_4^2\vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\left(\phi_a-\phi_b\right)=\frac{2e}{\hbar c}\oint\vec{A}\,d\vec{l}=2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

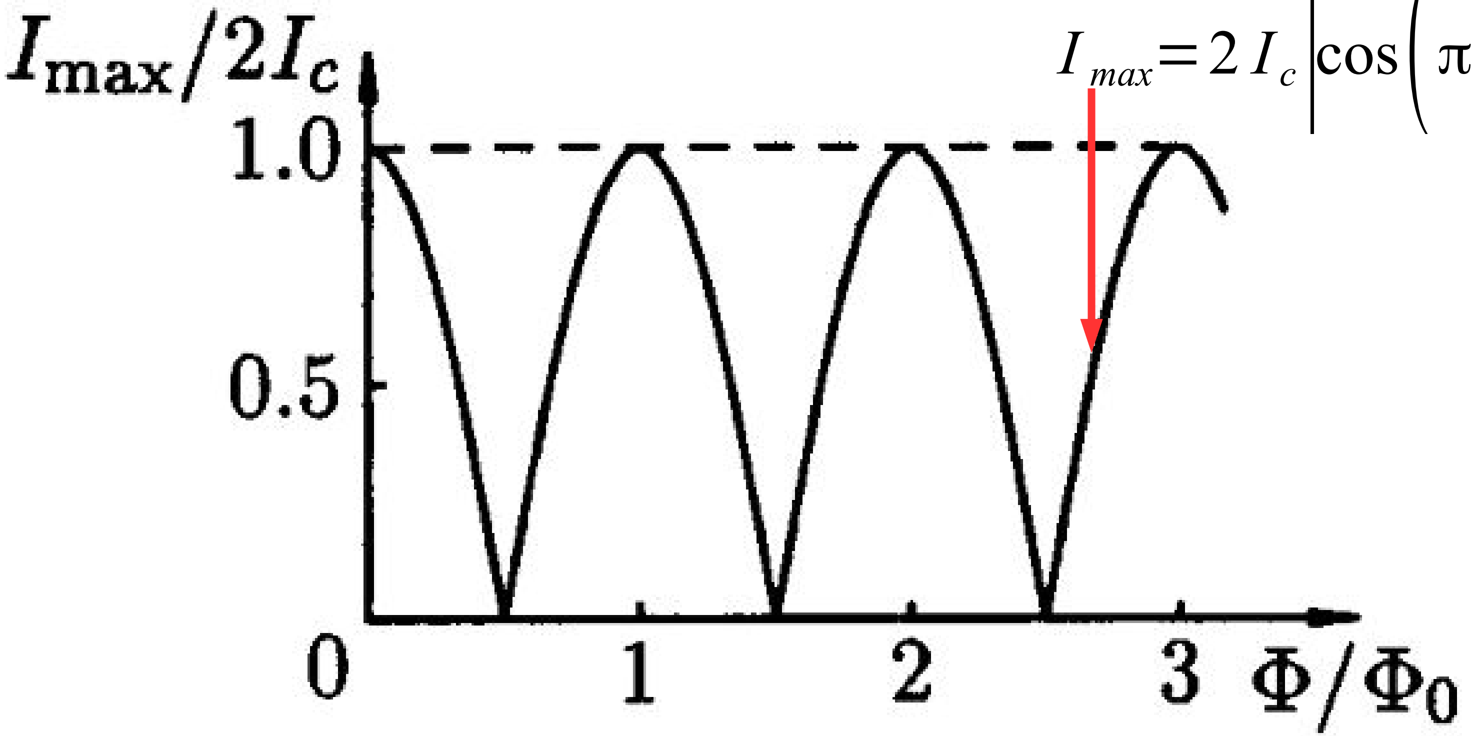
$$I=I_a+I_b=I_0\left(\sin\phi_a+\sin\phi_b\right)$$

$$I=I_a+I_b=I_c\left(\sin\phi_a+\sin\phi_b\right)=$$

$$=2I_c\sin\left(\phi_a+\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right)\cos\left(\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right)$$

СКВИД:Сверхпроводящий Квантовый ... ting

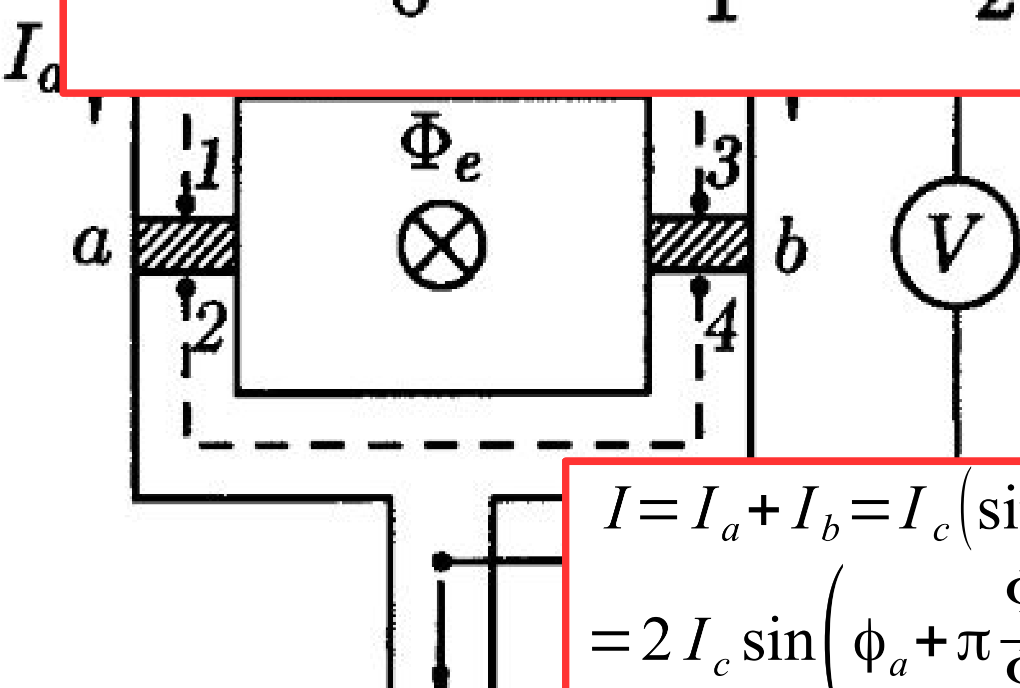
$$I_{max}=2I_c\left|\cos\left(\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right)\right|$$



$$\vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\vec{A}\,d\vec{l}$$

$$\hbar(\Theta_2-\Theta_4)=-\frac{\ }{c}\int_4 \vec{A}\,d\vec{l}$$



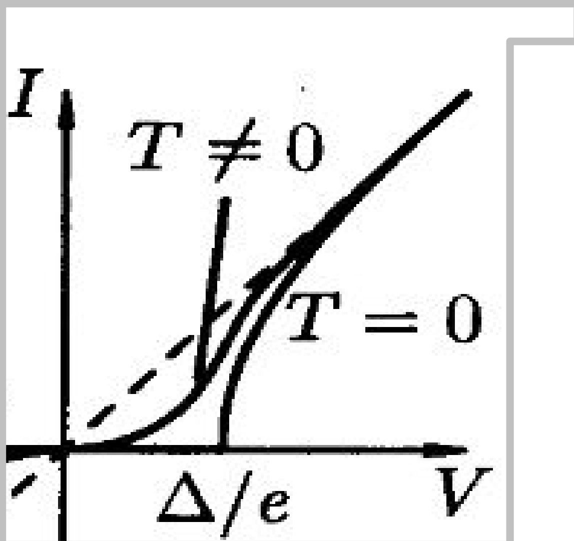
$$(\phi_a-\phi_b)=\frac{2e}{\hbar c}\oint \vec{A}\,d\vec{l}=2\pi\frac{\Phi}{\Phi_0}$$

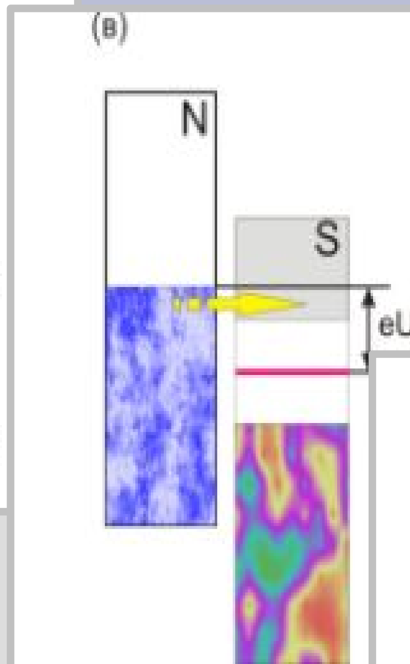
$$I=I_a+I_b=I_0(\sin\phi_a+\sin\phi_b)$$

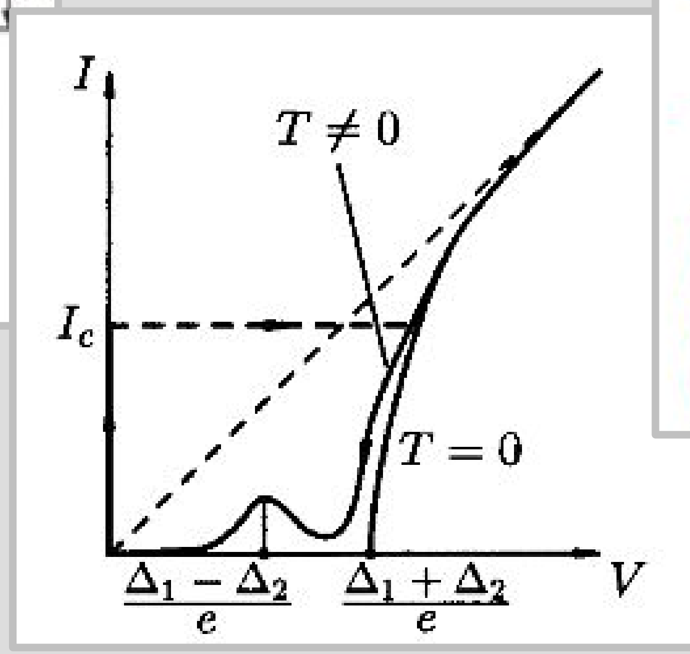
$$I=I_a+I_b=I_c(\sin\phi_a+\sin\phi_b)=$$
$$=2I_c\sin\left(\phi_a+\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right)\cos\left(\pi\frac{\Phi_e}{\Phi_0}\right)$$

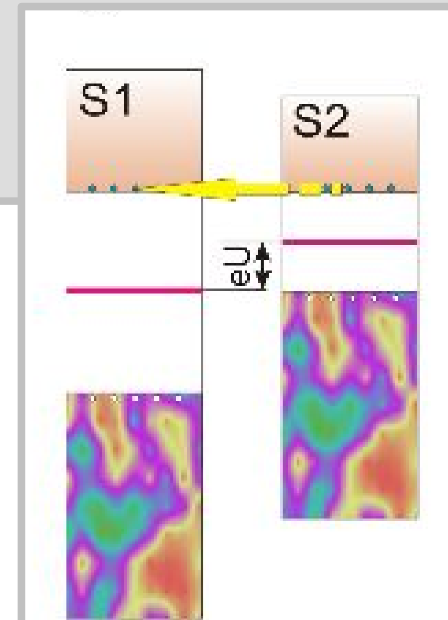
Схема устройства ПТ-СКВИДа. Из книги Шмид

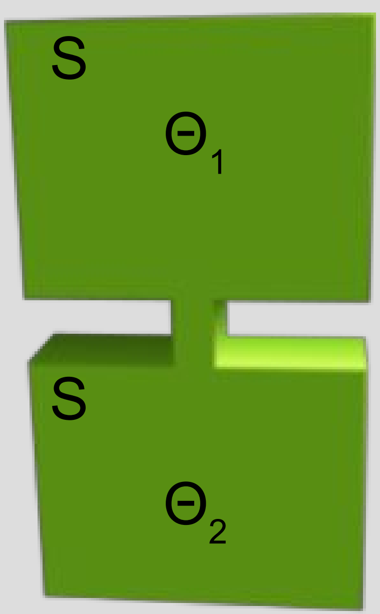
Главное на этой лекции











$$I_s = I_0 \sin\phi$$