

# Квантовая макрофизика.

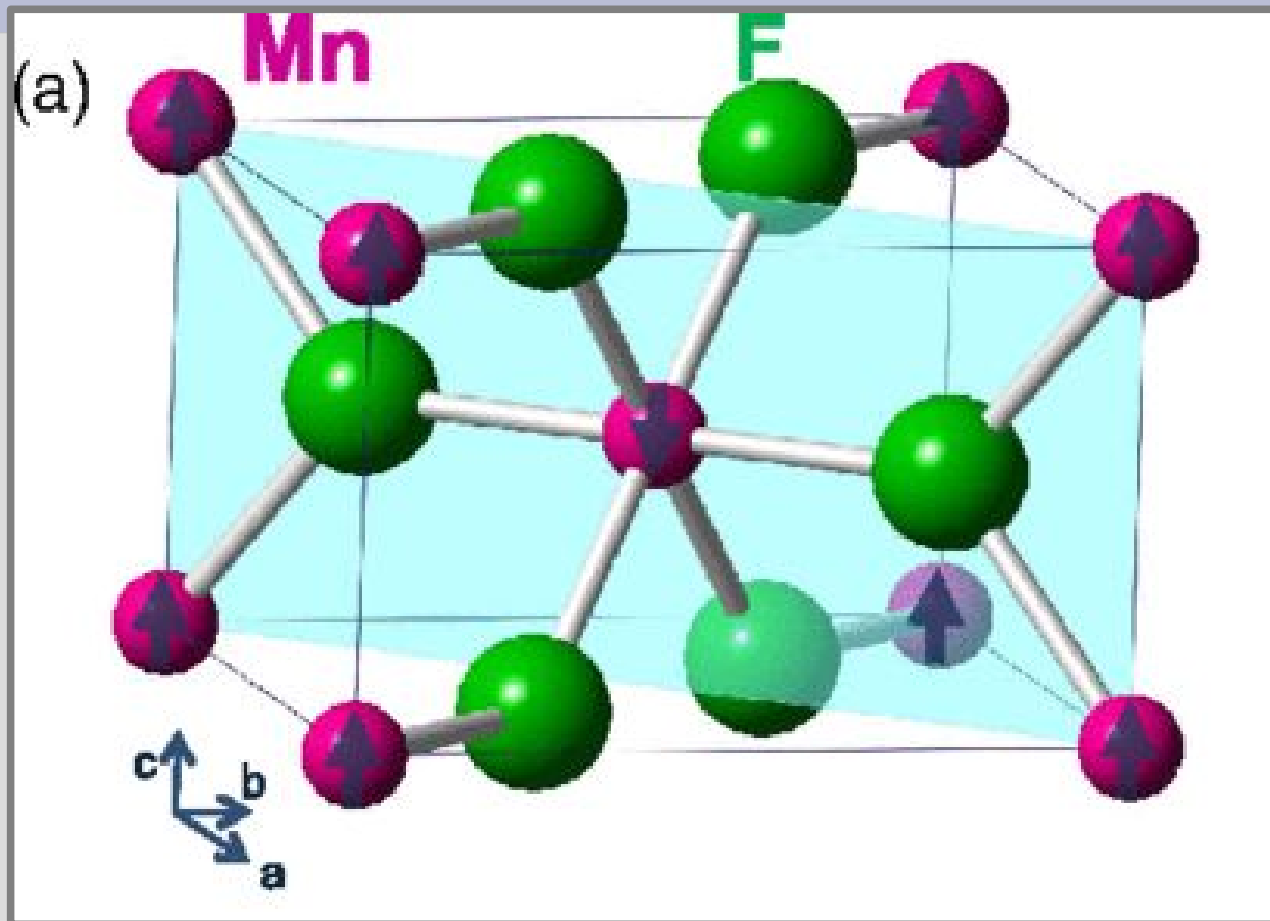
## Лекция 13: Физика магнетиков. Краткий курс.

# Часть 1: О чём и зачем речь?



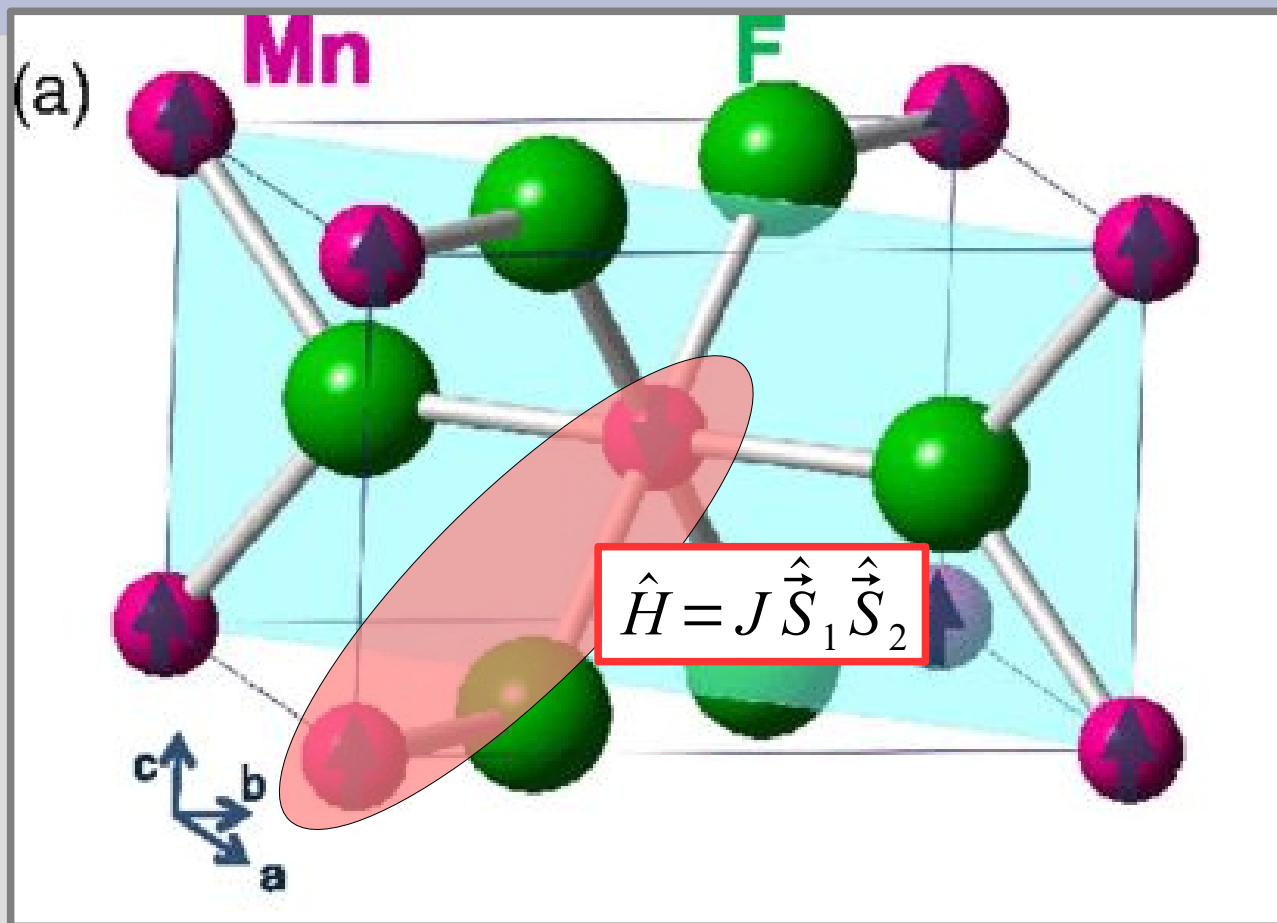
[https://www.tripadvisor.com/LocationPhotoDirectLink-g190746-d188689-i146338610-West\\_Somerset\\_Railway-Minehead\\_Somerset\\_England.html](https://www.tripadvisor.com/LocationPhotoDirectLink-g190746-d188689-i146338610-West_Somerset_Railway-Minehead_Somerset_England.html)

# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке



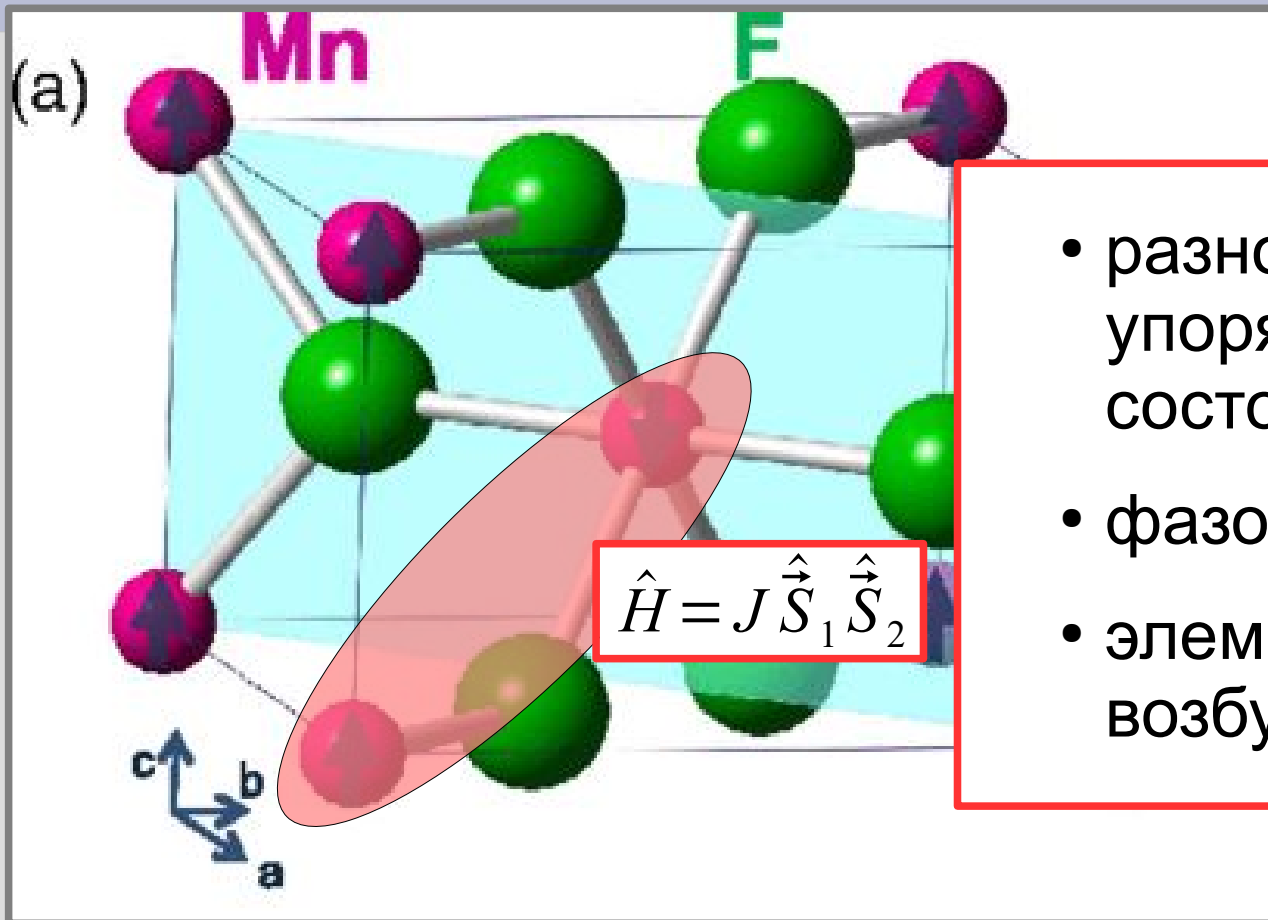
Antiferromagnetic Spin Seebeck Effect, Stephen M. Wu, Wei Zhang, Amit KC, Pavel Borisov, John E. Pearson, J. Samuel Jiang, David Lederman, Axel Hoffmann, and Anand Bhattacharya Phys. Rev. Lett. 116, 097204

# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке



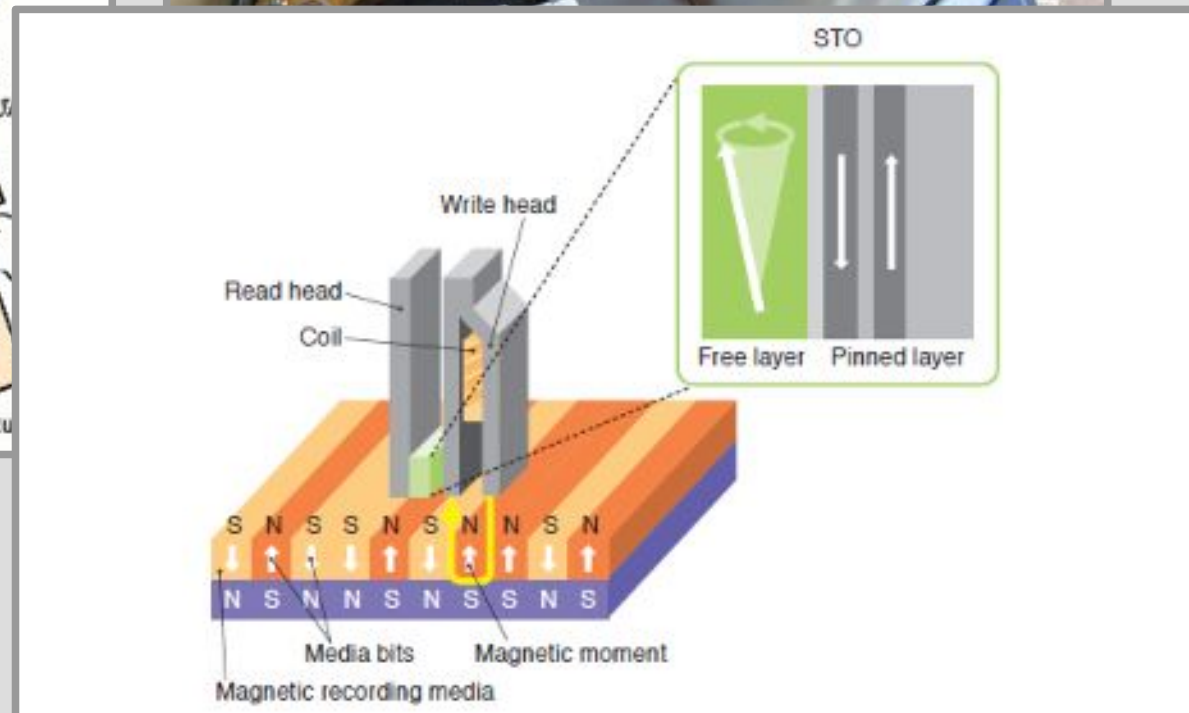
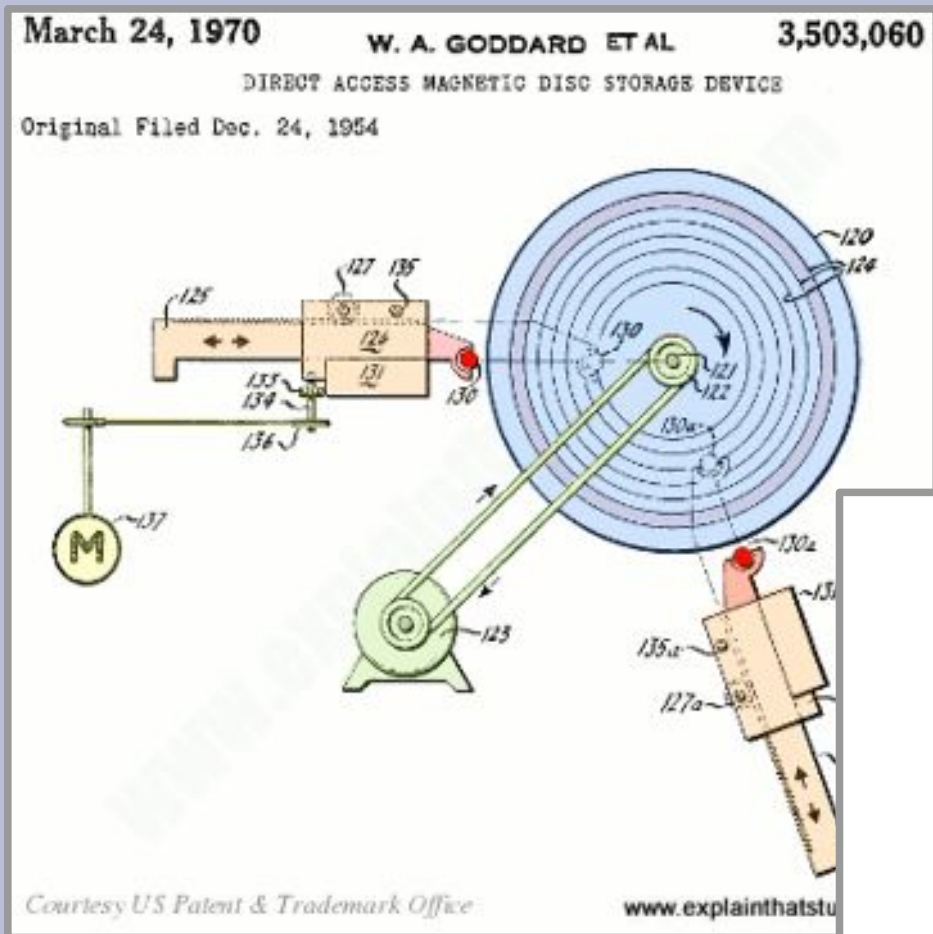
Antiferromagnetic Spin Seebeck Effect, Stephen M. Wu, Wei Zhang, Amit KC, Pavel Borisov, John E. Pearson, J. Samuel Jiang, David Lederman, Axel Hoffmann, and Anand Bhattacharya Phys. Rev. Lett. 116, 097204

# «Игровая задача»: взаимодействующие спины на решётке



- разнообразные упорядоченные состояния
- фазовые переходы
- элементарные возбуждения

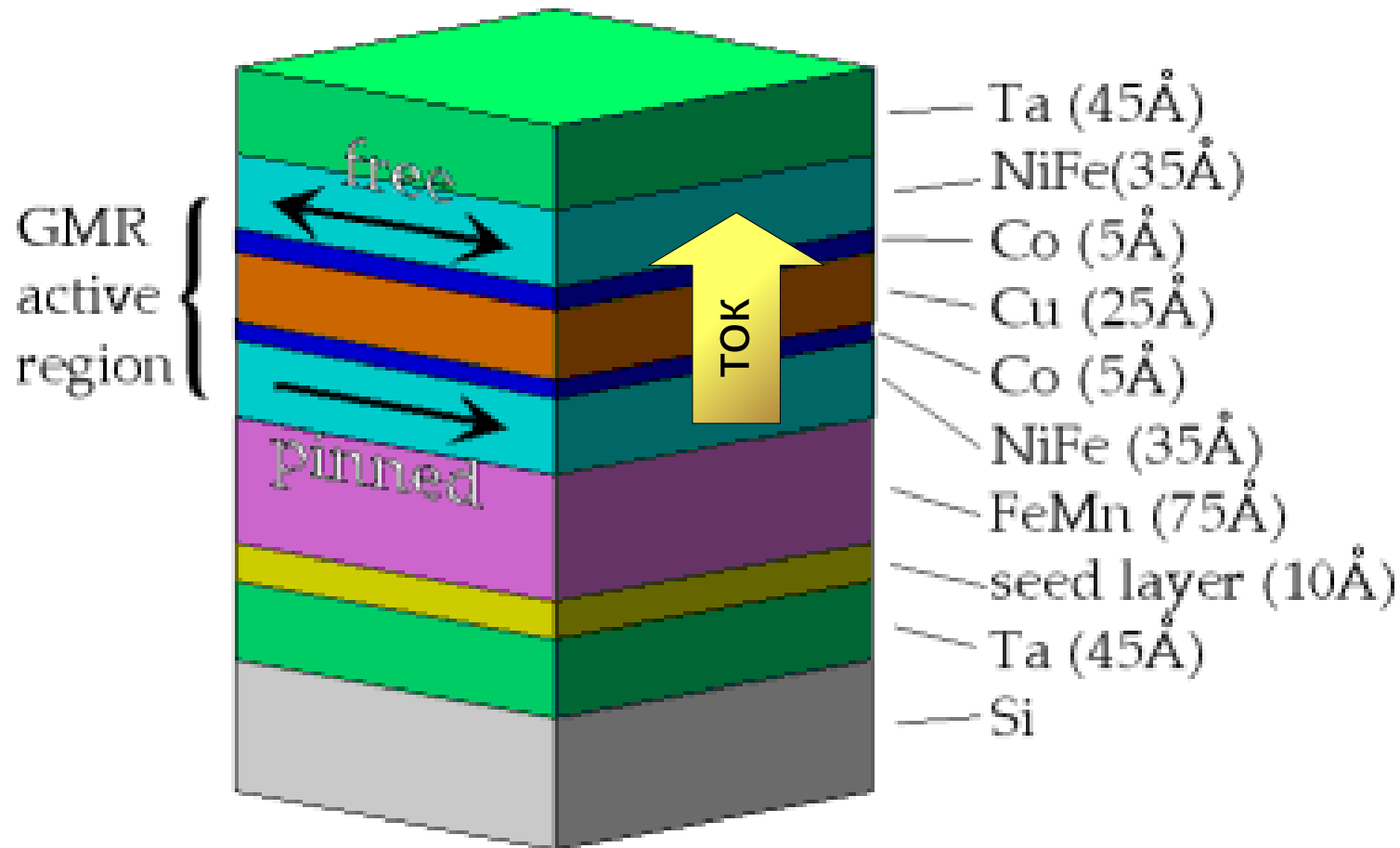
# Возможные применения: HDD



<https://www.explainthatstuff.com/harddrive.html>

[https://www.toshiba.co.jp/rdc/rd/fields/12\\_e08\\_e.htm](https://www.toshiba.co.jp/rdc/rd/fields/12_e08_e.htm)

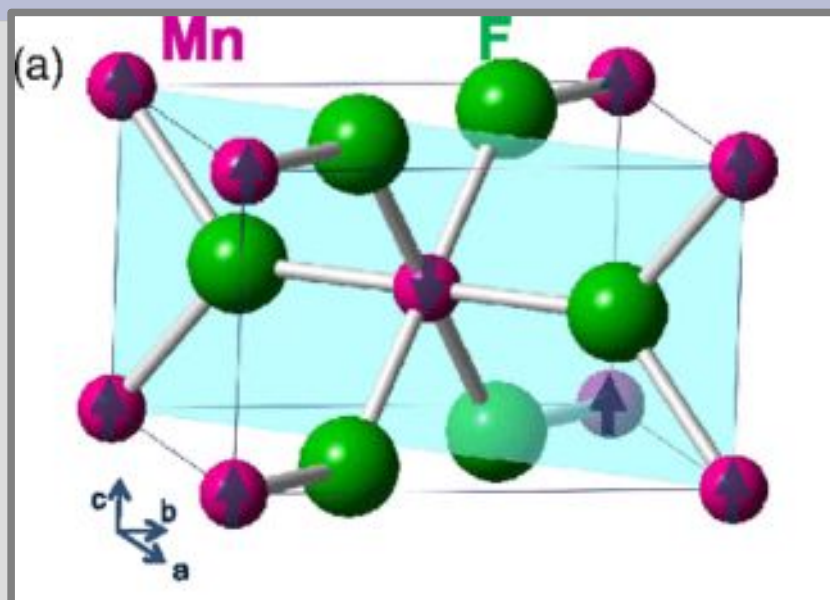
# Возможные применения: Spin Valve



## Часть 2. Классификация магнетиков

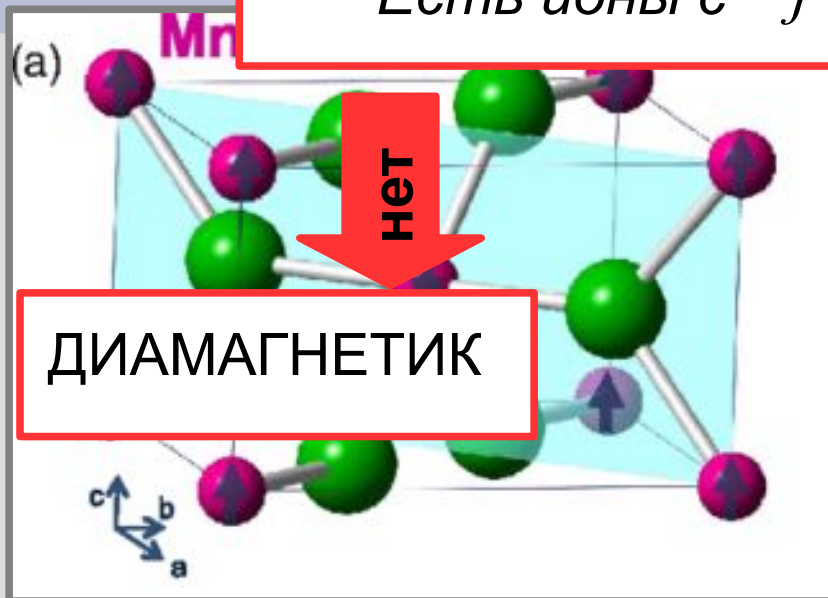


# Магнитные свойства кристаллов



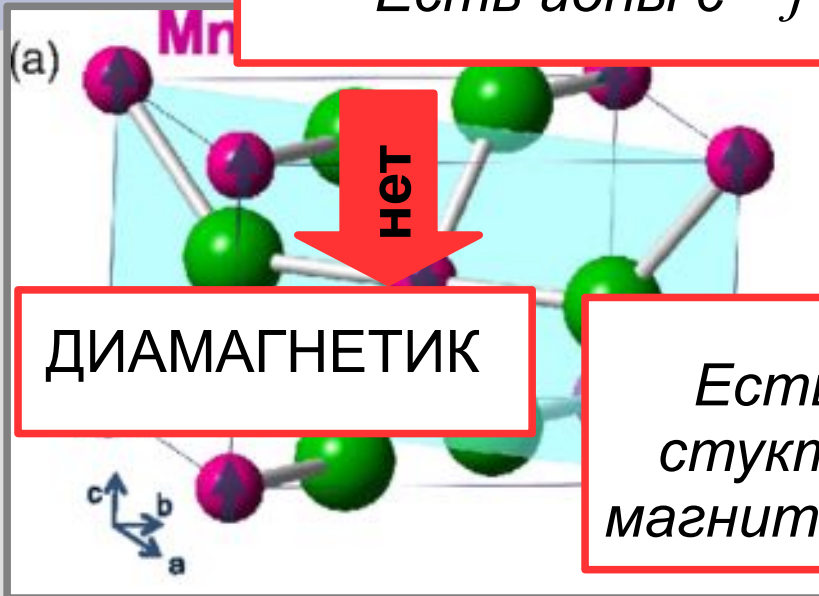
# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?

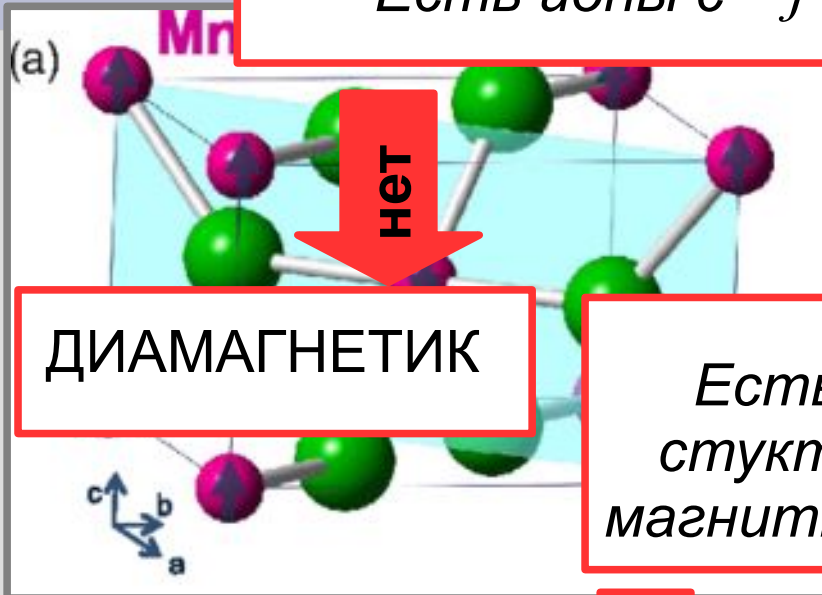


ДИАМАГНТИК

Есть регулярная  
структура атомных  
магнитных моментов?

# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



ДИАМАГНЕТИК

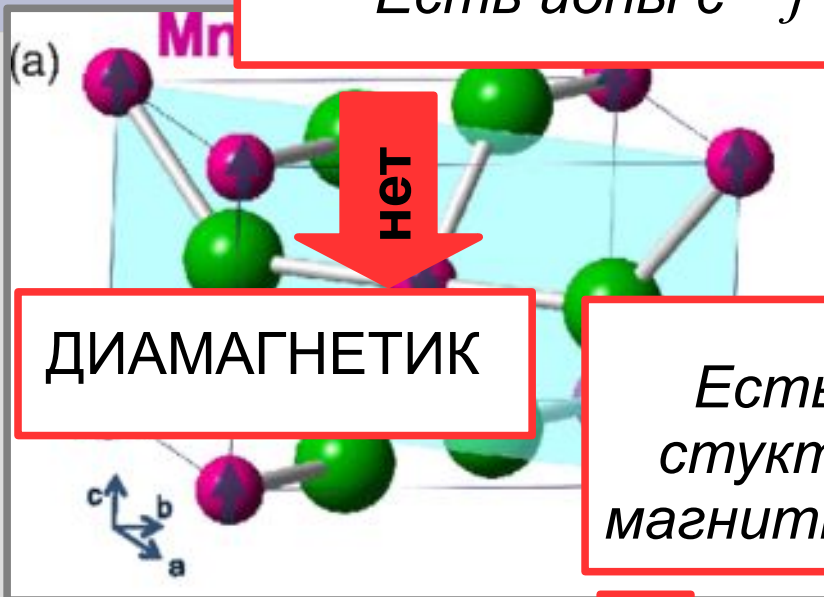
Есть регулярная структура атомных магнитных моментов?

нет

ПАРАМАГНЕТИК

# Магнитные свойства кристаллов

Есть ионы с  $j \neq 0$  ?



ДИАМАГНЕТИК

Есть регулярная структура атомных магнитных моментов?

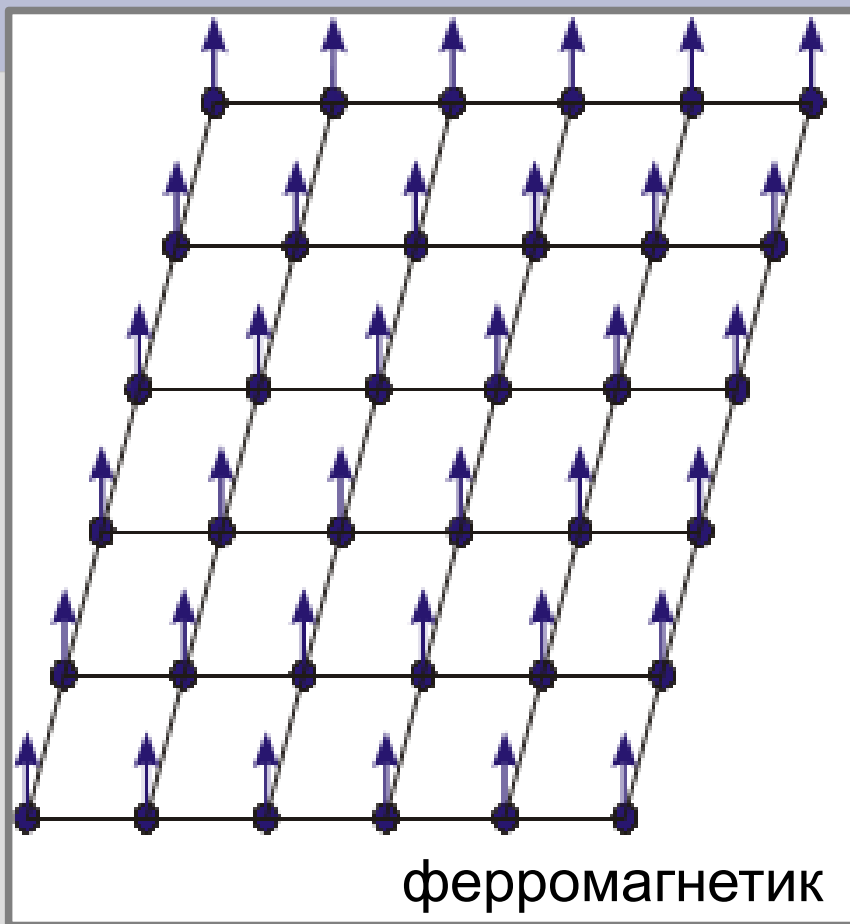
нет

ПАРАМАГНЕТИК

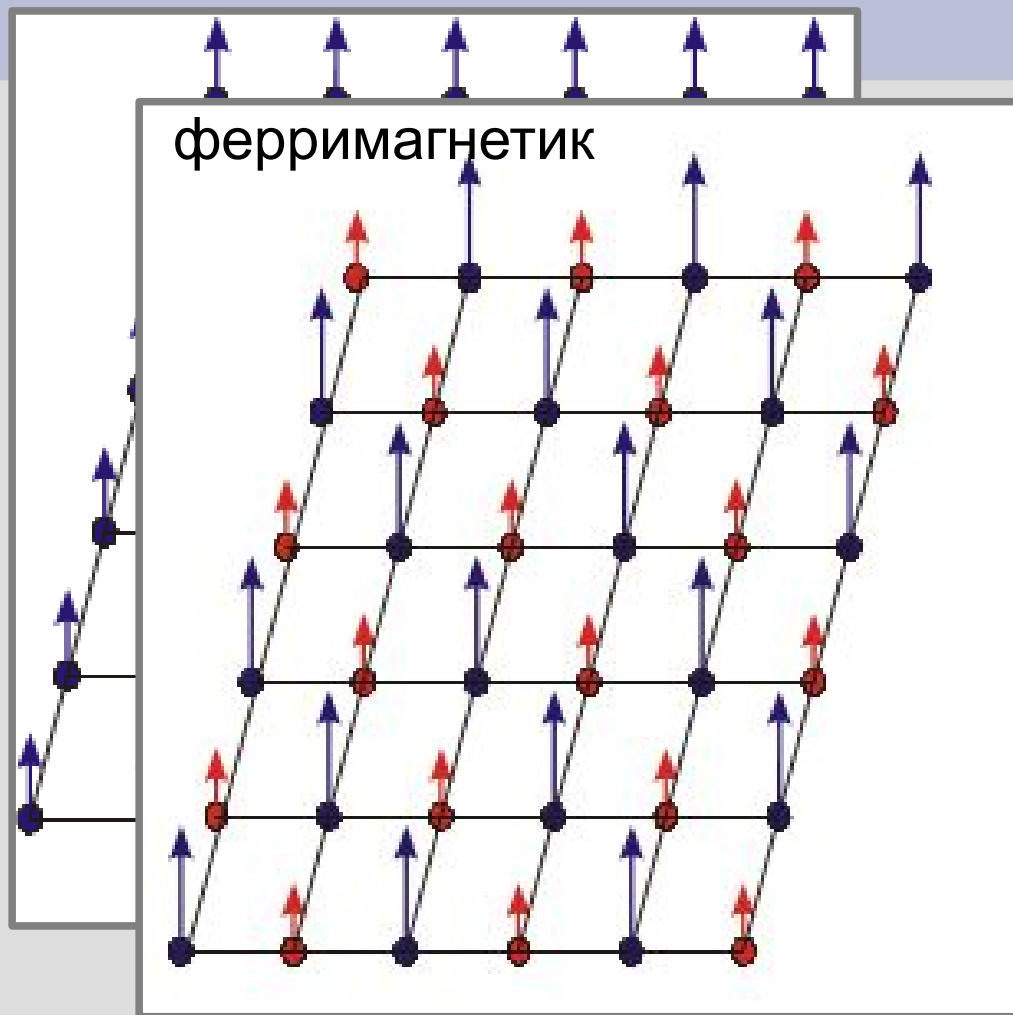
да

ФЕРРО-, ФЕРРИ-,  
АНТИФЕРРО-

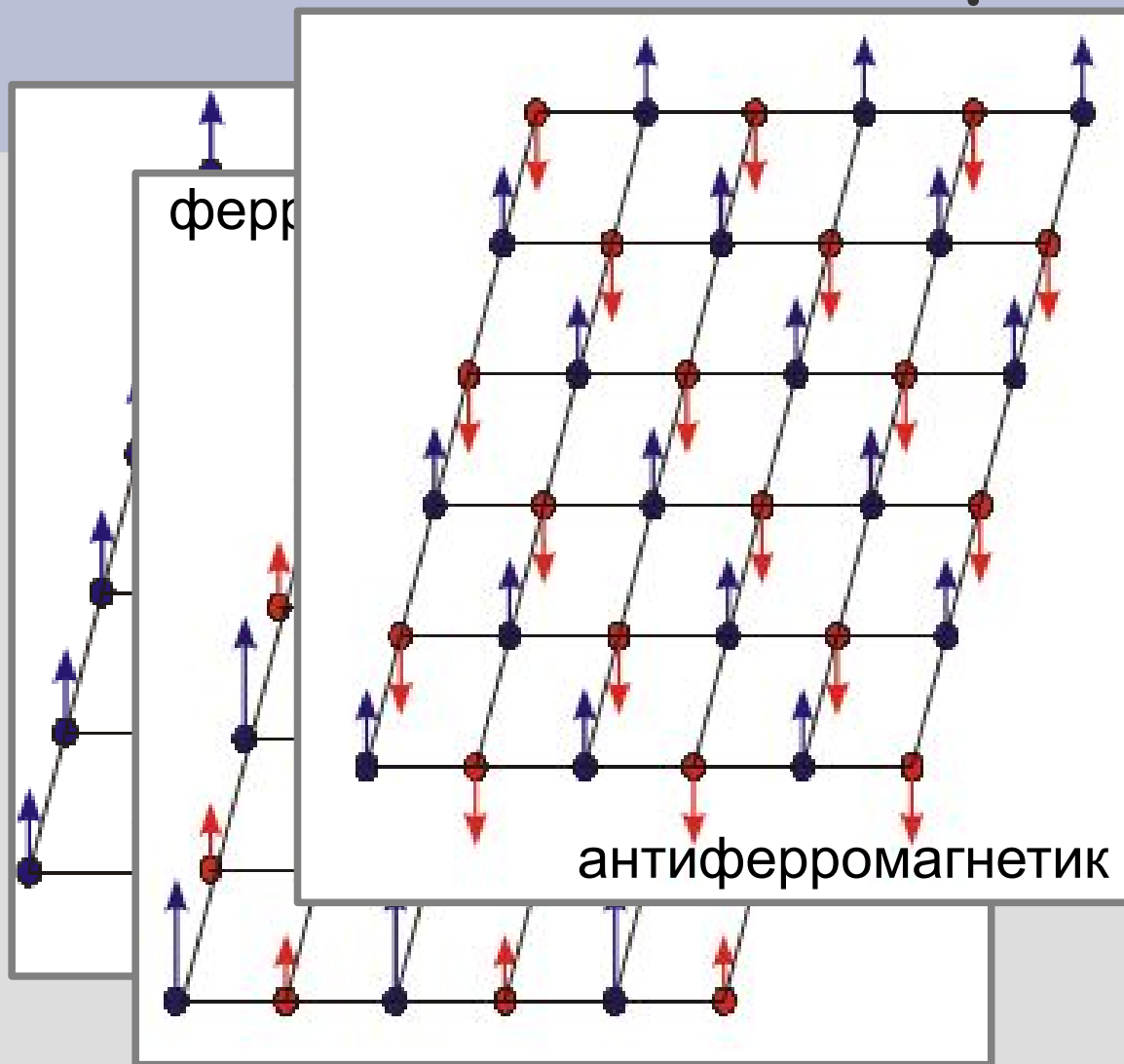
# Виды магнитного порядка



# Виды магнитного порядка

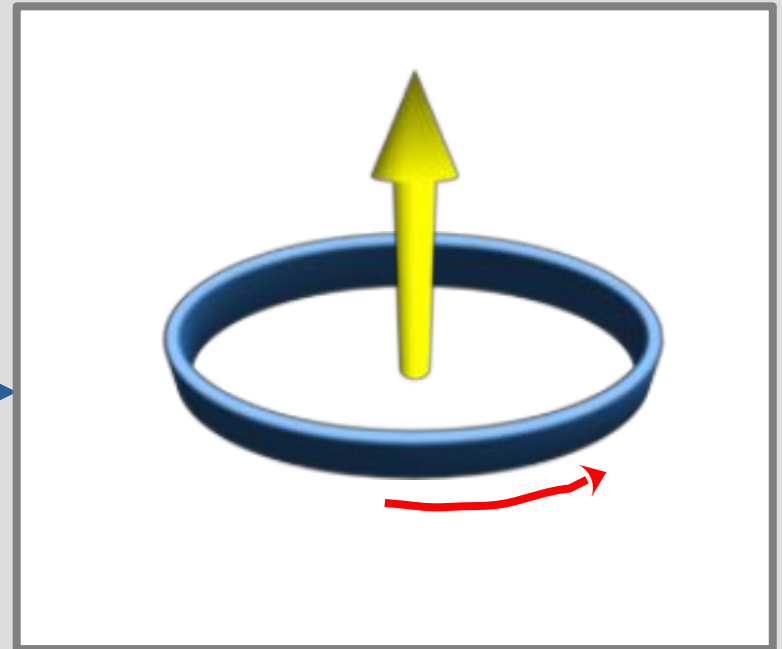
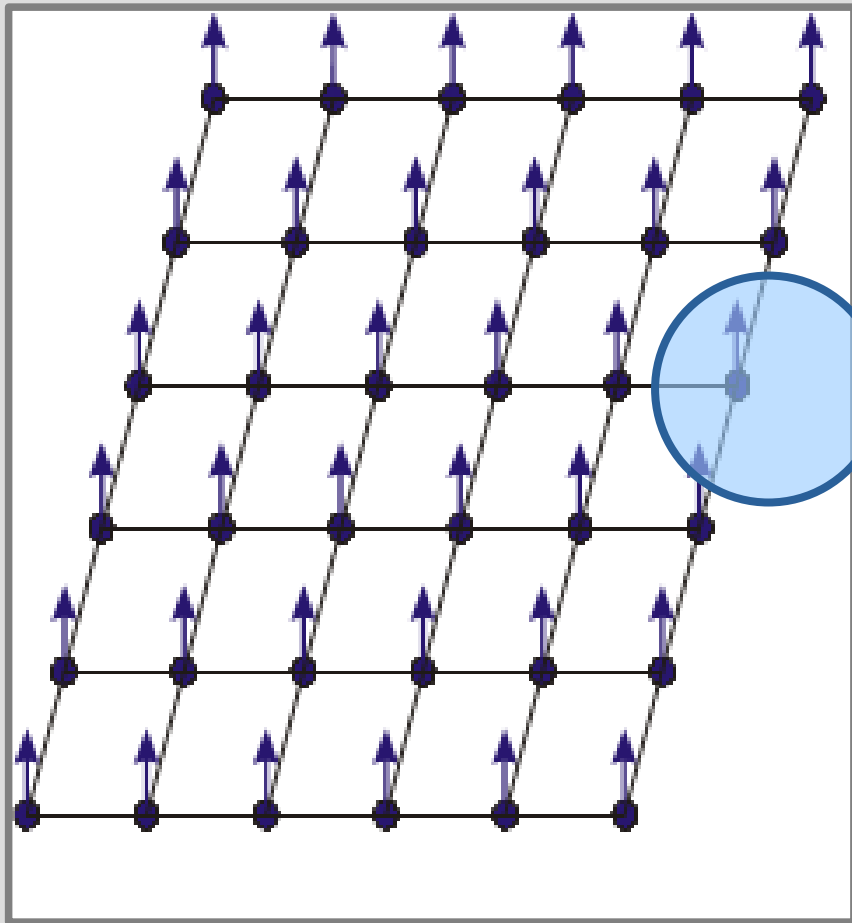


# Виды магнитного порядка



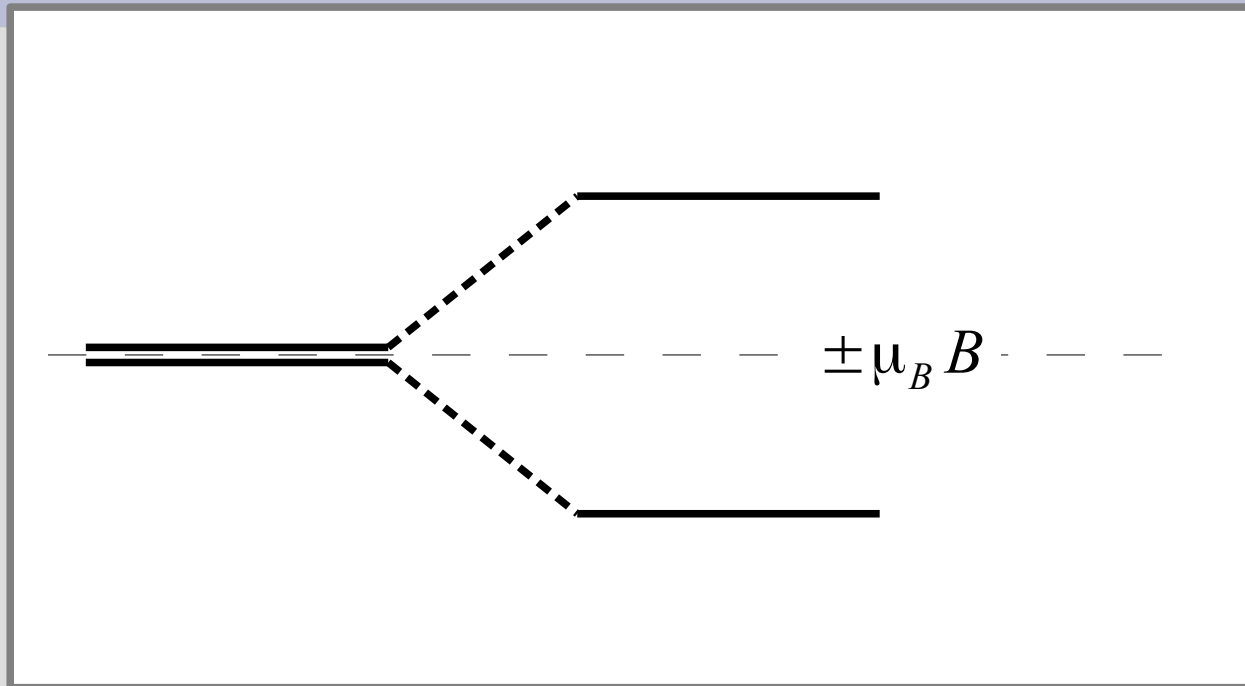


# Изменение симметрии при магнитном упорядочении: $t \leftrightarrow -t$

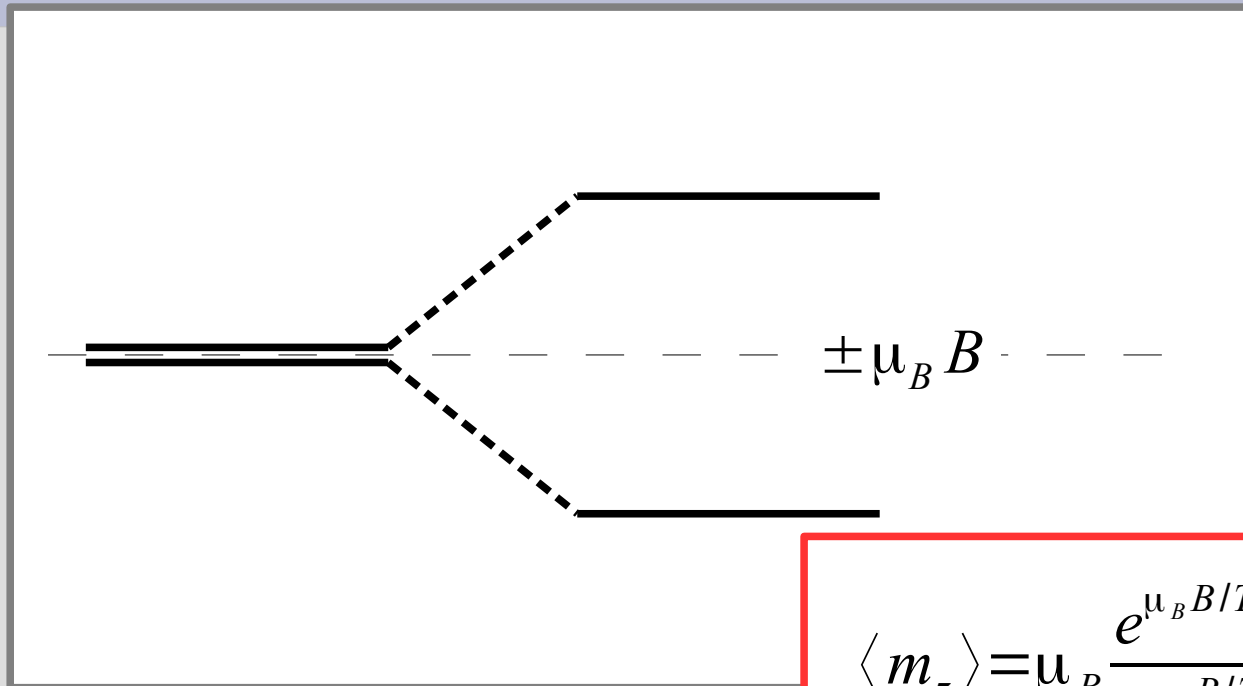


## Часть 3. Модель молекулярного поля.

# Закон Кюри для парамагнетика с $S=1/2$



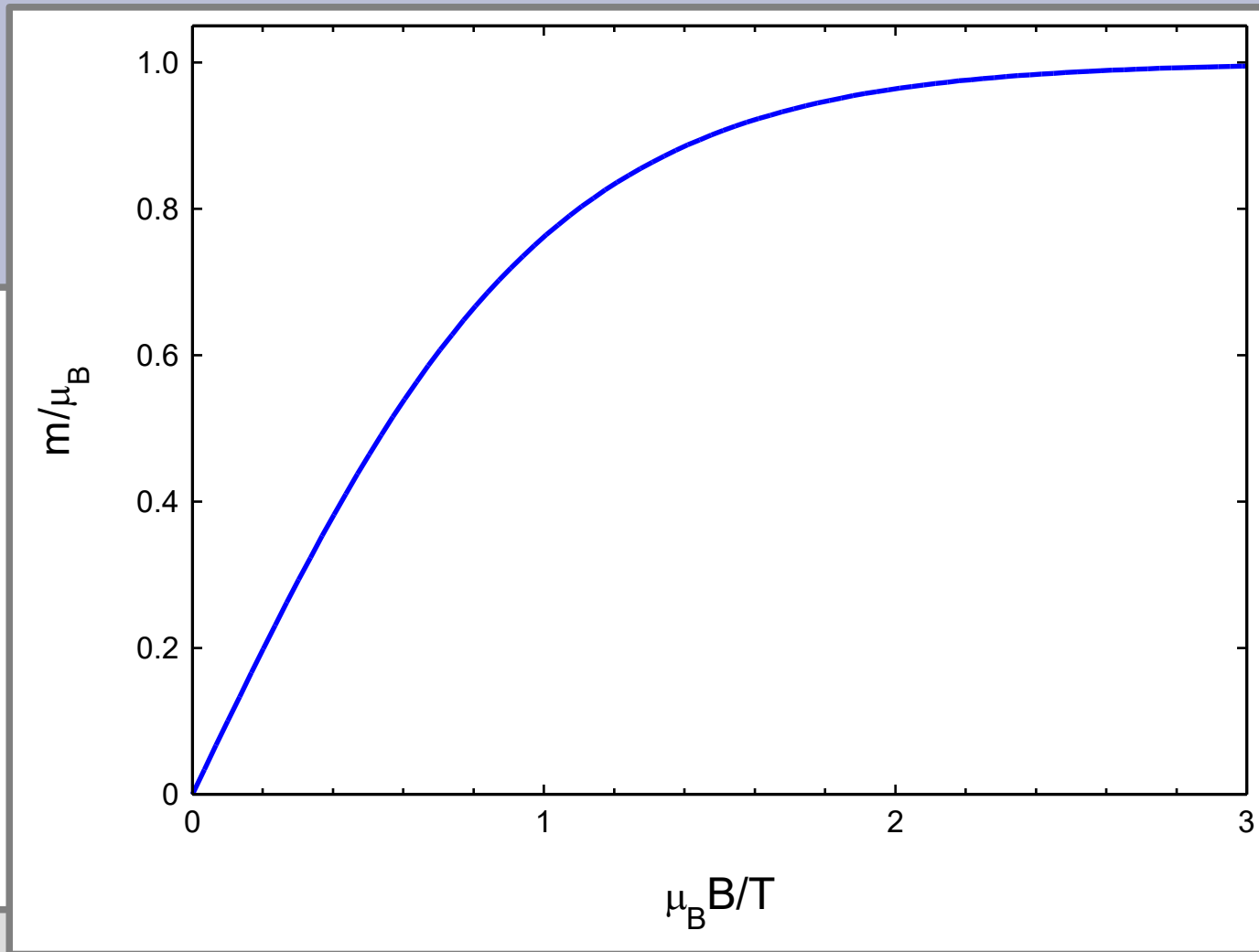
# Закон Кюри для парамагнетика с $S=1/2$



$$\langle m_z \rangle = \mu_B \frac{e^{\mu_B B/T} - e^{-\mu_B B/T}}{e^{\mu_B B/T} + e^{-\mu_B B/T}} = \mu_B \operatorname{th} \frac{\mu_B B}{T}$$

$$\frac{\mu_B B}{T} \ll 1: \chi = \frac{\langle m_z \rangle}{B} = \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

$c \ S=1/2$

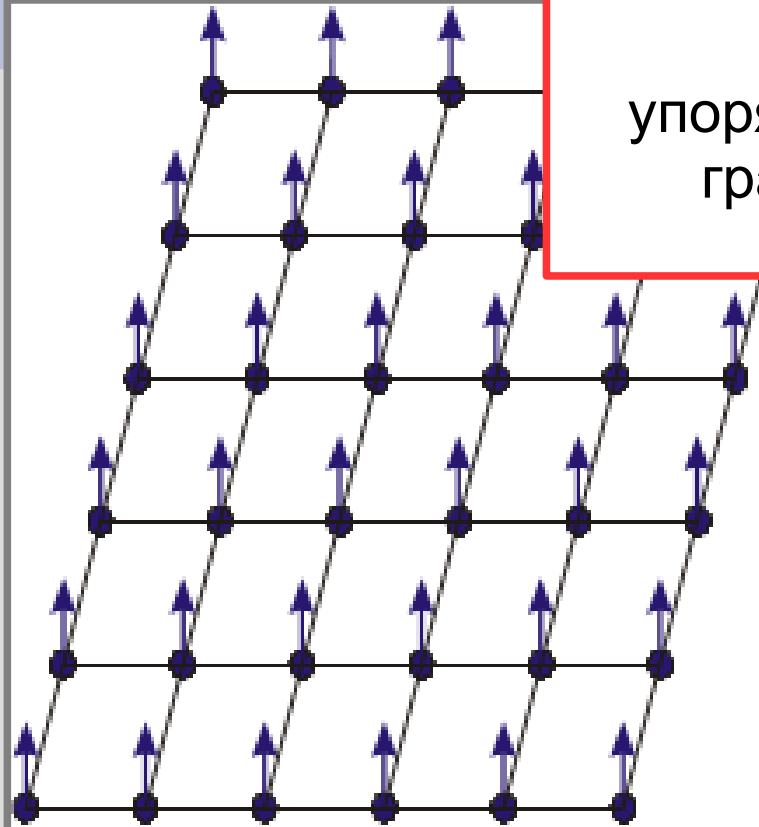


$$\frac{m}{\mu_B} = \mu_B \tanh \frac{\mu_B B}{T}$$

$$\frac{\mu_B B}{T} \ll 1: \chi = \frac{\langle m_z \rangle}{B} = \frac{\mu_B^2}{k_B T}$$

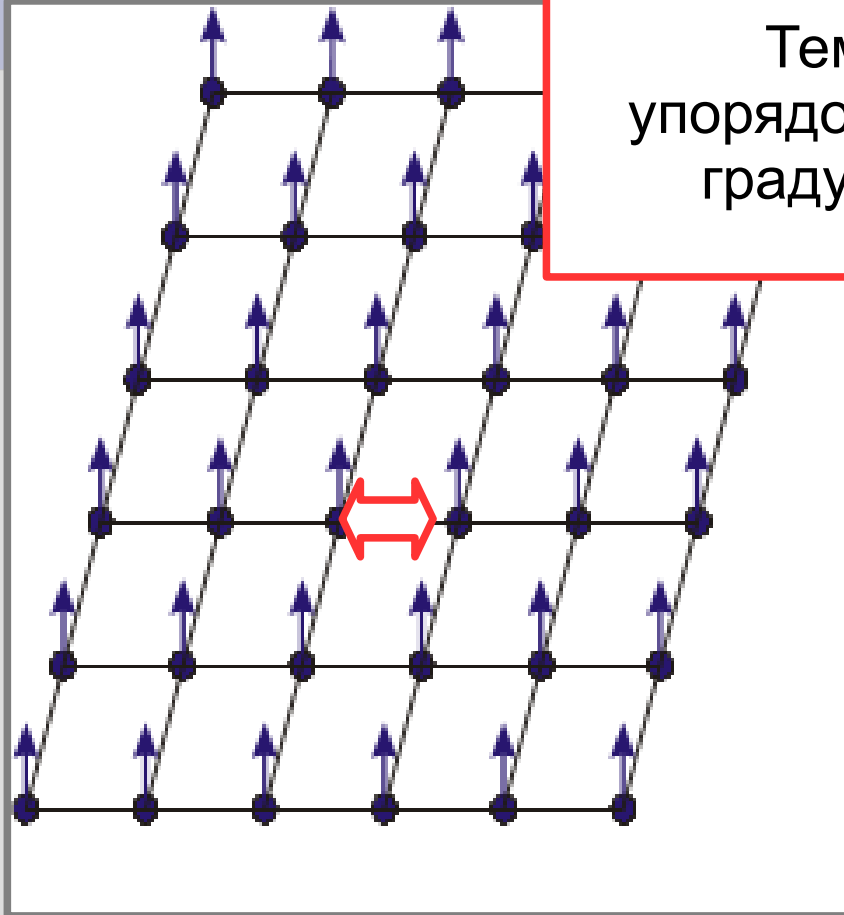
# Магнитный порядок в кристаллах

Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К

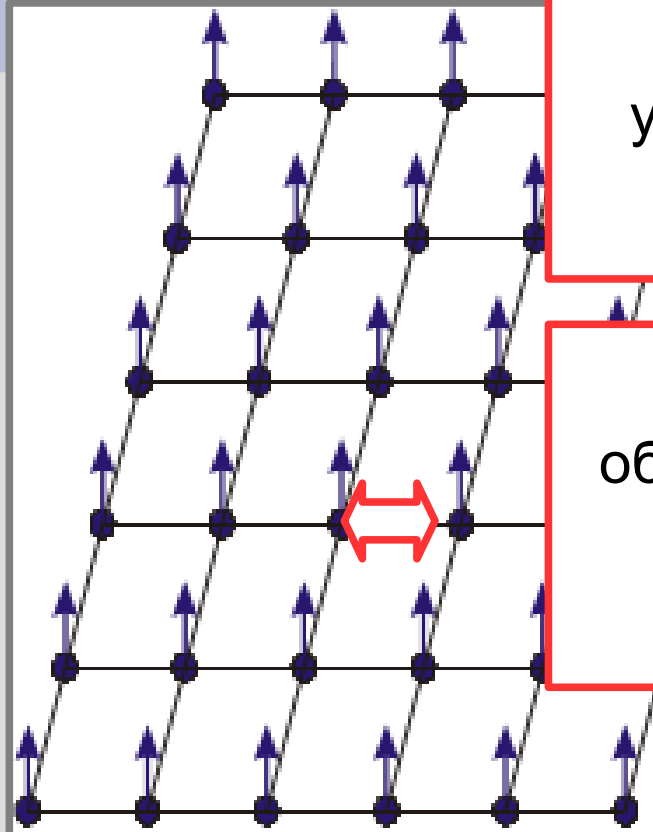


# Магнитный порядок в кристаллах

Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К



# Магнитный порядок в кристаллах



Температуры  
упорядочения от долей  
градуса до 1000 К

Гейзенберговское  
обменное взаимодействие

$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j$$

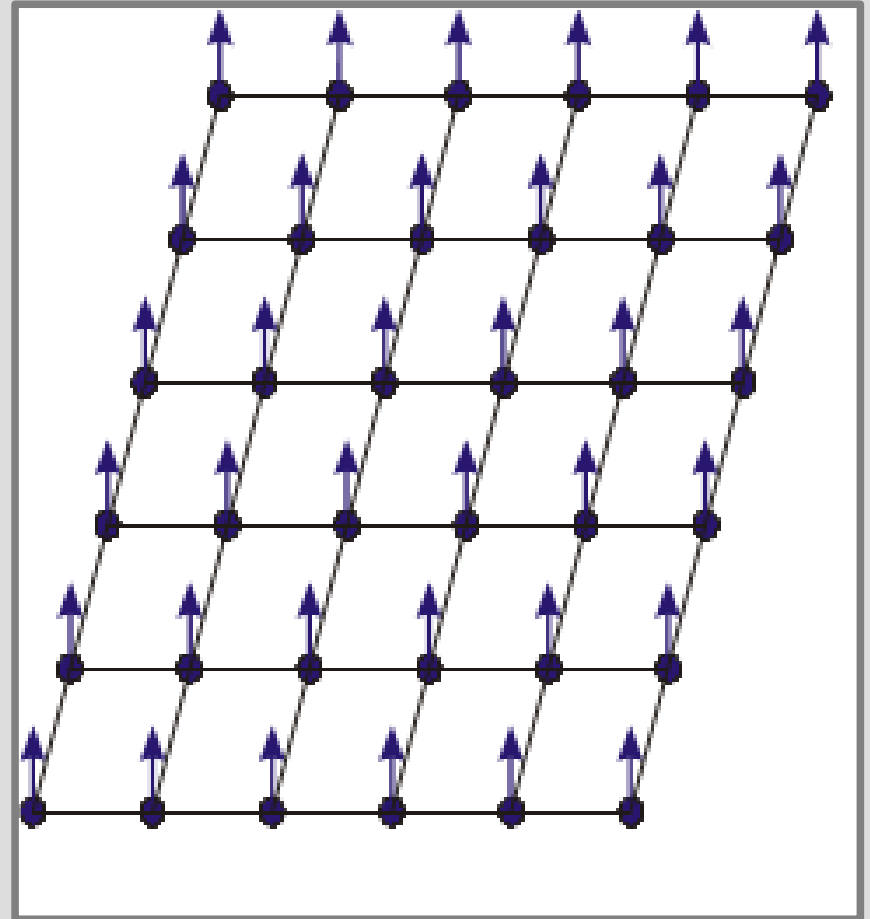


# «Классический» предел модели Гейзенберга

$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j \longleftrightarrow E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

# Модель молекулярного поля

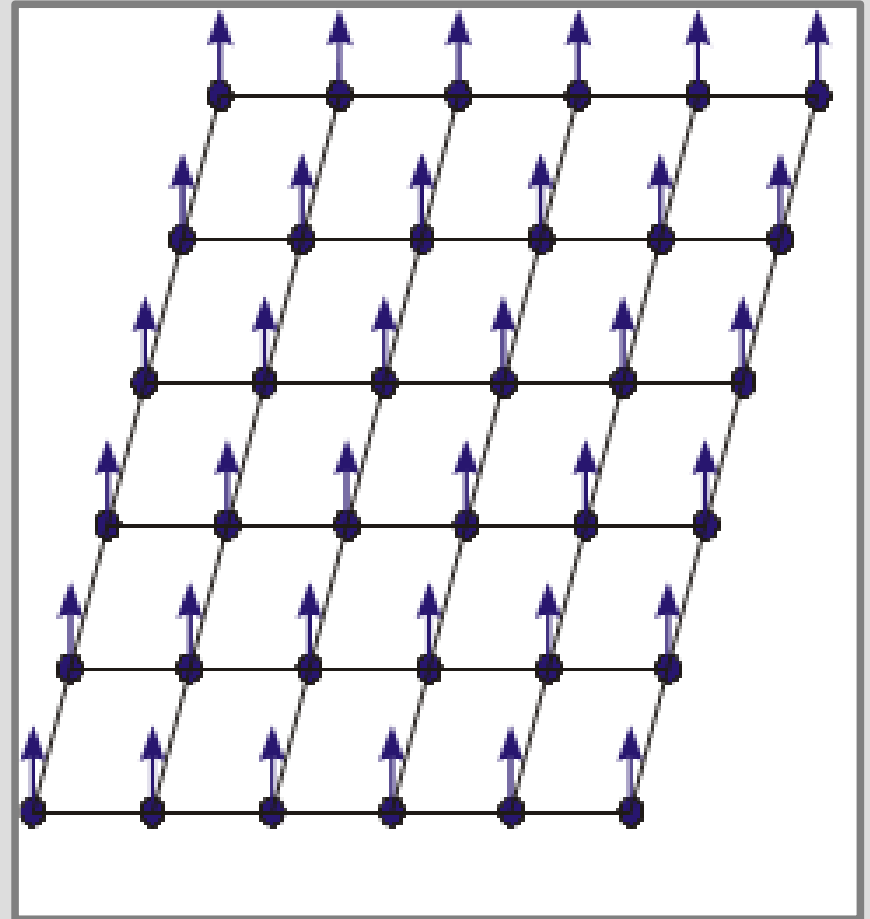
$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j = \frac{1}{(2\mu_B)^2} \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{m}_i \vec{m}_j$$



# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j = \frac{1}{(2\mu_B)^2} \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{m}_i \vec{m}_j$$

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\partial E}{\partial \vec{m}_i} = - \frac{1}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij} \vec{S}_j$$



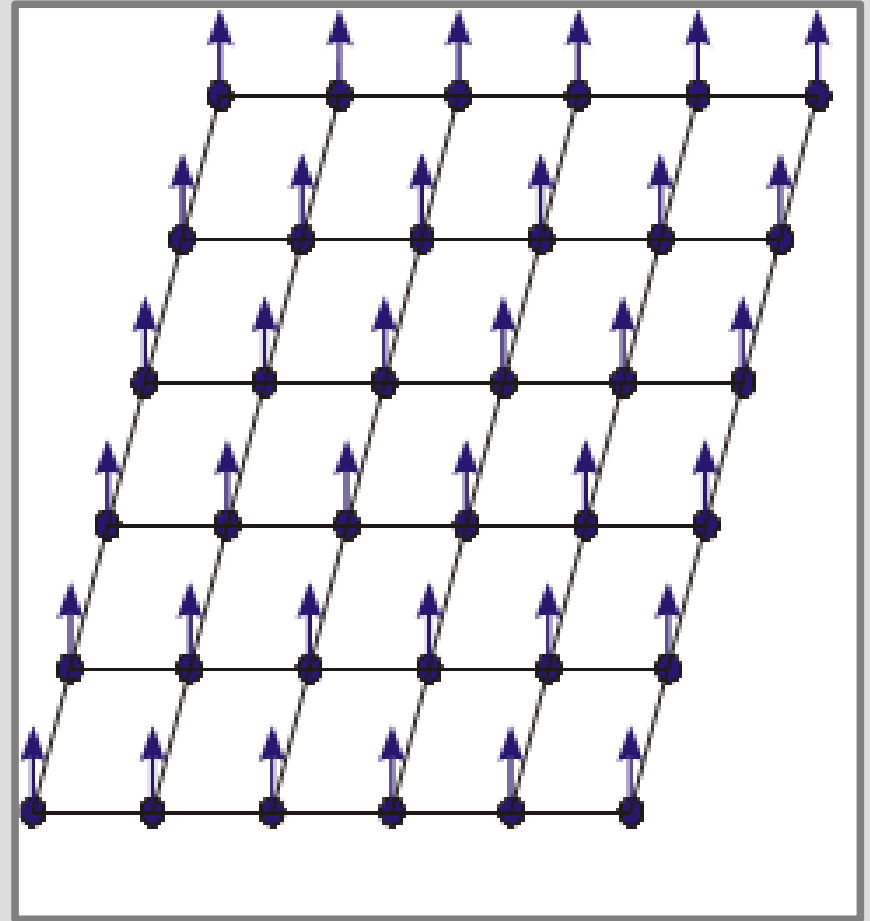
# Модель молекулярного поля

$$E = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \vec{S}_j = \frac{1}{(2\mu_B)^2} \sum_{\langle i, j \rangle} J_{ij} \vec{m}_i \vec{m}_j$$

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\partial E}{\partial \vec{m}_i} = - \frac{1}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij} \vec{S}_j$$

если все спины эквивалентны:

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\langle \vec{S} \rangle}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij}$$



# Закон Кюри-Вейсса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\langle \vec{S} \rangle}{(2 \mu_B)} \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейсса

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff})$$

$$\langle m_z \rangle = \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S_z \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) =$$

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\langle \vec{S} \rangle}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейсса

$$\begin{aligned}\langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff}) \\ \langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S_z \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) = \\ &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle m_z \rangle}{4\mu_B^2} \sum_j J_{ij} \right)\end{aligned}$$

$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\langle \vec{S} \rangle}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij}$$

# Закон Кюри-Вейсса

$$\begin{aligned}\langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} B = \frac{\mu_B^2}{T} (B + B_{eff}) \\ \langle m_z \rangle &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle S_z \rangle}{2\mu_B} \sum_j J_{ij} \right) = \\ &= \frac{\mu_B^2}{T} \left( B - \frac{\langle m_z \rangle}{4\mu_B^2} \sum_j J_{ij} \right)\end{aligned}$$

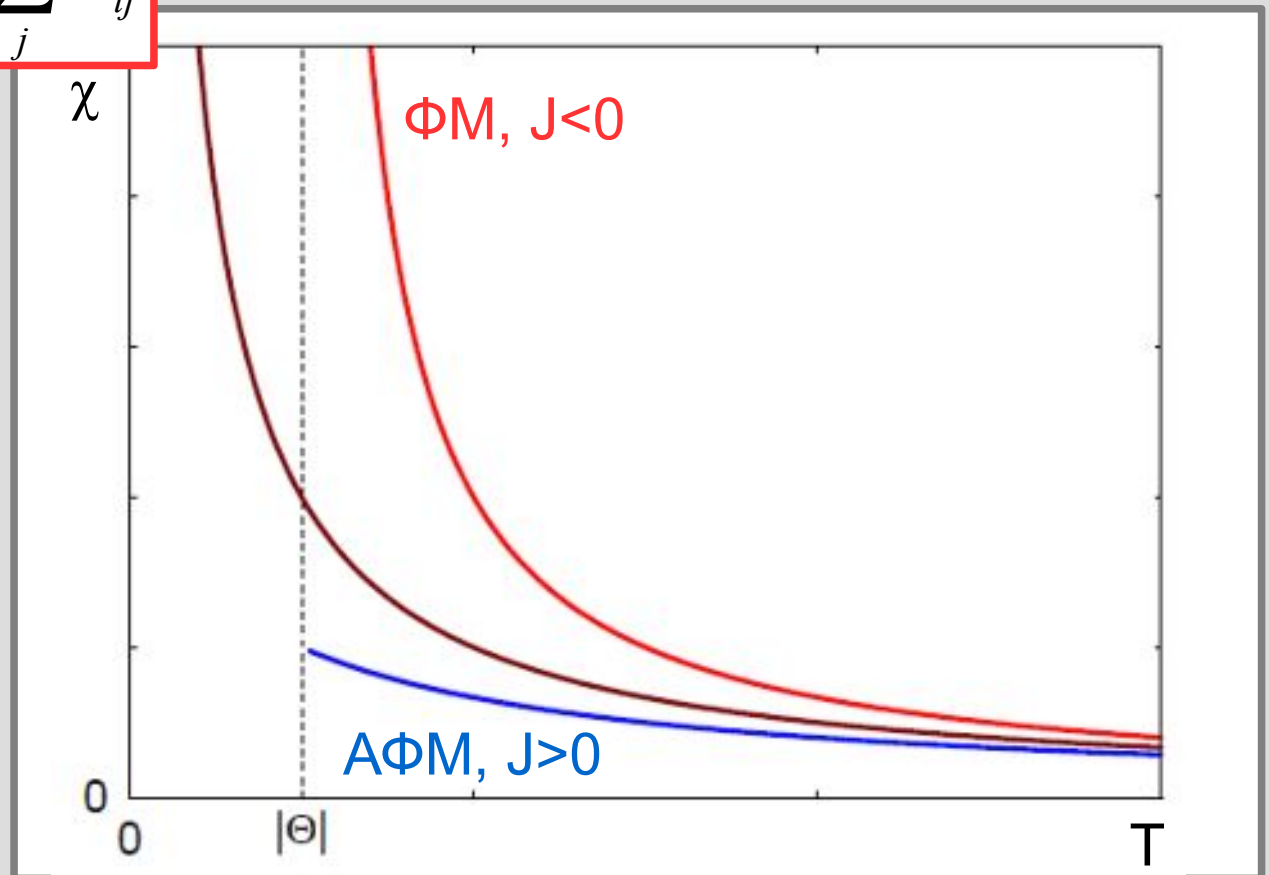
$$\vec{B}_i^{(eff)} = - \frac{\langle \vec{S} \rangle}{(2\mu_B)} \sum_j J_{ij}$$

$$\begin{aligned}\chi &= \frac{\mu_B^2}{T + \Theta} \\ \Theta &= \frac{1}{4} \sum_j J_{ij} = \frac{S(S+1)}{3} \sum_j J_{ij}\end{aligned}$$



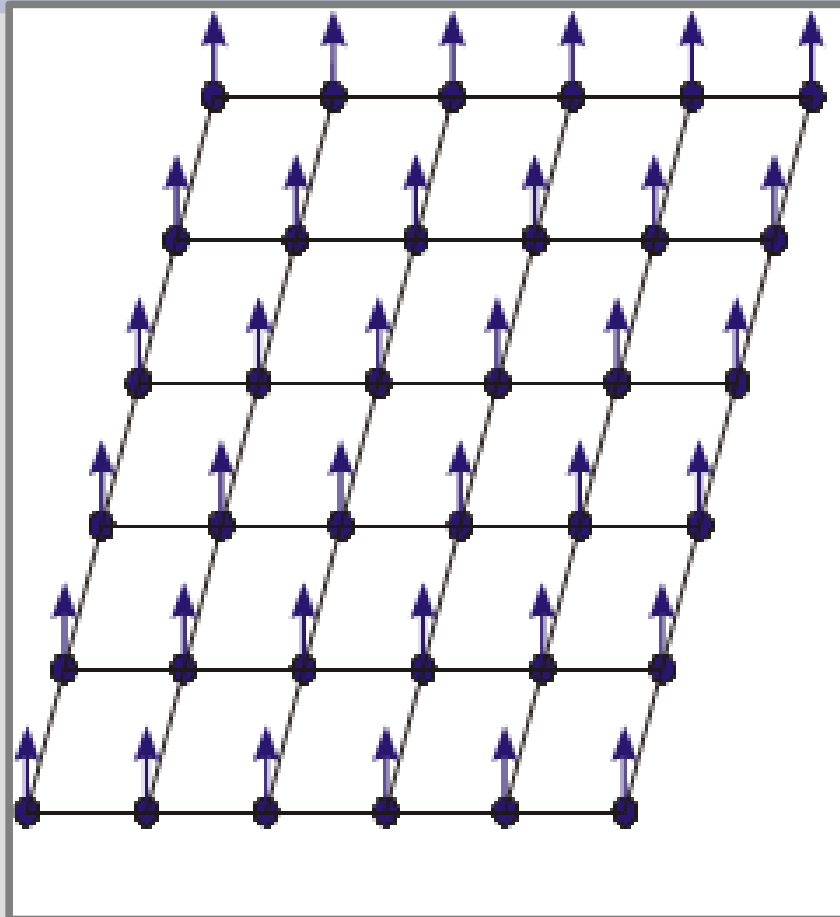
# Закон Кюри-Вейсса

$$\chi = \frac{\mu_B^2}{T + \Theta}$$
$$\Theta = \frac{1}{4} \sum_j J_{ij} = \frac{S(S+1)}{3} \sum_j J_{ij}$$



# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

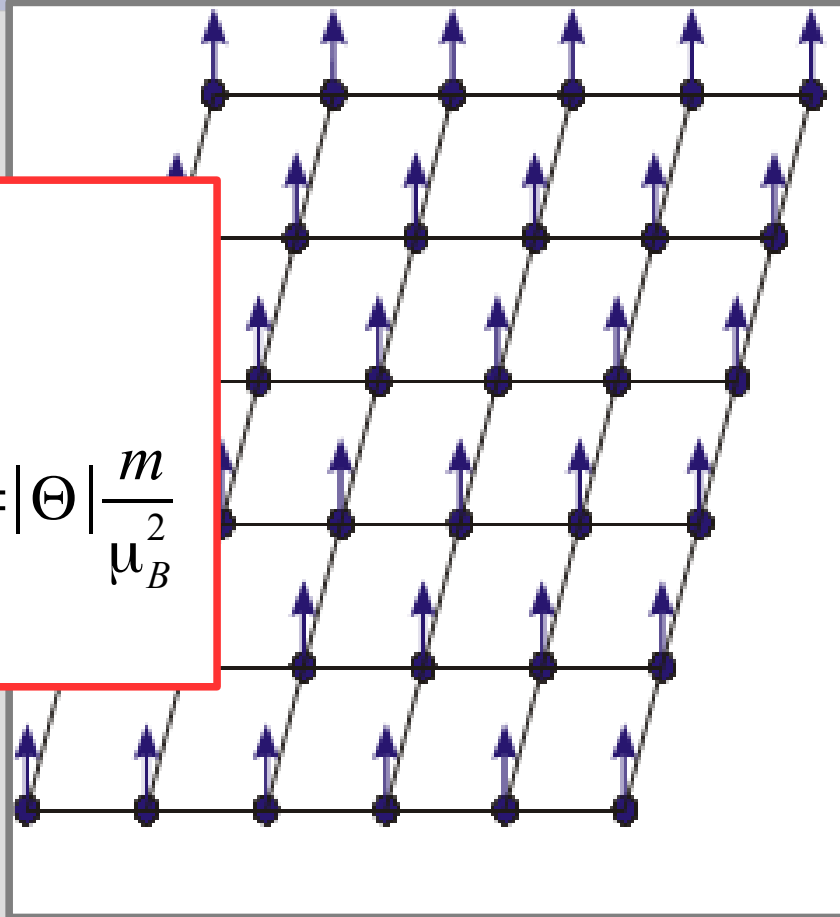


# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

$$m = \mu_B th \frac{\mu_B B_{eff}}{T}$$

$$B_{eff} = \frac{z|J|}{2\mu_B} \left( \frac{m}{2\mu_B} \right) = |\Theta| \frac{m}{\mu_B}$$



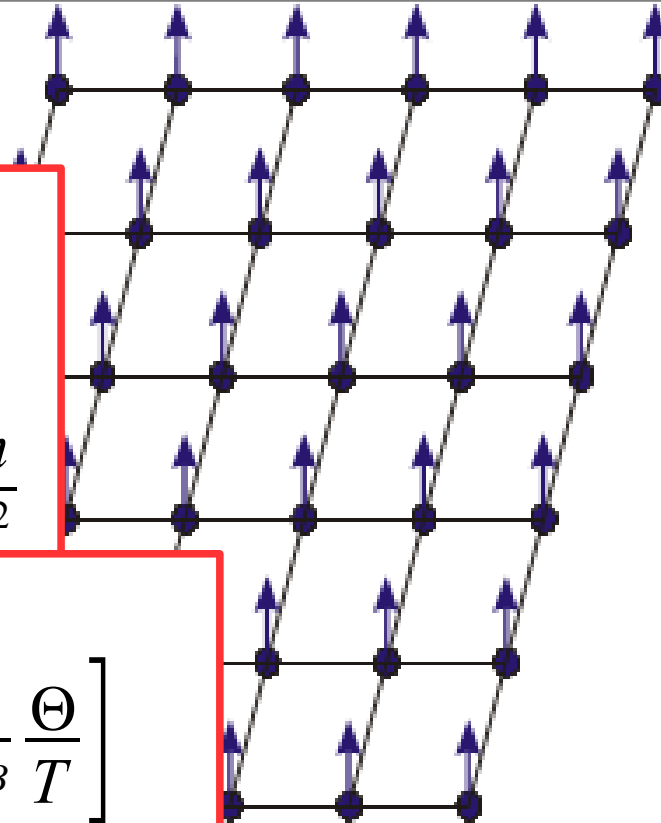
# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$g=2, S=1/2$$

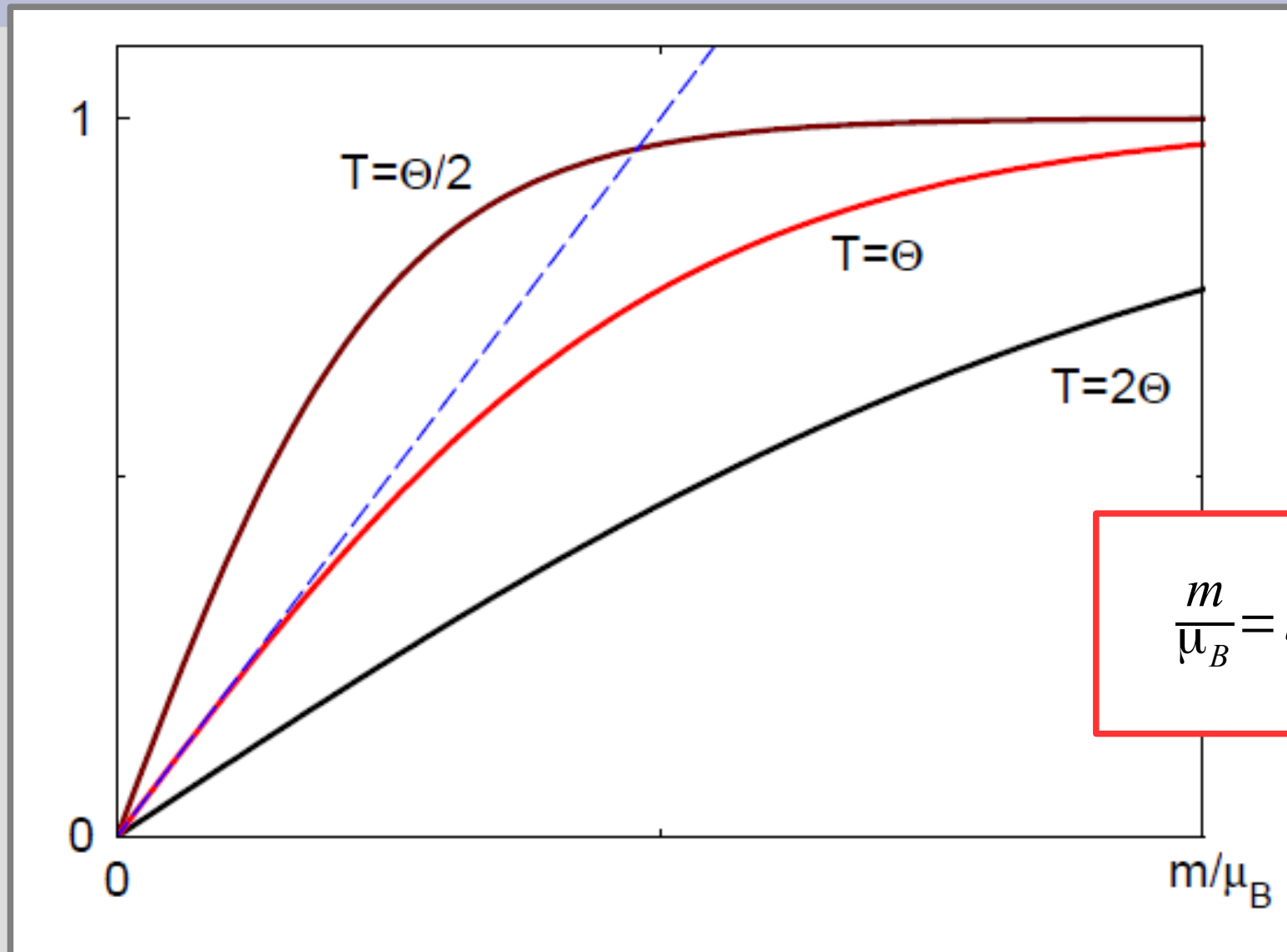
$$m = \mu_B th \frac{\mu_B B_{eff}}{T}$$

$$B_{eff} = \frac{z|J|}{2\mu_B} \left( \frac{m}{2\mu_B} \right) = |\Theta| \frac{m}{\mu_B}$$

$$\frac{m}{\mu_B} = th \left[ \frac{m}{\mu_B} \frac{\Theta}{T} \right]$$



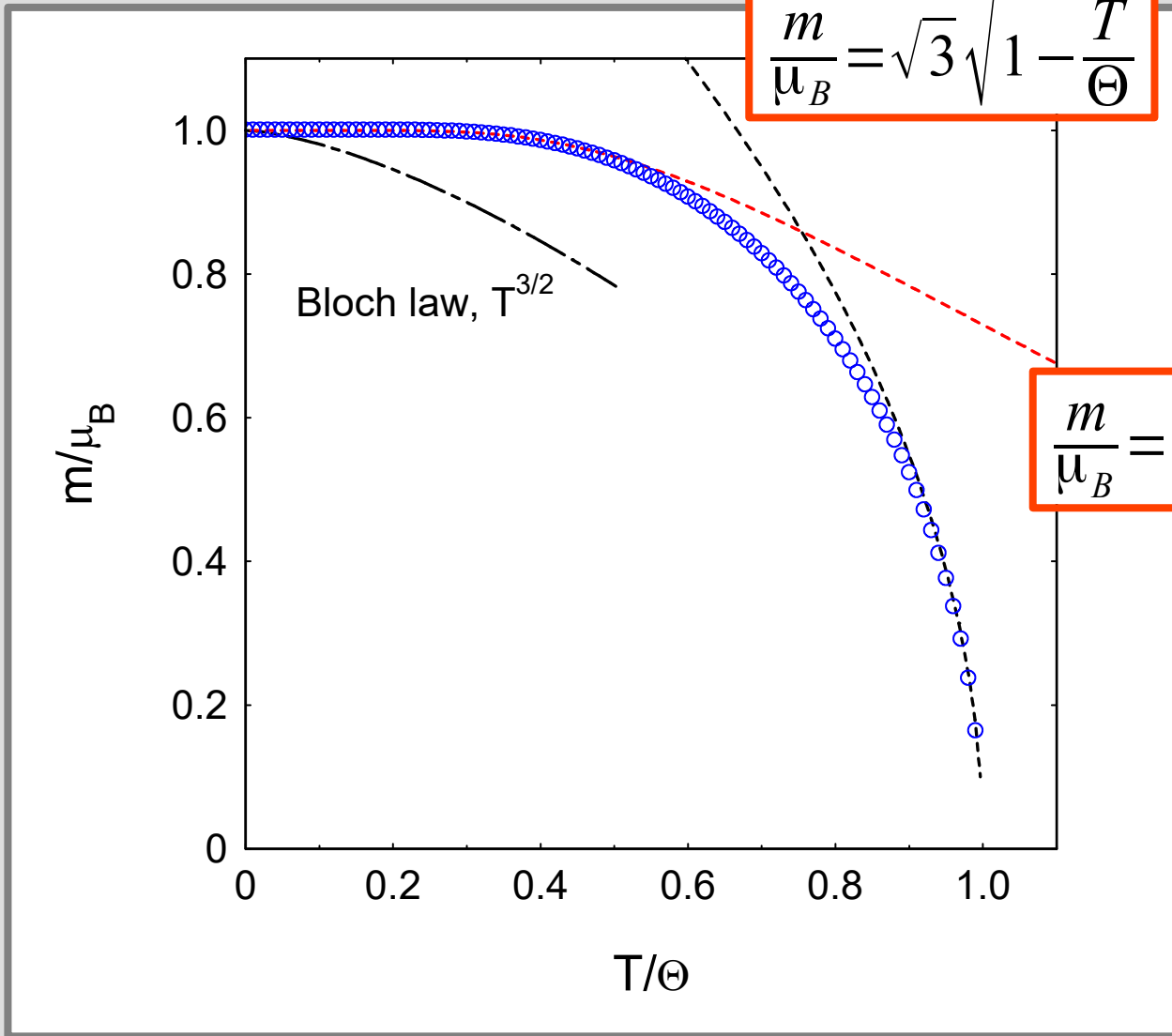
# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля



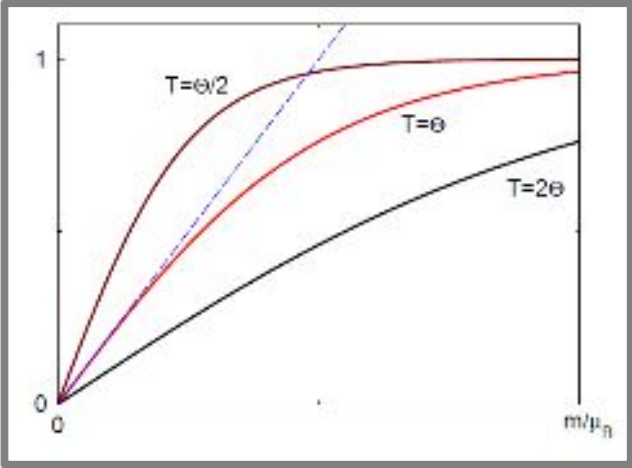
$$\frac{m}{\mu_B} = th \left[ \frac{m}{\mu_B} \frac{\Theta}{T} \right]$$

# Фазовый переход в ферромагнетике в модели молекулярного поля

$$\frac{m}{\mu_B} = \sqrt{3} \sqrt{1 - \frac{T}{\Theta}}$$



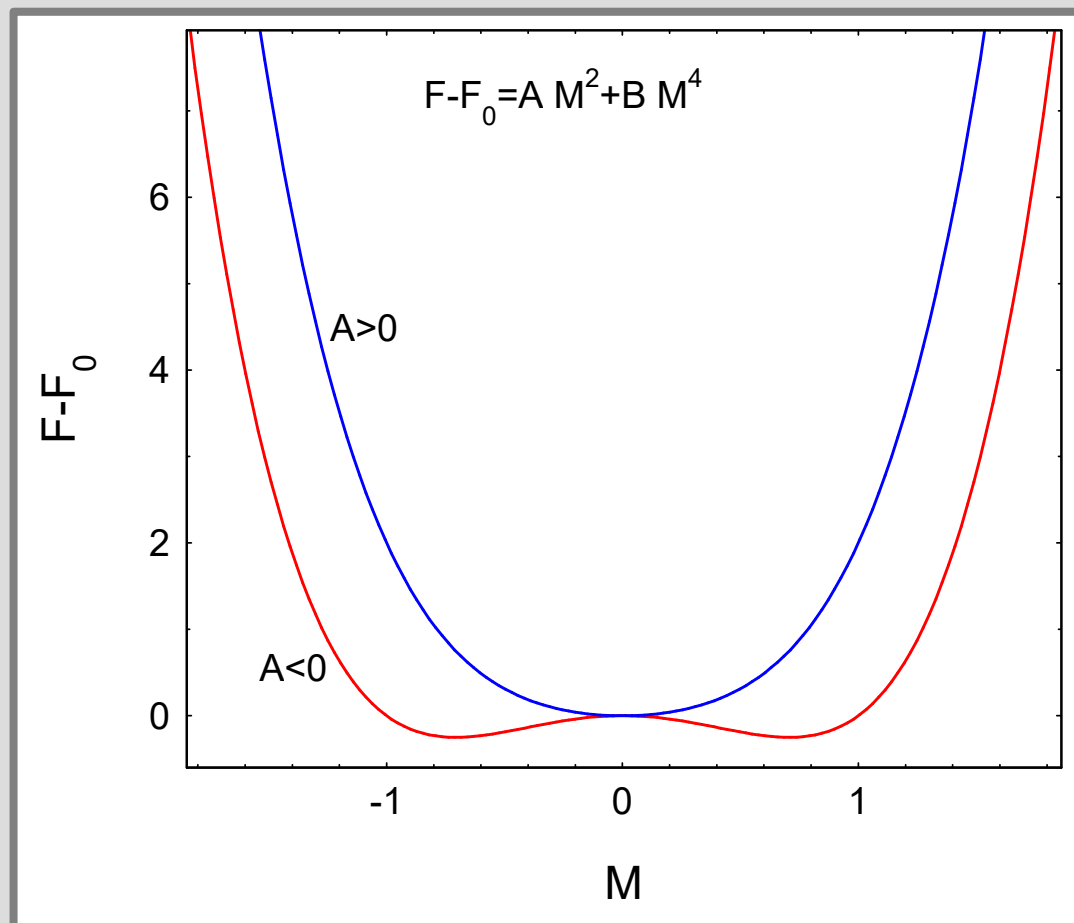
$$\frac{m}{\mu_B} = 1 - 2e^{-2\Theta/T}$$



# Часть 4. Фазовый переход в ферромагнетике: теория Ландау фазовых переходов II рода

# Свободная энергия ферромагнетика вблизи фазового перехода

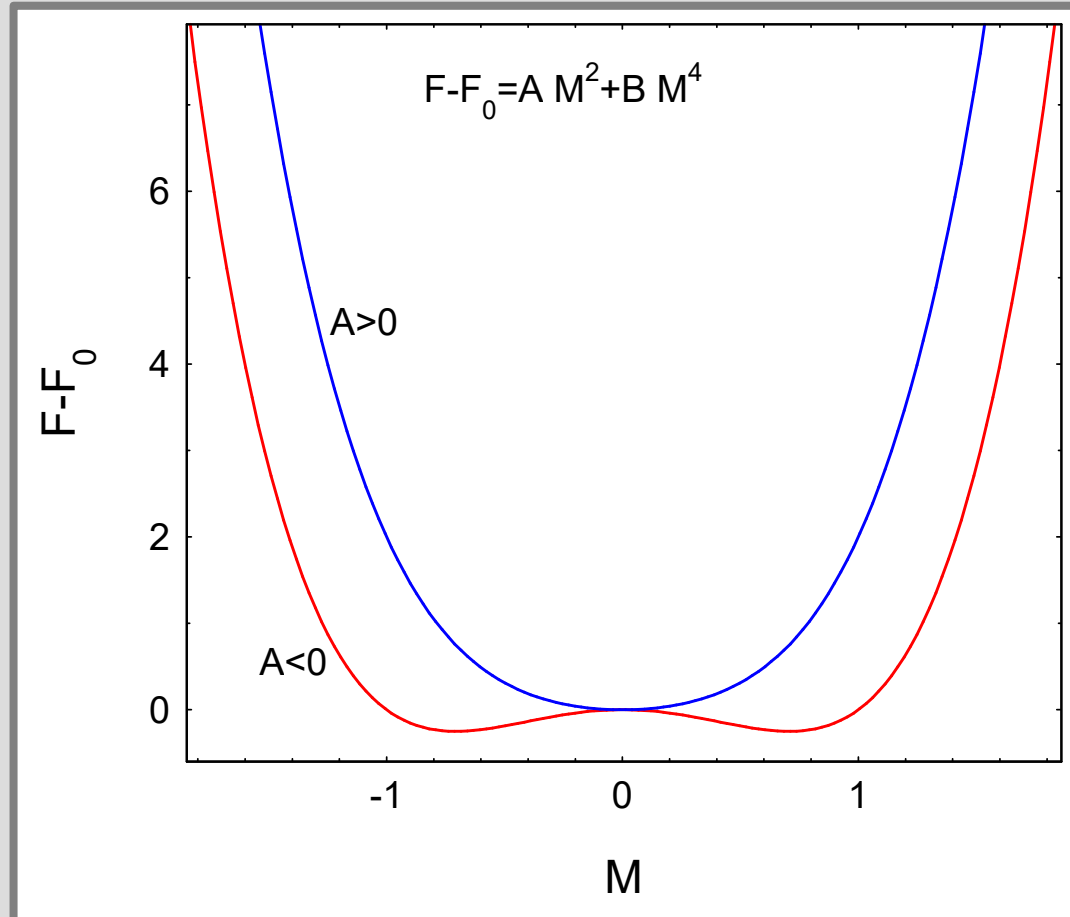
$$F = F_0 + A M^2 + B M^4 = F_0 + a(T - T_c) M^2 + B M^4$$





# Свободная энергия ферромагнетика вблизи фазового перехода

$$F = F_0 + A M^2 + B M^4 = F_0 + a(T - T_c) M^2 + B M^4$$

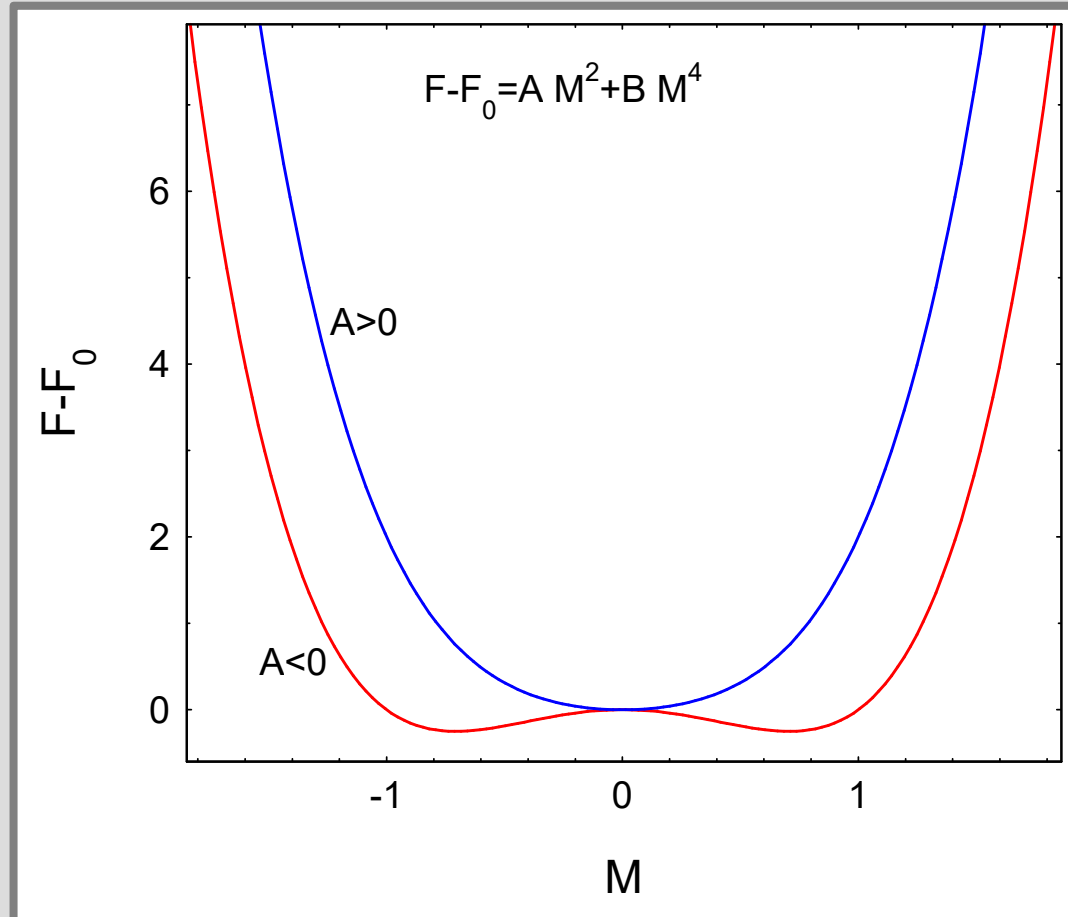


$$2a(T - T_c)M + 4BM^3 = 0$$

$$M = \sqrt{\frac{a}{2B} (T_c - T)}$$

# Свободная энергия ферромагнетика вблизи фазового перехода

$$F = F_0 + A M^2 + B M^4 = F_0 + a(T - T_c) M^2 + B M^4$$



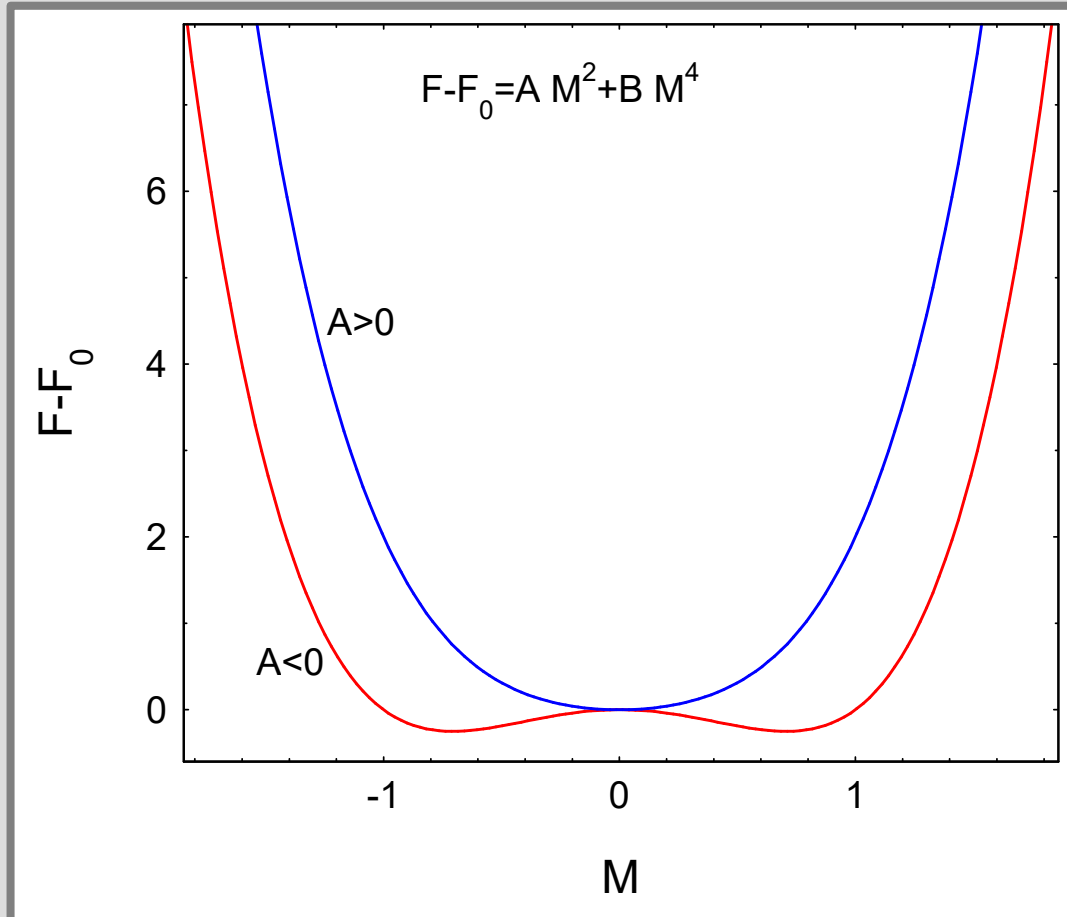
$$2a(T - T_c)M + 4BM^3 = 0$$

$$M = \sqrt{\frac{a}{2B}(T_c - T)}$$

$$F - F_0 = -\frac{a^2}{4B}(T_c - T)^2$$

# Свободная энергия ферромагнетика вблизи фазового перехода

$$F = F_0 + A M^2 + B M^4 = F_0 + a(T - T_c) M^2 + B M^4$$



$$2a(T - T_c)M + 4BM^3 = 0$$

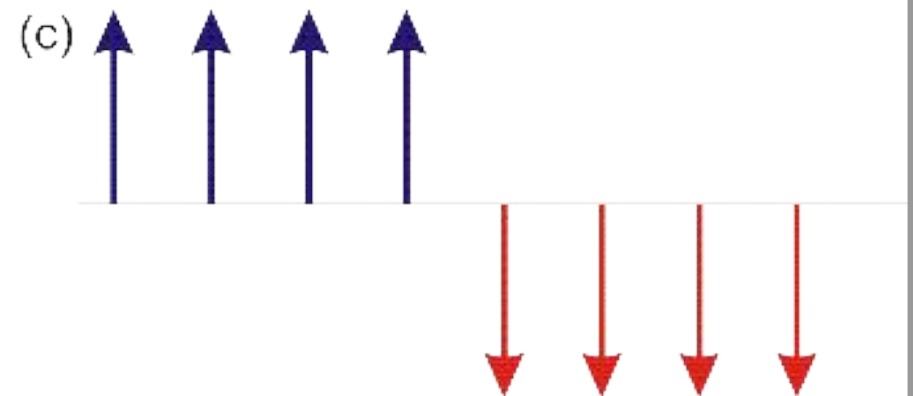
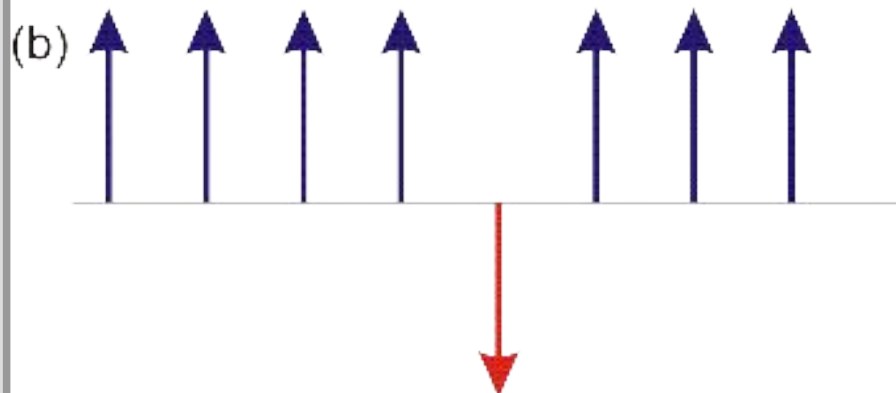
$$M = \sqrt{\frac{a}{2B}(T_c - T)}$$

$$F - F_0 = -\frac{a^2}{4B}(T_c - T)^2$$

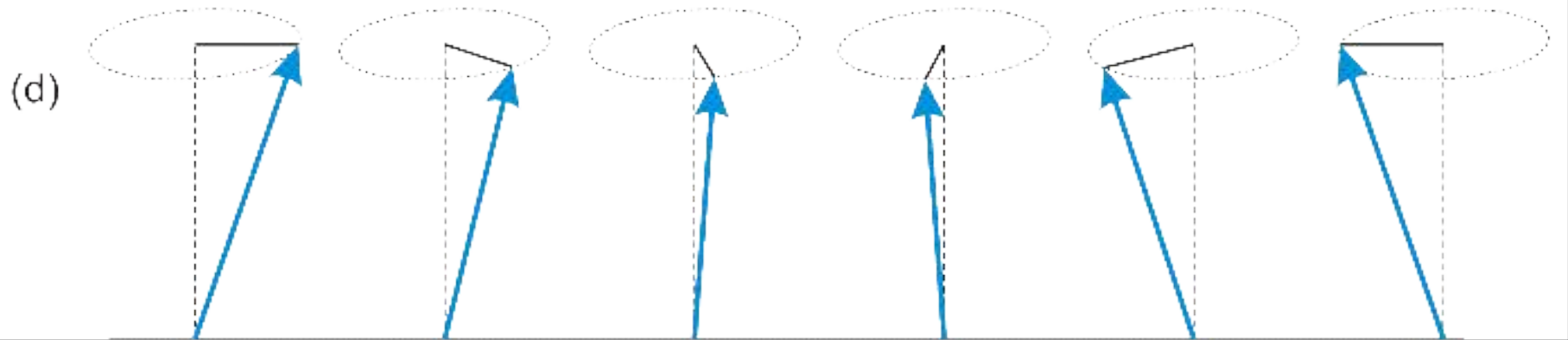
$$S - S_0 = -\frac{a^2}{2B}(T_c - T)$$

$$(C - C_0)_{T=T_c} = \frac{a^2}{2B} T_c$$

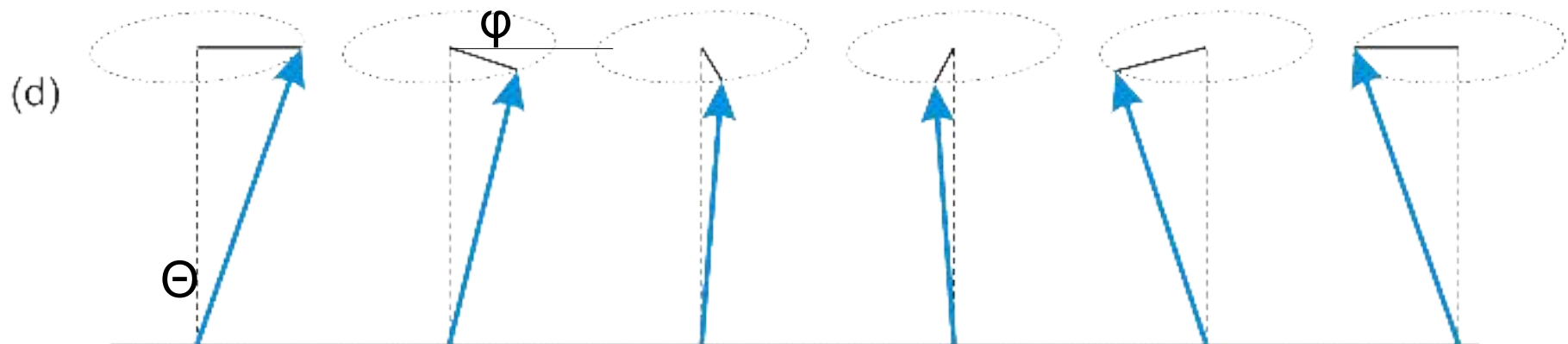
# Часть 5. Спиновые волны в ферромагнетике



# Спиновые волны: элементарные возбуждения «классического» гейзенберговского магнетика

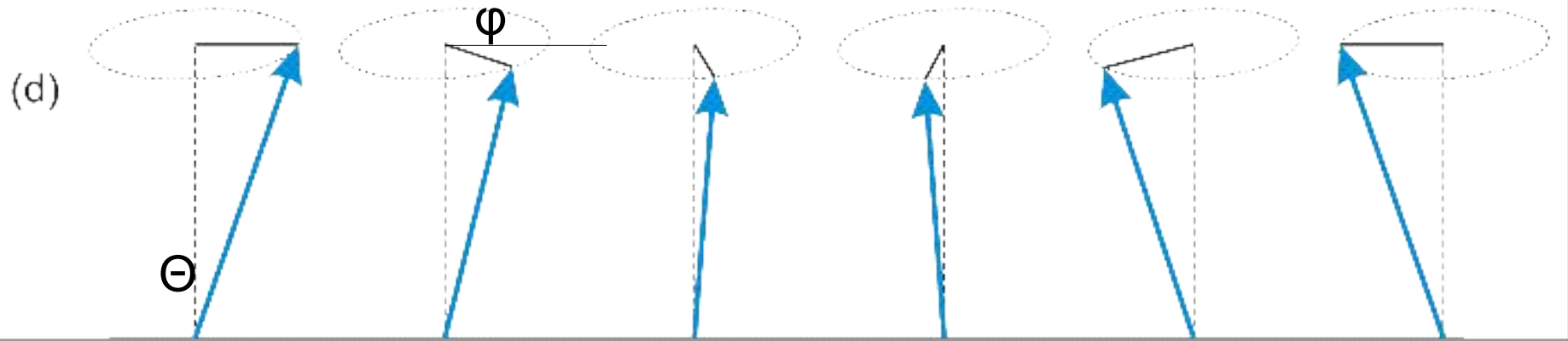


# Спиновые волны: элементарные возбуждения «классического» гейзенберговского магнетика



$$E = J \sum \vec{S}_i \vec{S}_{i+1} = J N S^2 \cos^2 \Theta + J N S^2 \sin^2 \Theta \cos \varphi = E_0 - 2 J S^2 N \sin^2 \Theta \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

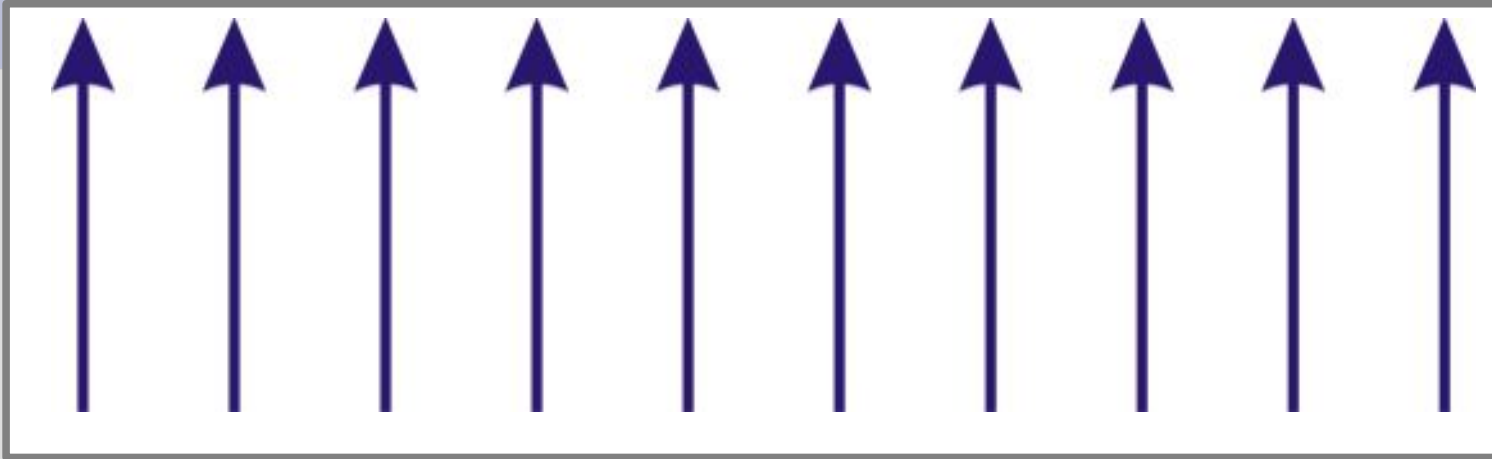
# Спиновые волны: элементарные возбуждения «классического» гейзенберговского магнетика



$$E = J \sum \vec{S}_i \vec{S}_{i+1} = J N S^2 \cos^2 \Theta + J N S^2 \sin^2 \Theta \cos \varphi = E_0 - 2 J S^2 N \sin^2 \Theta \sin^2 \frac{\varphi}{2}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{N} \quad E \approx E_0 - 2 \frac{J S^2 \pi^2}{N} \sin^2 \Theta$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике

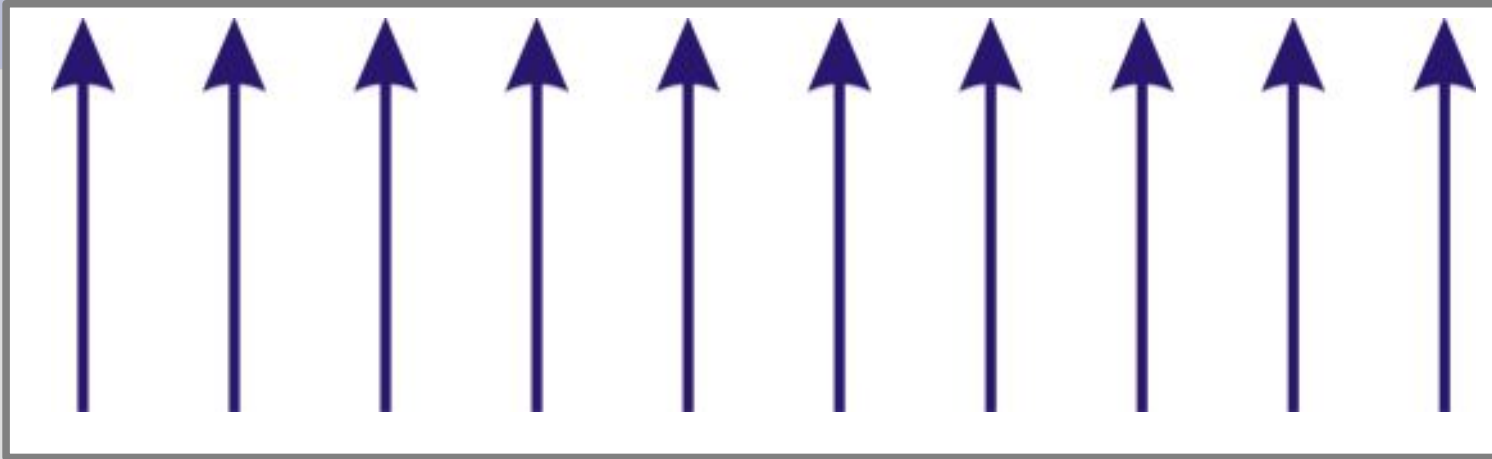


$$E = J \sum_i \vec{S}_i \vec{S}_{i+1}, J < 0$$

$$\vec{B}_{eff, i} = -\frac{J}{2\mu_B} (\vec{S}_{i+1} + \vec{S}_{i-1})$$
$$\hbar \frac{d\vec{S}_i}{dt} = (2\mu_B \vec{S}_i) \times \vec{B}_{eff, i}$$



# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



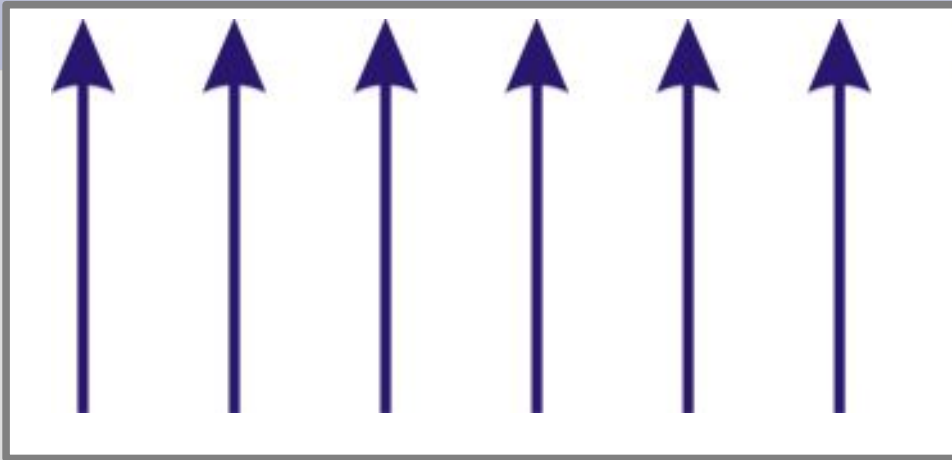
$$E = J \sum_i \vec{S}_i \vec{S}_{i+1}, J < 0$$

$$\vec{B}_{eff, i} = -\frac{J}{2\mu_B} (\vec{S}_{i+1} + \vec{S}_{i-1})$$

$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = (2\mu_B \vec{S}_i) \times \vec{B}_{eff, i}$$

$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J (\vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i)$$

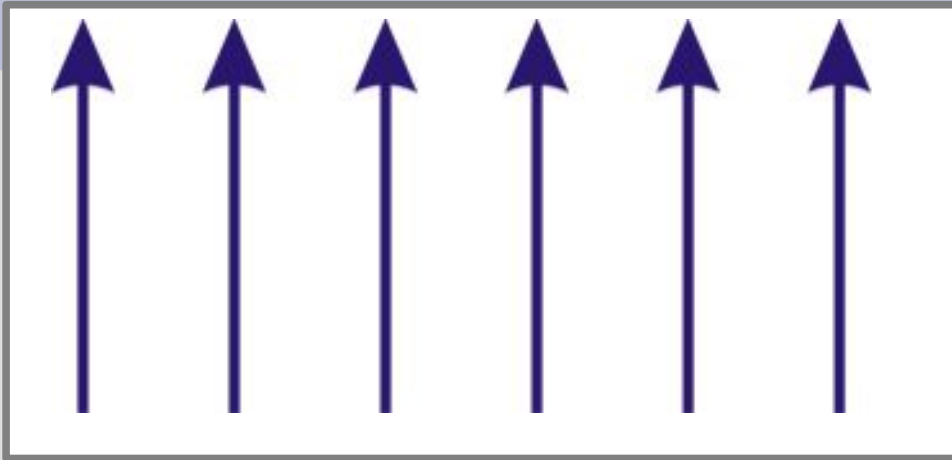
# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$
$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



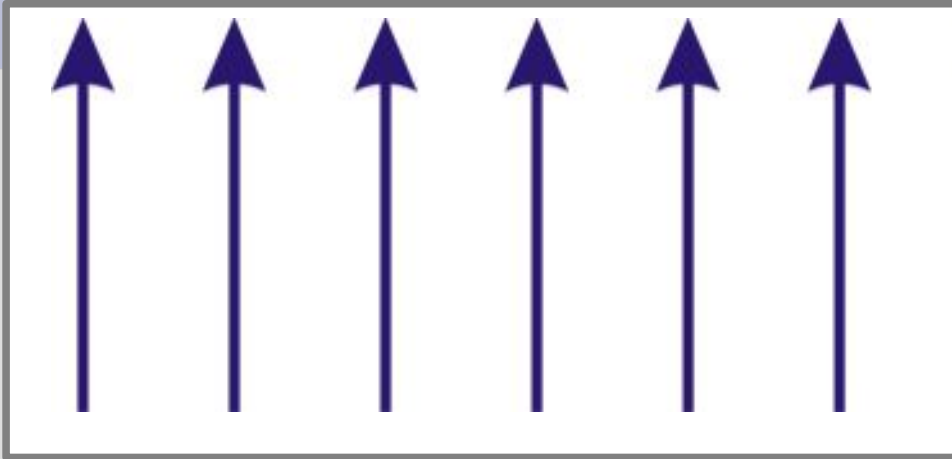
$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

$$\hbar \frac{d S_i^+}{d t} = -i JS \left( S_{(i+1)}^+ + S_{(i-1)}^+ - 2 S_i^+ \right)$$
$$S^+(x, t) = A \exp(i[\omega t - kx])$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике



$$\hbar \frac{d \vec{S}_i}{d t} = J \left( \vec{S}_{i+1} \times \vec{S}_i + \vec{S}_{i-1} \times \vec{S}_i \right)$$

$$\hbar \frac{d S_{ix}}{d t} = JS \left( S_{(i+1), y} + S_{(i-1), y} - 2 S_{iy} \right)$$

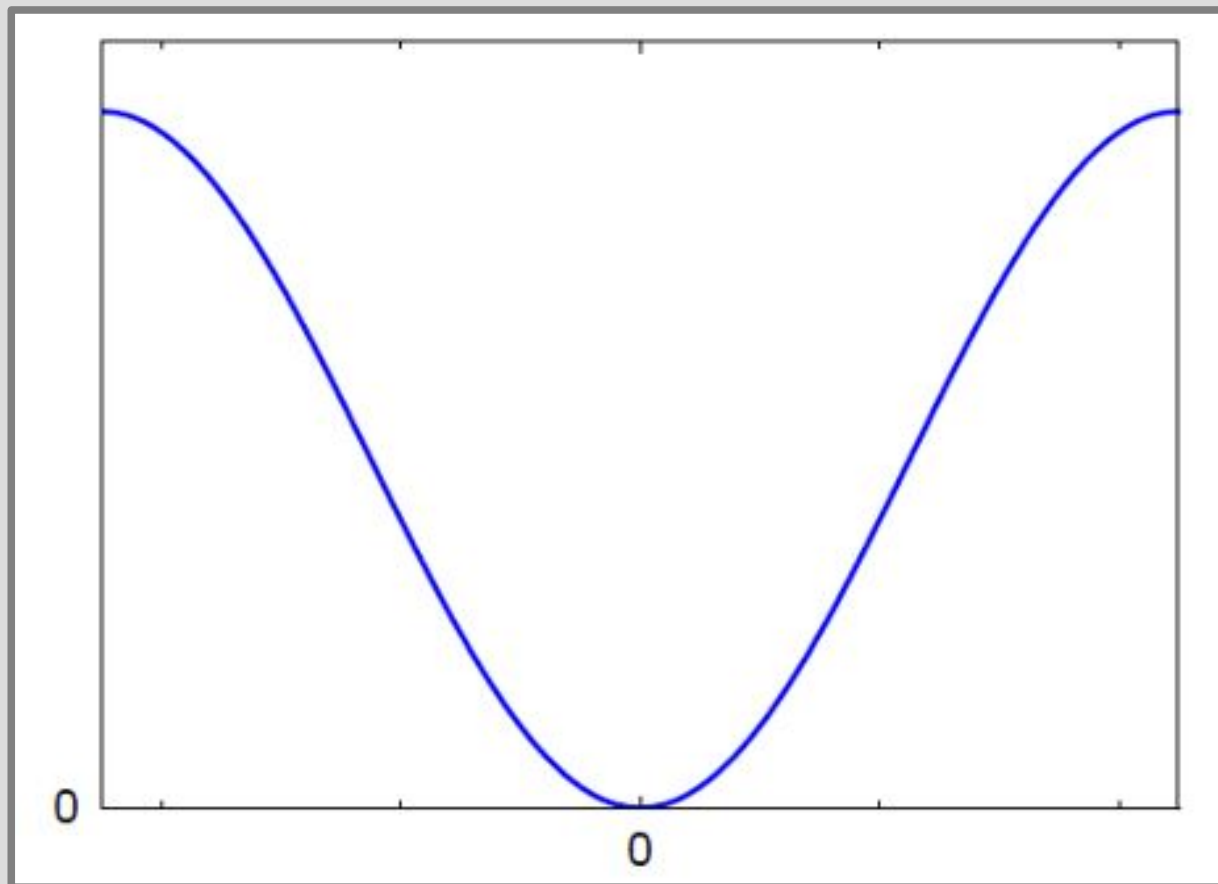
$$\hbar \frac{d S_{iy}}{d t} = -JS \left( S_{(i+1), x} + S_{(i-1), x} - 2 S_{ix} \right)$$

$$\hbar \frac{d S_i^+}{d t} = -i JS \left( S_{(i+1)}^+ + S_{(i-1)}^+ - 2 S_i^+ \right)$$

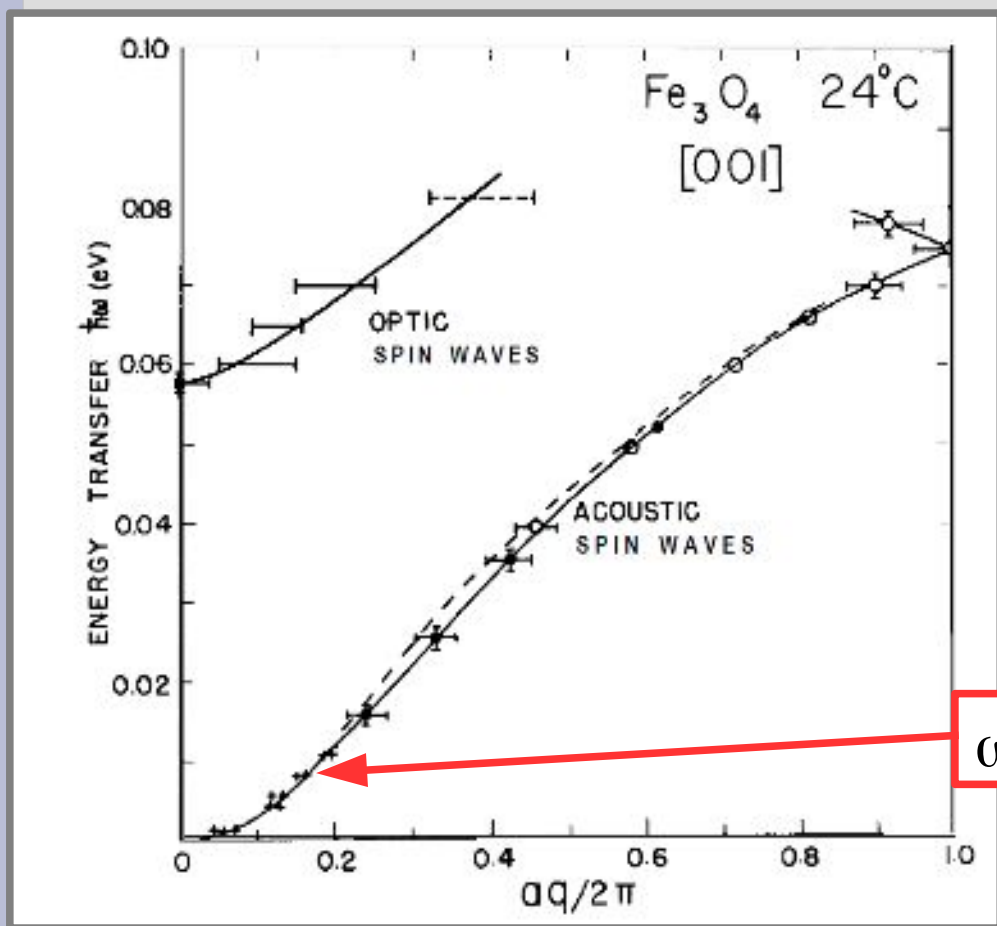
$$\begin{aligned} \hbar \omega &= -JS \left( e^{ika} + e^{-ika} - 2 \right) = JS^+ (x, t) = A \exp(i[\omega t - kx]) \\ &= 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \end{aligned}$$

# Спектр спиновых волн в ферромагнетике

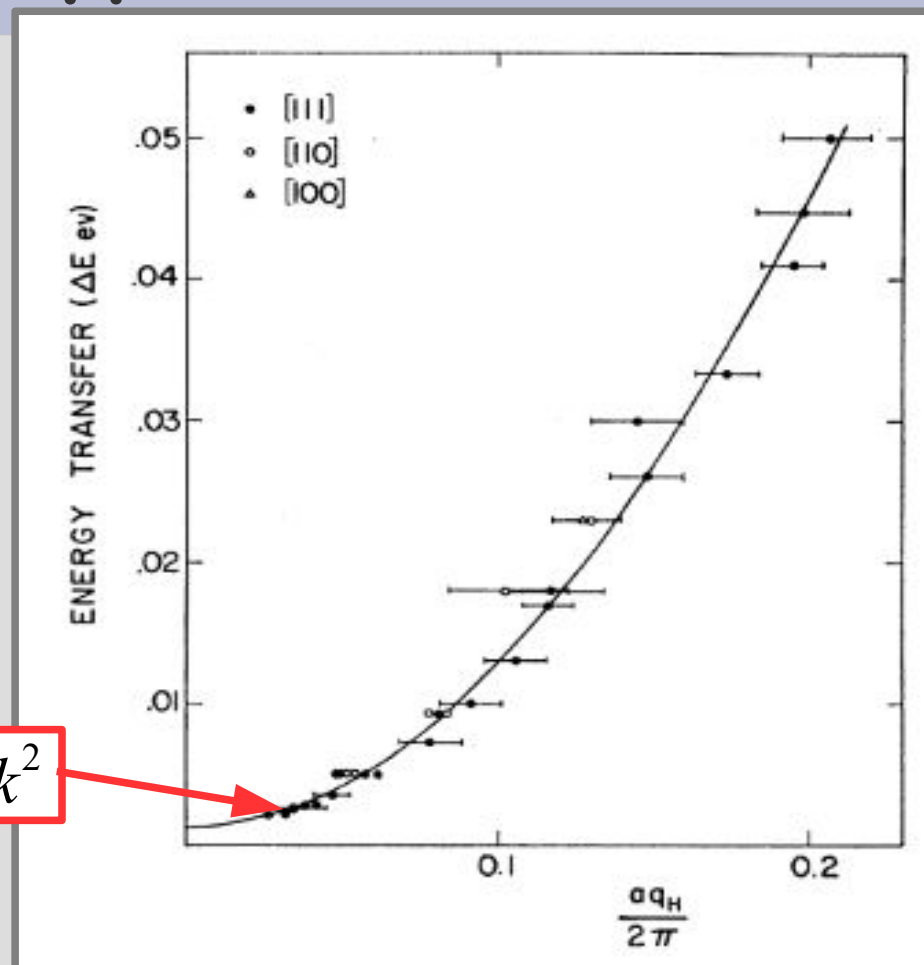
$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2}$$



# Экспериментальное наблюдение спиновых волн в ферромагнетике



$$\omega \propto k^2$$

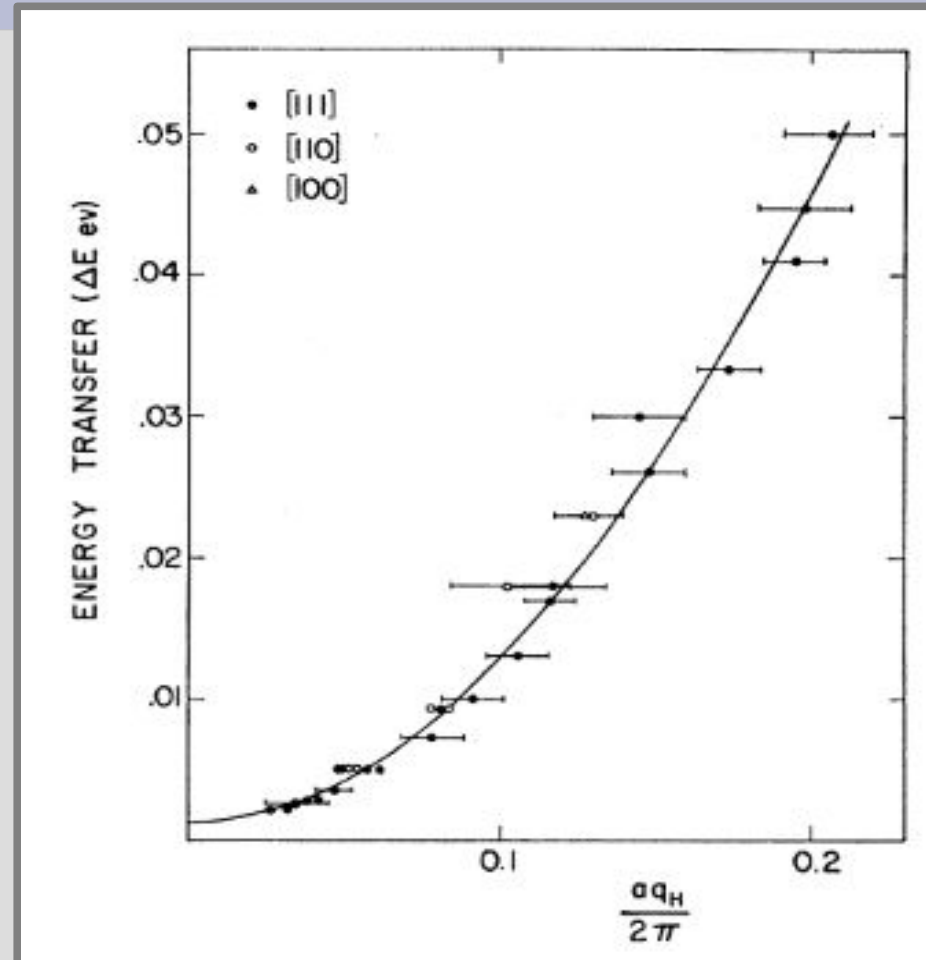


Спектр спиновых волн в ферримагнитном магнетите Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>.

Спектр спиновых волн в ферромагнитном сплаве FeCo.

# Магнонный вклад в теплоёмкость

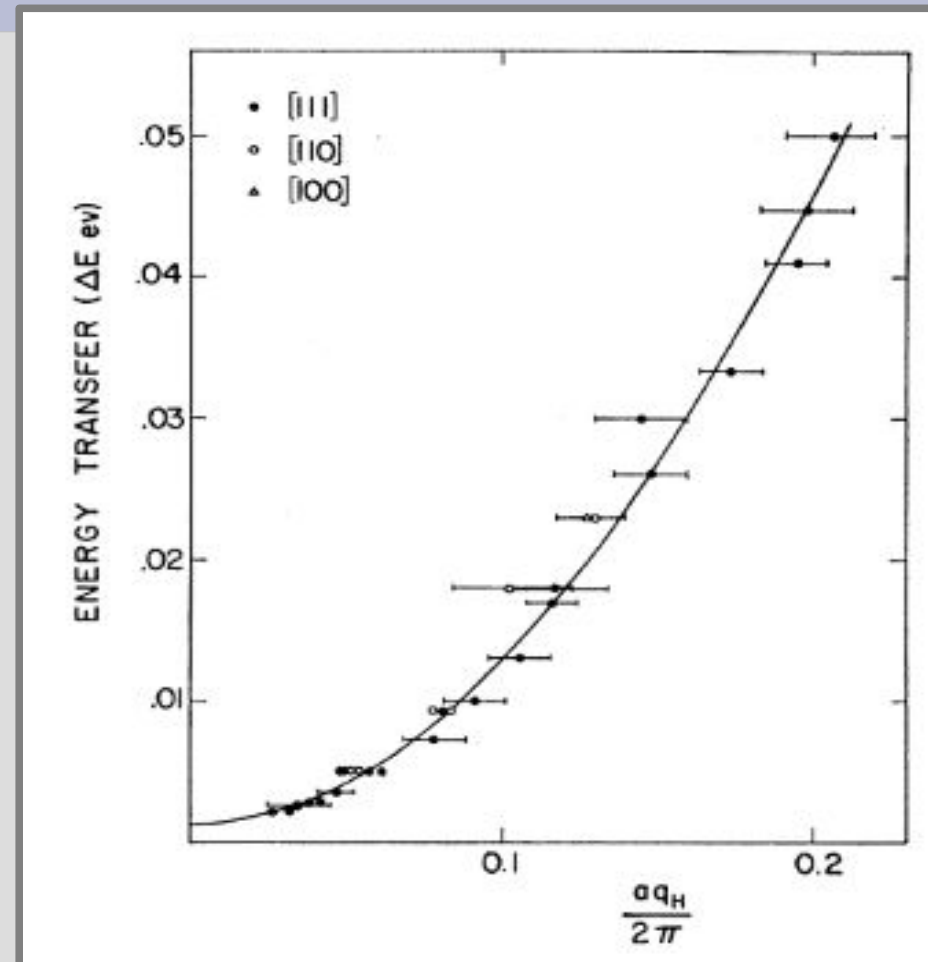
$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$



# Магнонный вклад в теплоёмкость

$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$

$$E = \int \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/T} - 1} \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} \propto T^{5/2}$$
$$C_{mag} \propto T^{3/2}$$



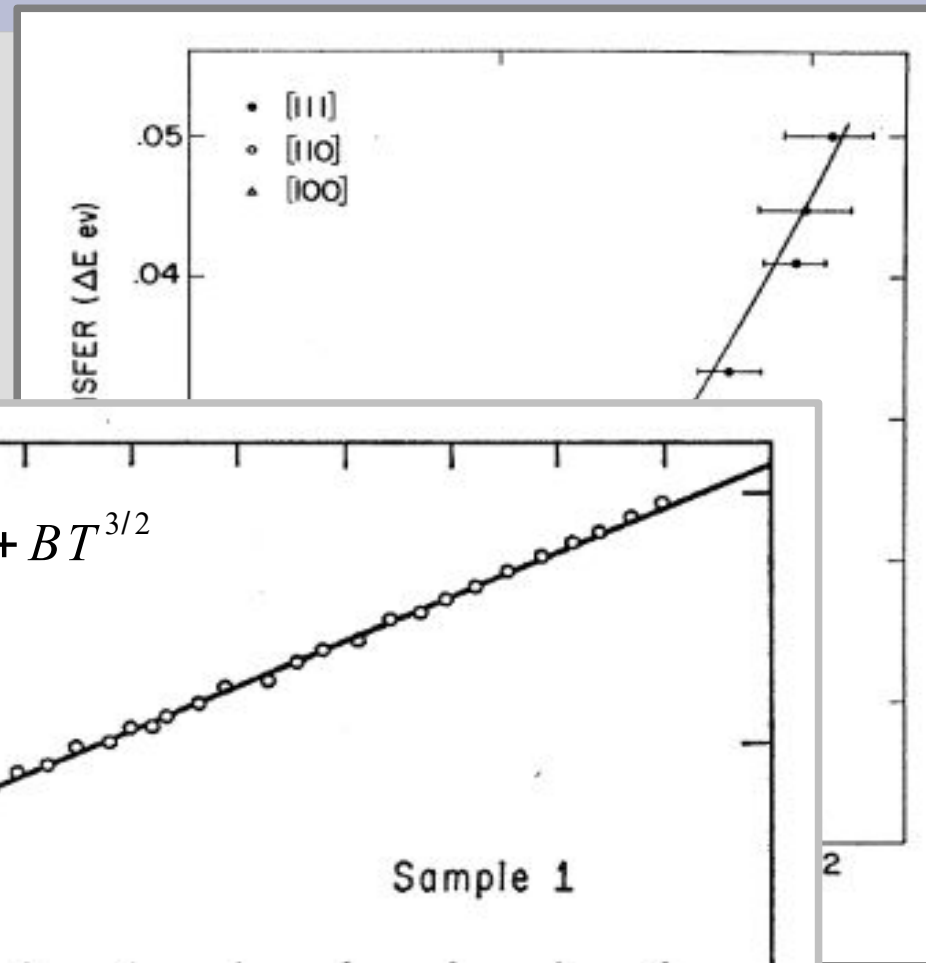


# Магнонный вклад в теплоёмкость

$$\hbar \omega = 4|J|S \sin^2 \frac{ka}{2} \approx |J|S a^2 k^2$$

$$E = \int \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega/T} - 1} \frac{V d^3 k}{(2\pi)^3} \propto T^{5/2}$$

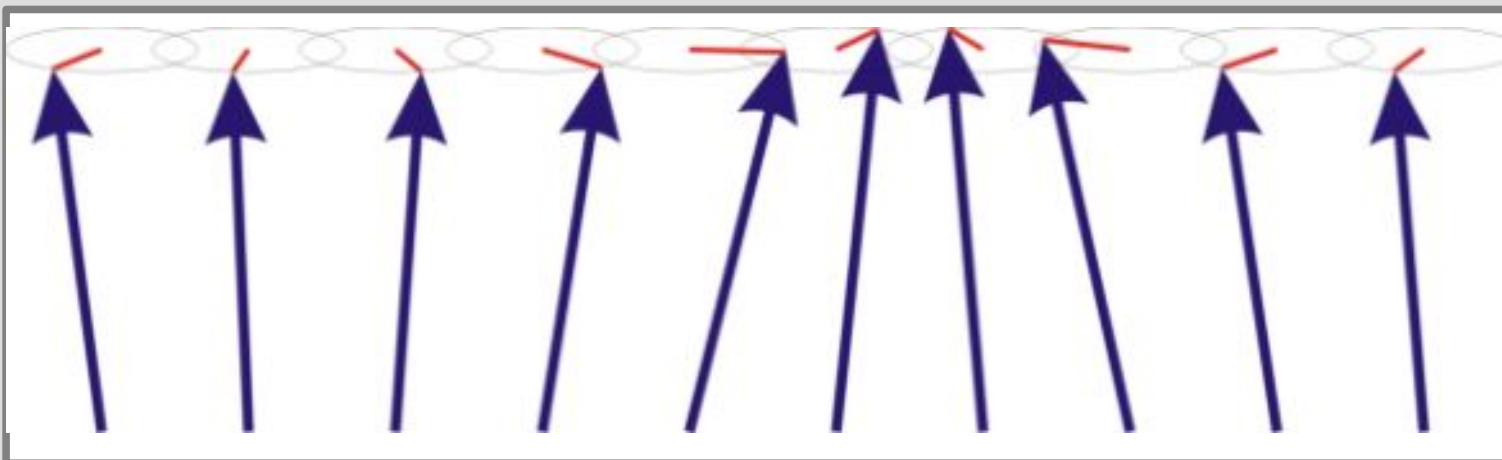
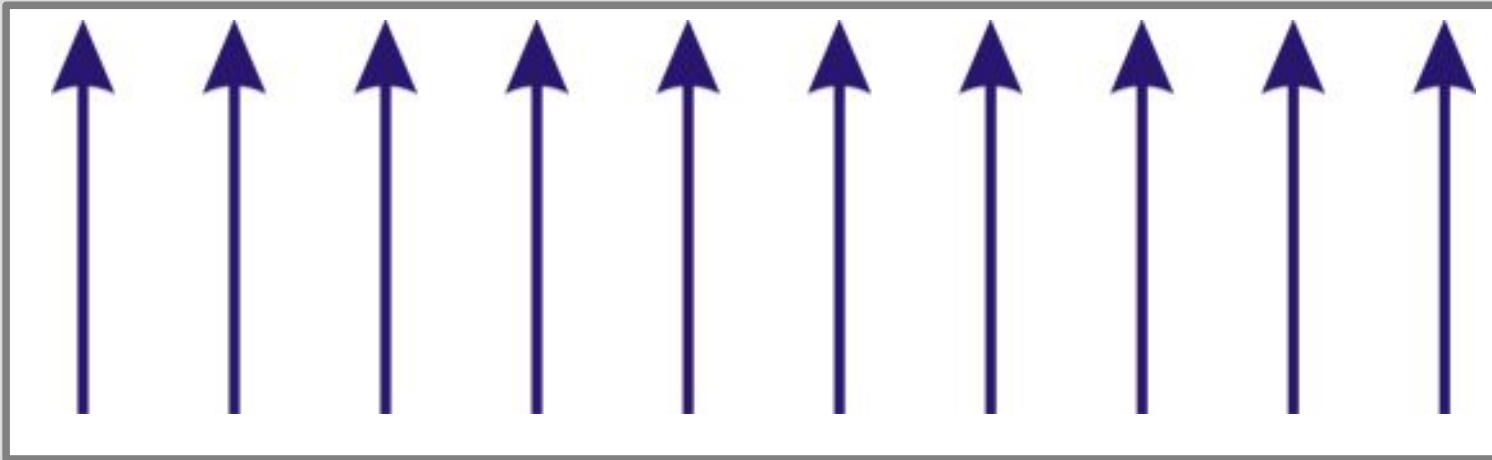
$$C_{mag} \propto T^{3/2}$$



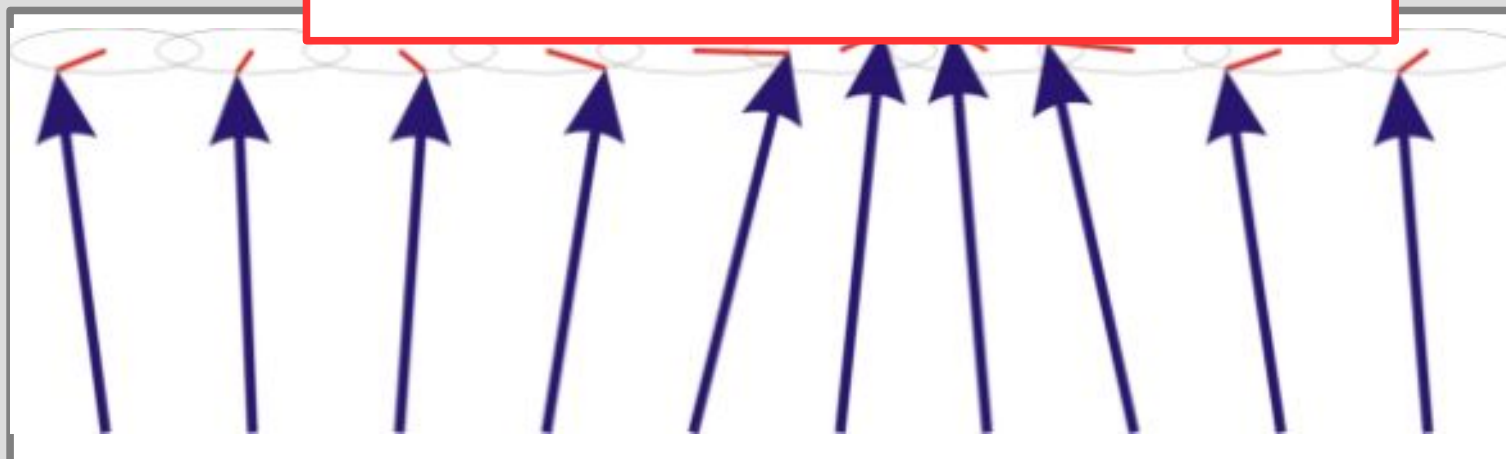
Экспериментальная проверка предсказания спин-волновой теории для ферромагнетика. Исследовался образец железо-итриевого граната, температура Кюри около 550K.

Samuel S. Shinozaki, "Specific Heat of Yttrium Iron Garnet from 1.5° to 4.2°K", Physical Review 122, 388 (1961)

# Закон Блоха



# Закон Блоха



# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{mag} = g \mu_B \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{e^{\hbar \omega / T} - 1}$$

# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{mag} = g \mu_B \frac{V}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3 k}{e^{\hbar\omega/T} - 1}$$

$$\Delta M \propto T^{3/2}$$

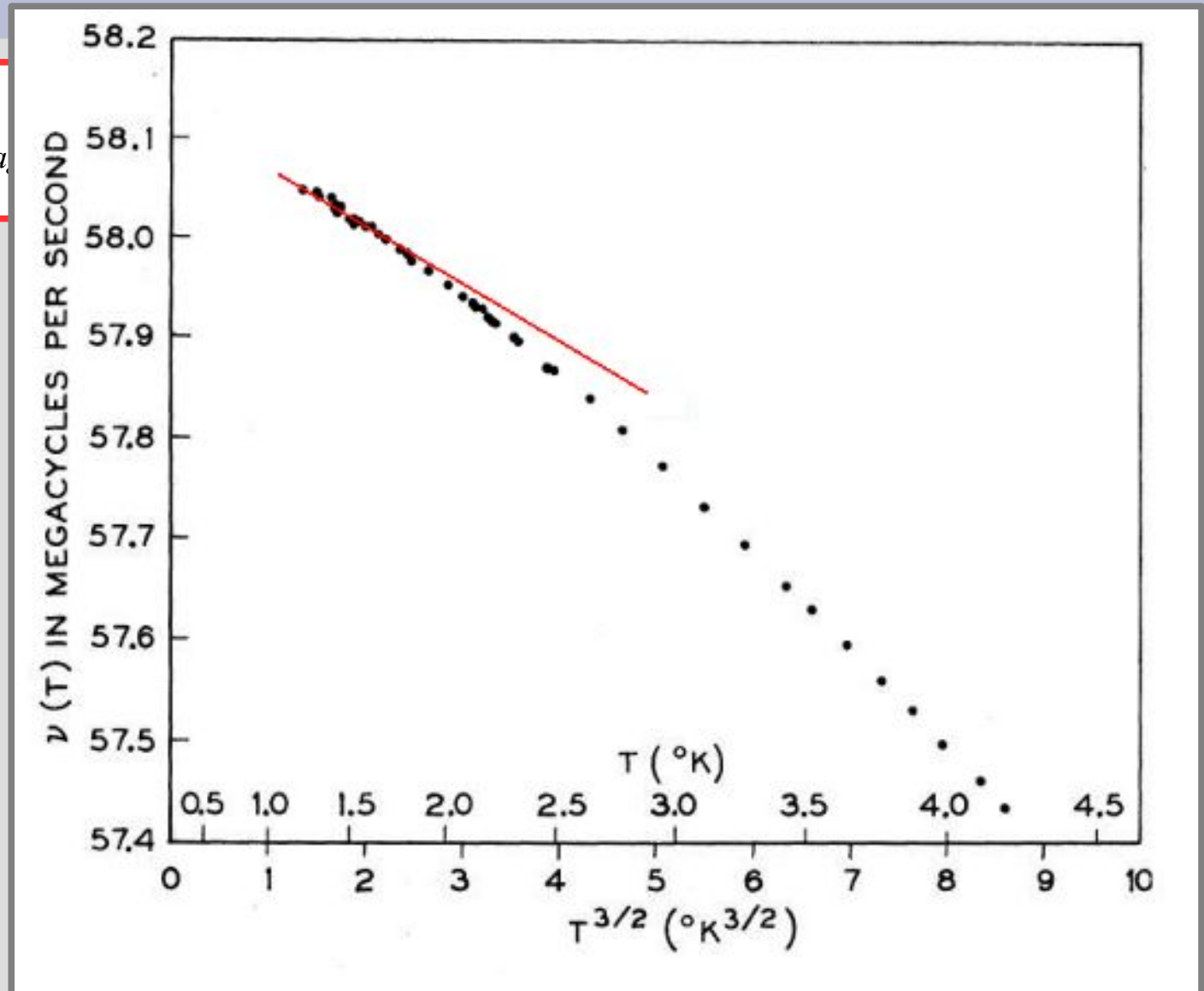
# Закон Блоха

$$\Delta M = g \mu_B N_{ma}$$

$$\Delta M \propto T^{3/2}$$

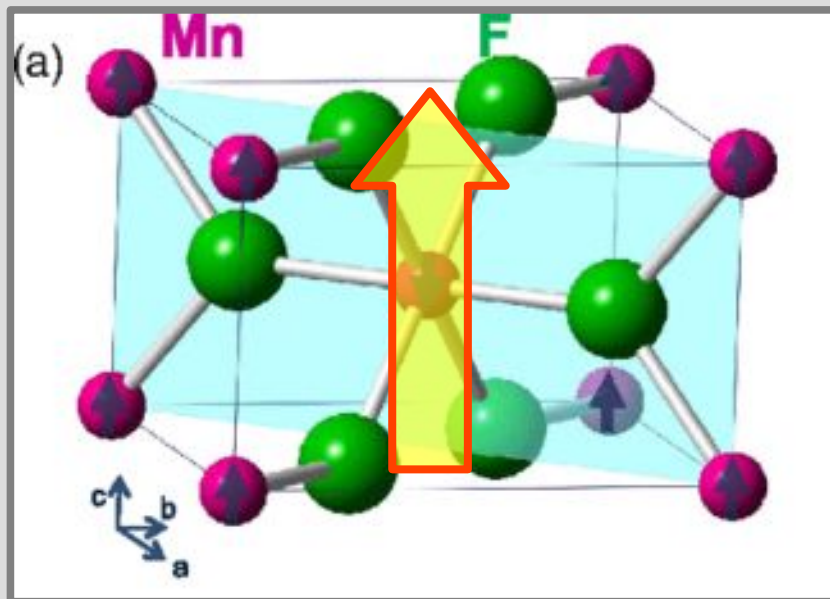
Пример экспериментальной проверки закона Блоха. Исследовался ферромагнетик CrBr<sub>3</sub> с температурой Кюри 37 К. Регистрировалась частота ЯМР на ядрах <sup>53</sup>Cr, изменение которой пропорционально намагниченности ферромагнетика. Отклонение от закона Блоха  $T^{3/2}$  может быть описано учётом отклонения от квадратичного спектра магнов.

A.C.Gossard, V.Jaccarino, J.P.Remeika, "Experimental test of the spin-wave theory of a ferromagnet", Physical Review Letters 7, 122 (1961)



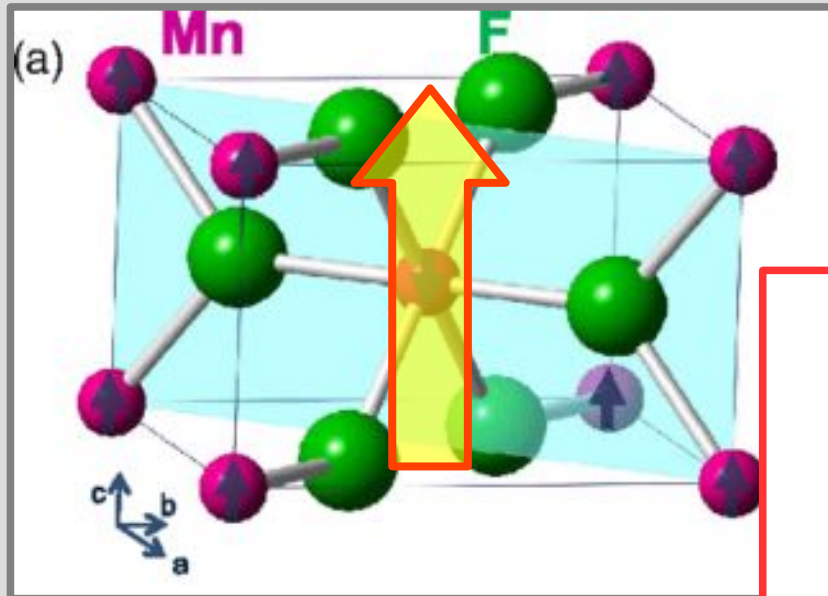
# Часть 6. Анизотропия спин-спиновых взаимодействий. Модель Изинга и XY-модель.

# Энергия анизотропии





# Энергия анизотропии

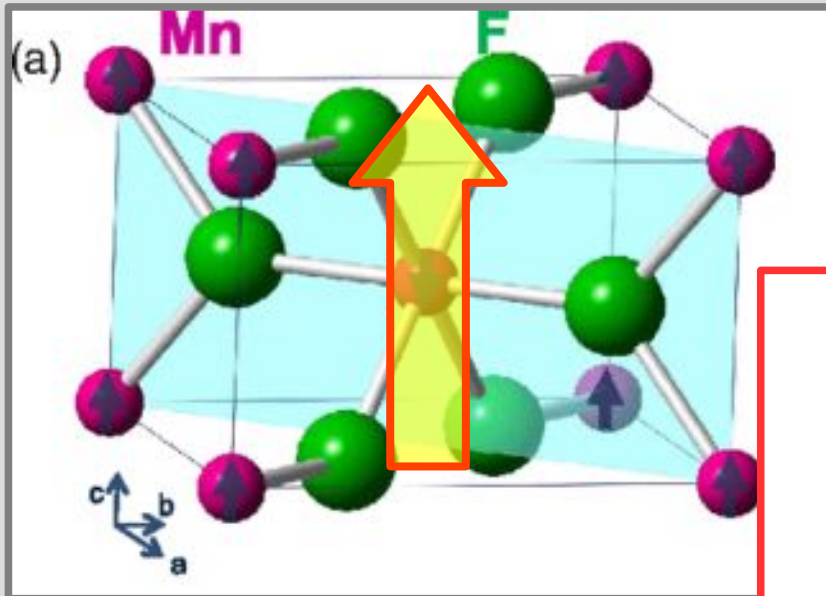


Одноионная  
анизотропия

$$E_a = D S_z^2$$

- $D > 0$ : «легкая плоскость», XY
- $D < 0$ : «легкая ось», ИЗИНГОВСКАЯ

# Энергия анизотропии



Одноионная  
анизотропия

$$E_a = D S_z^2$$

- $D > 0$ : «легкая плоскость», XY

Модель Гейзенберга

$$\sum_{ij} J_{ij} \hat{S}_i \hat{S}_j$$

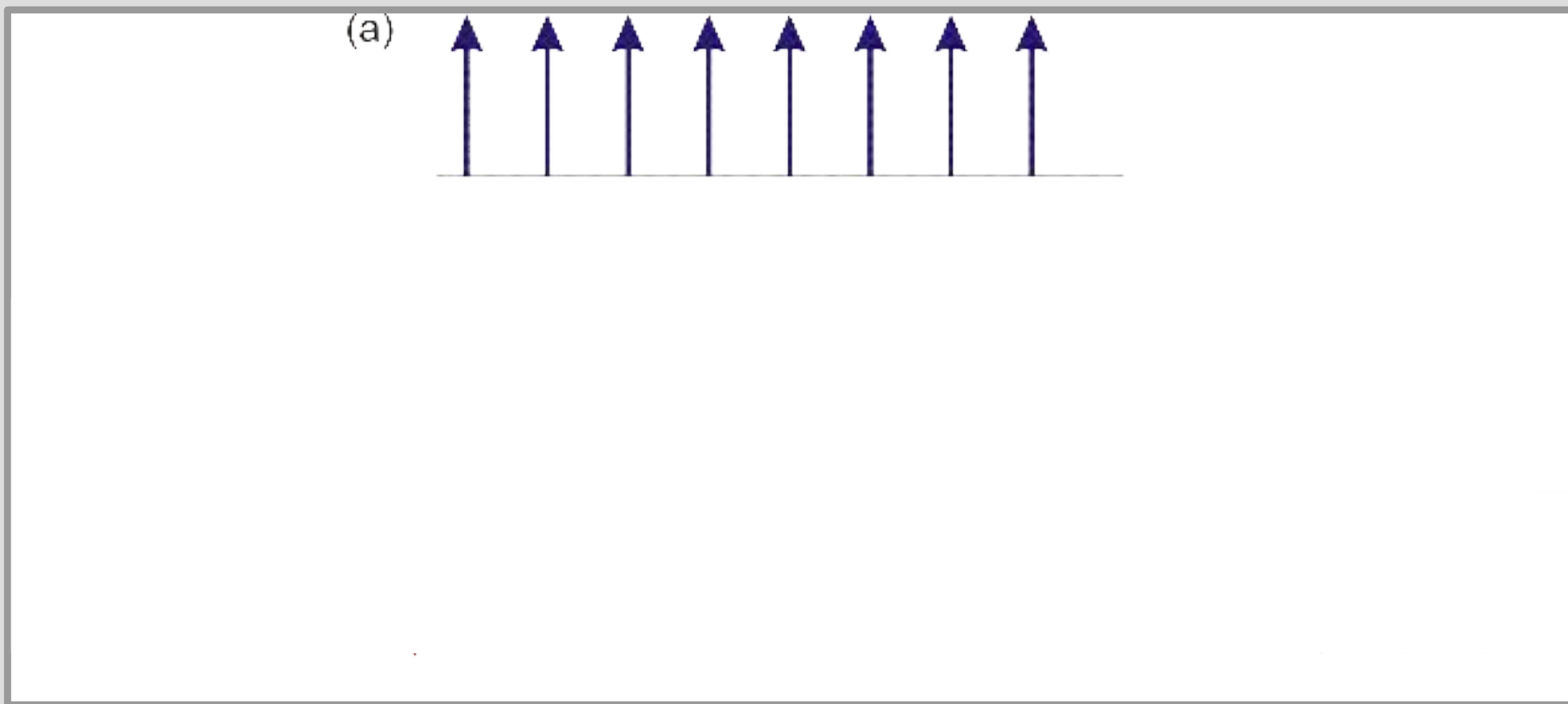
Модель Изинга

$$\sum_{ij} J_{ij} \hat{S}_i^z \hat{S}_j^z$$

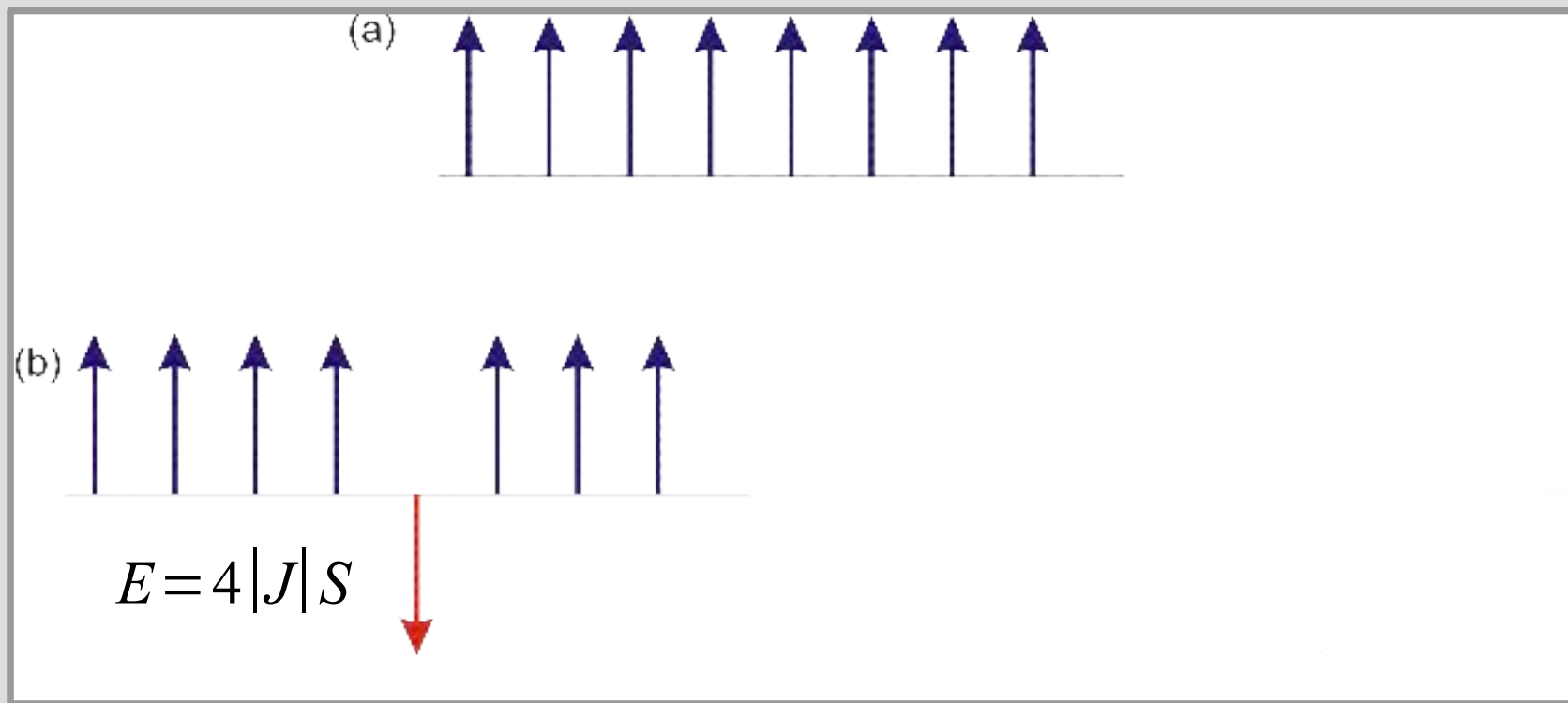
XY-модель

$$\sum_{ij} J_{ij} (\hat{S}_i^x \hat{S}_j^x + \hat{S}_i^y \hat{S}_j^y)$$

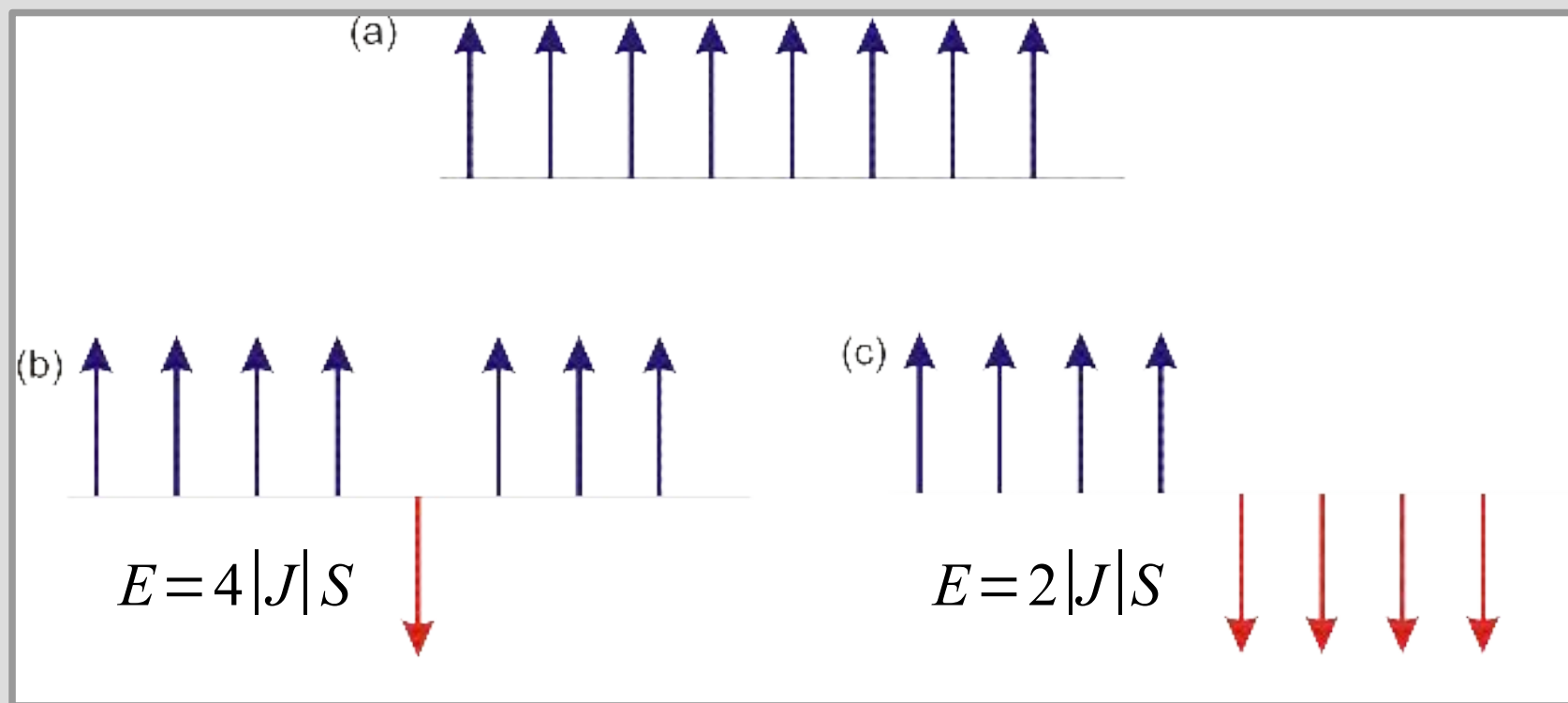
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



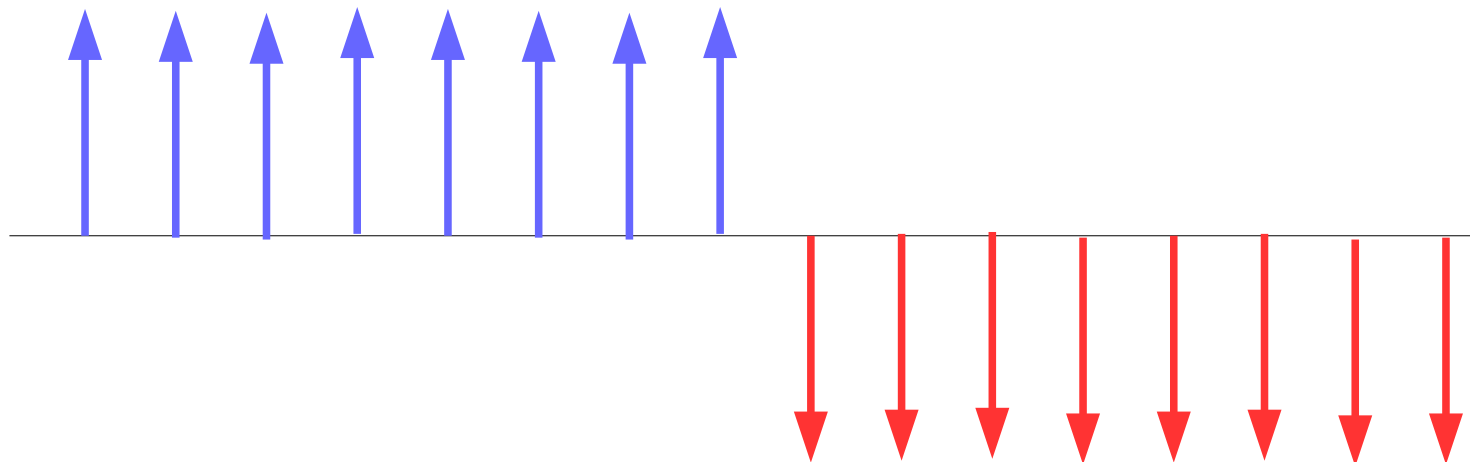
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



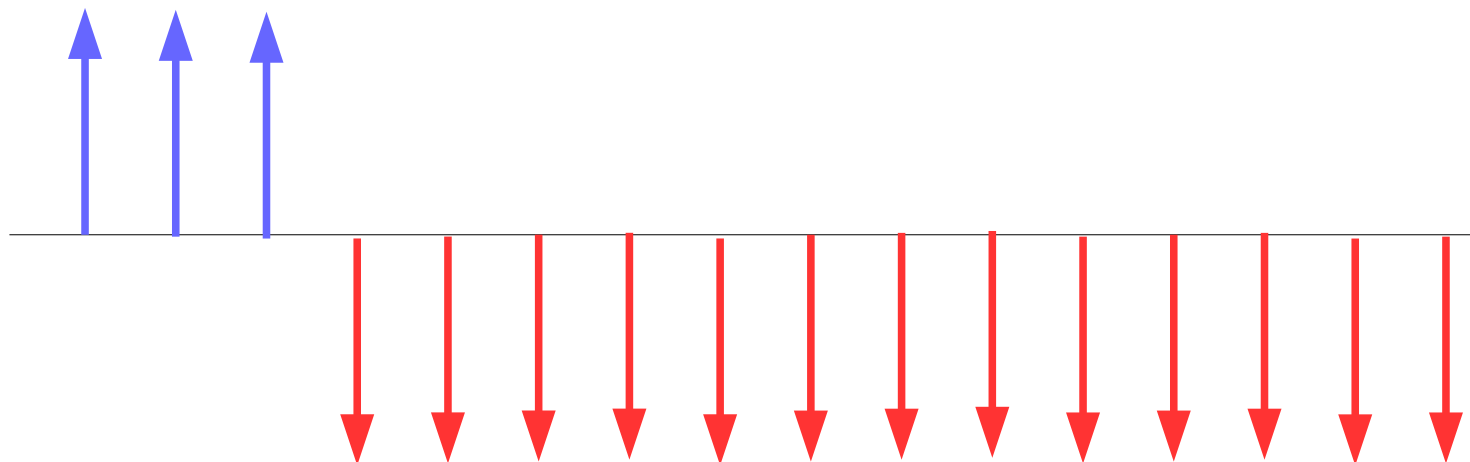
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга



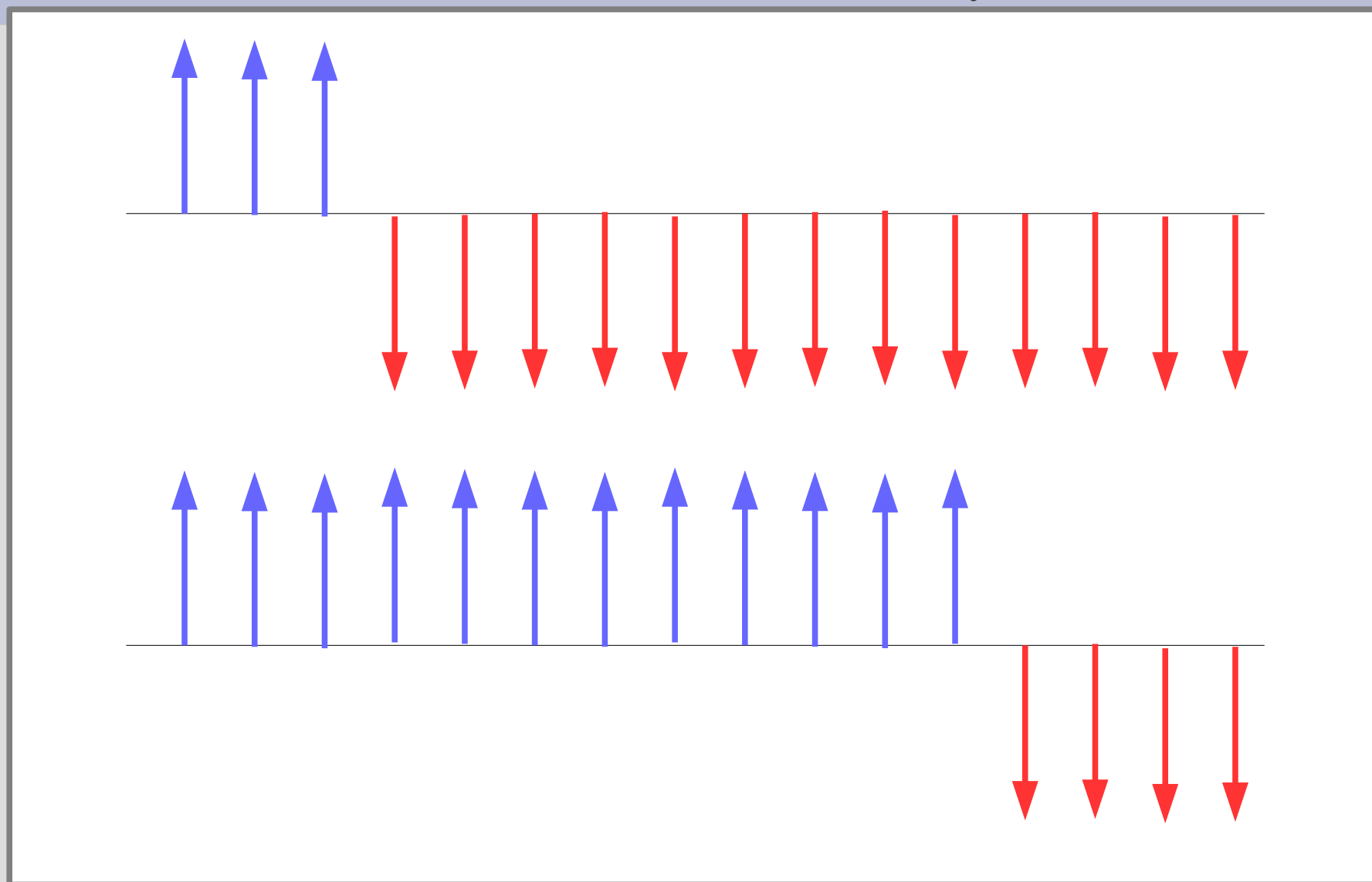
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент

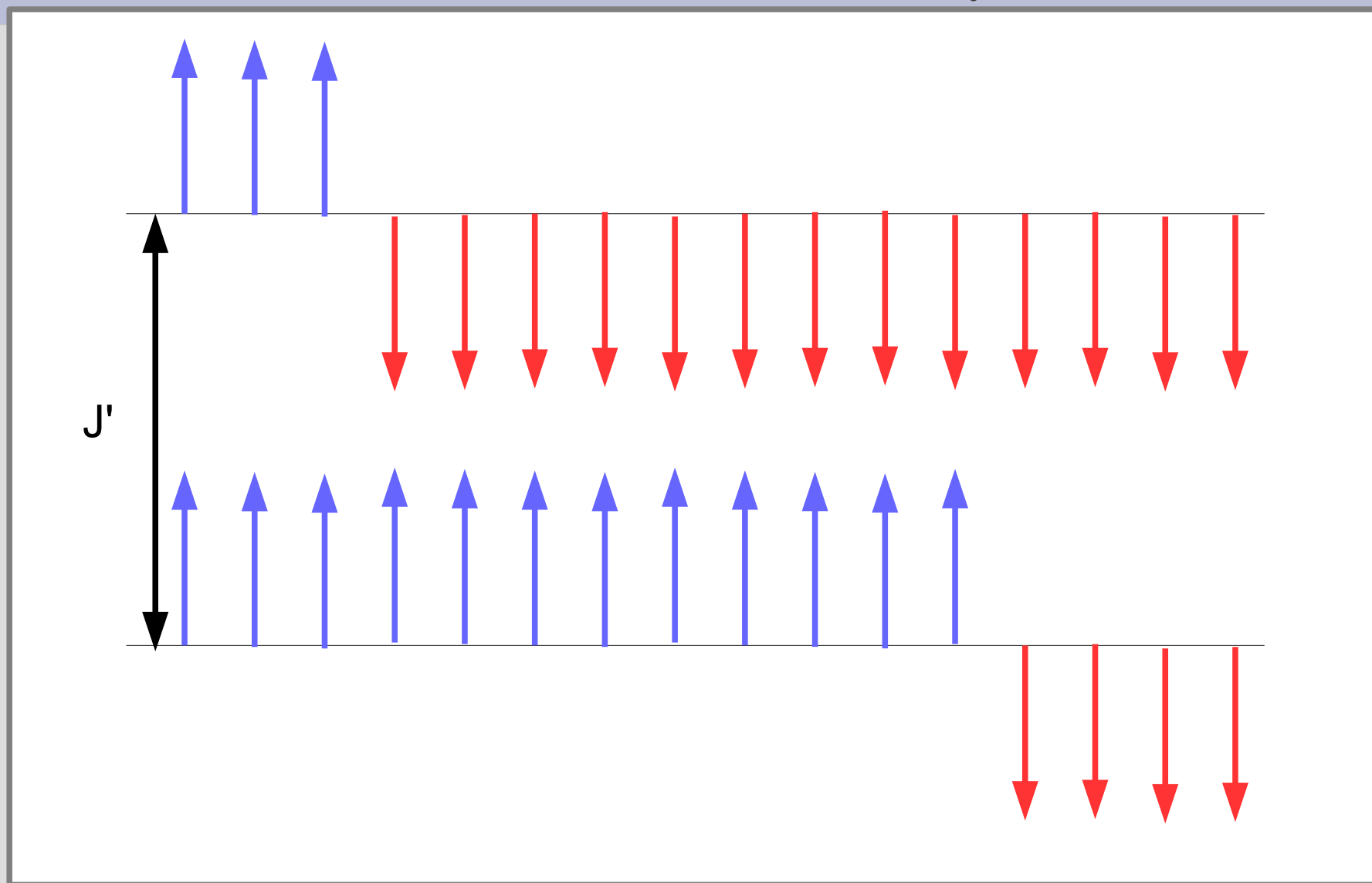


# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент

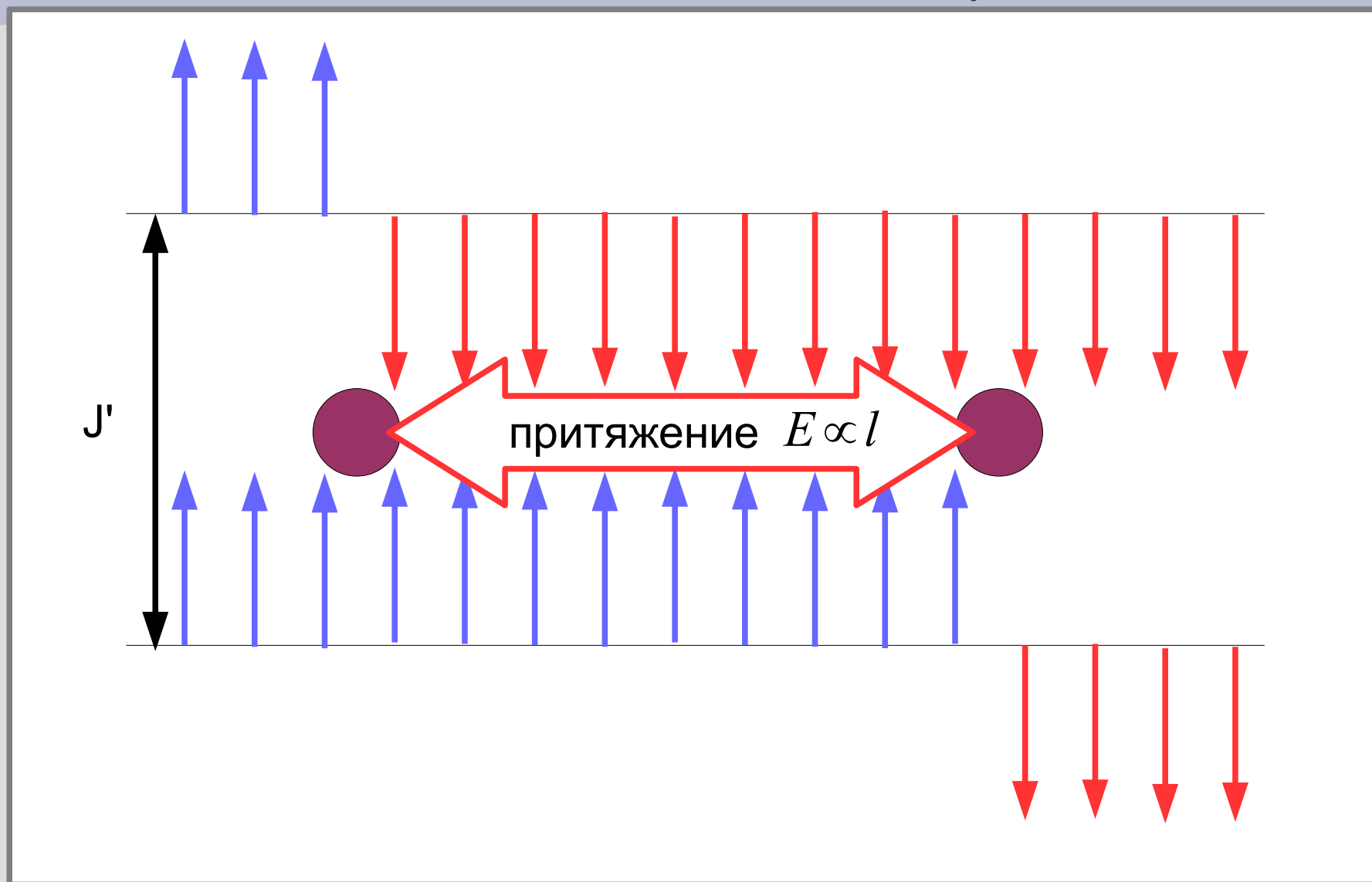




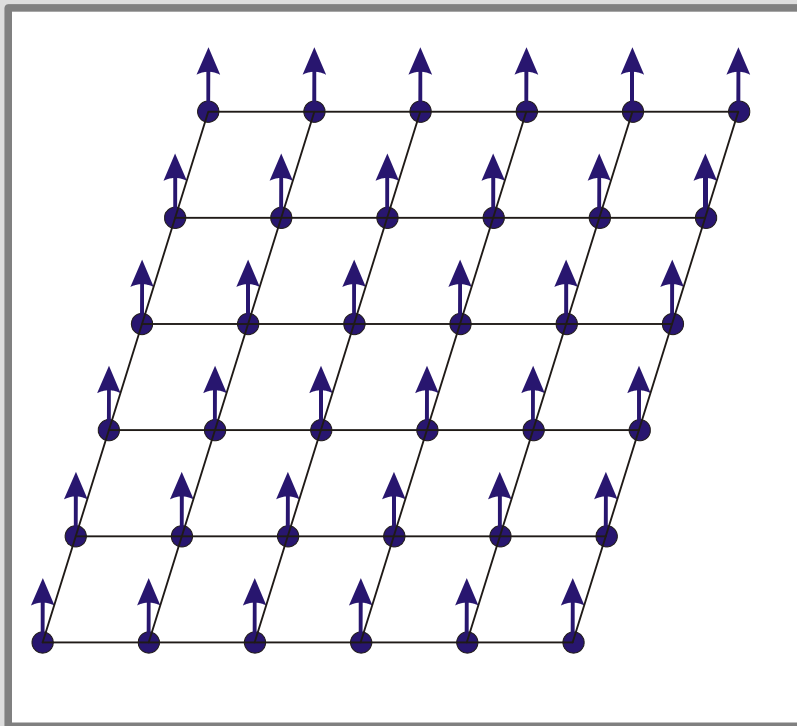
# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



# Элементарные возбуждения одномерной модели Изинга... и конфайнмент



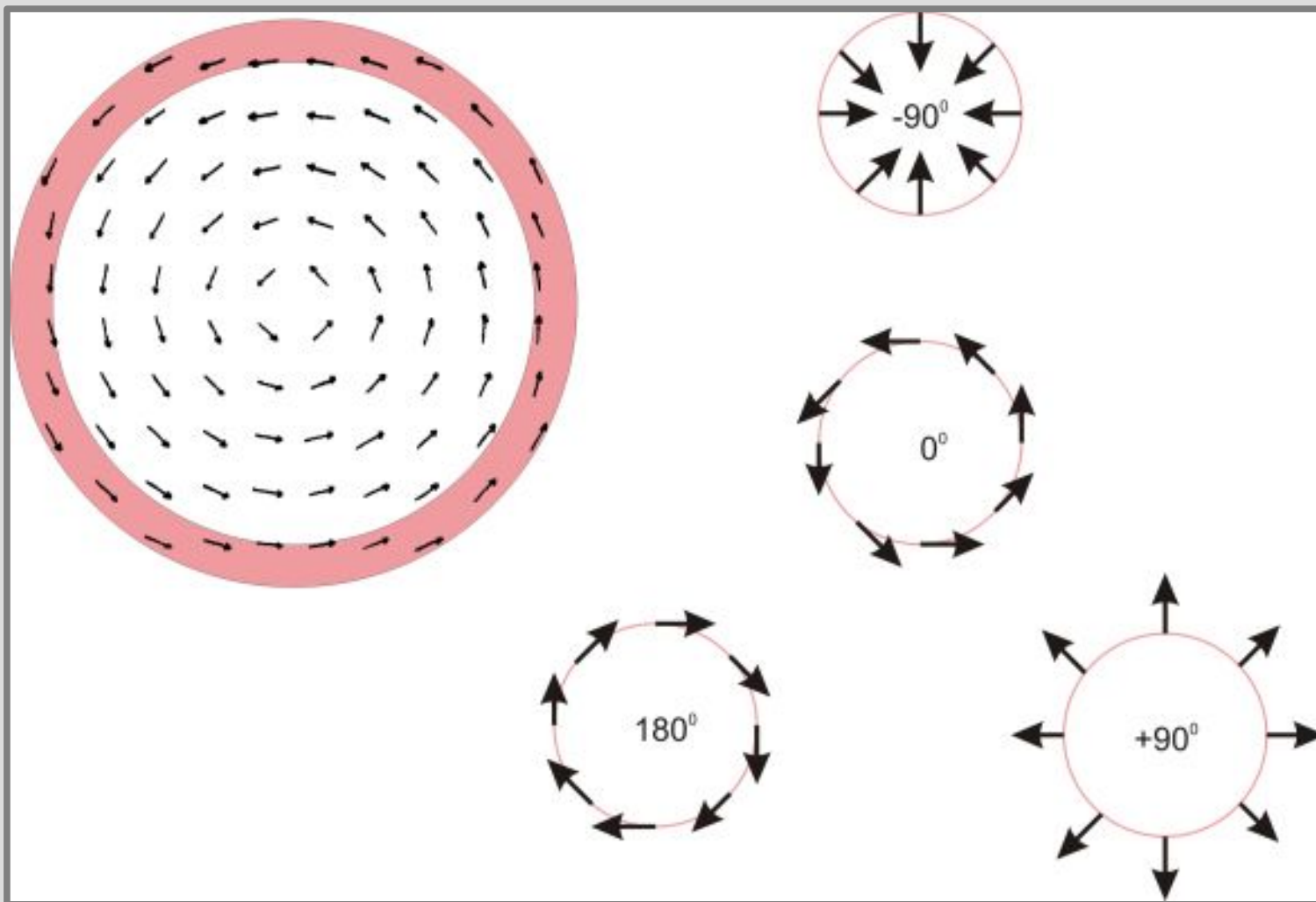
# Отсутствие «обычного» порядка для двумерной XY-модели при $T > 0$



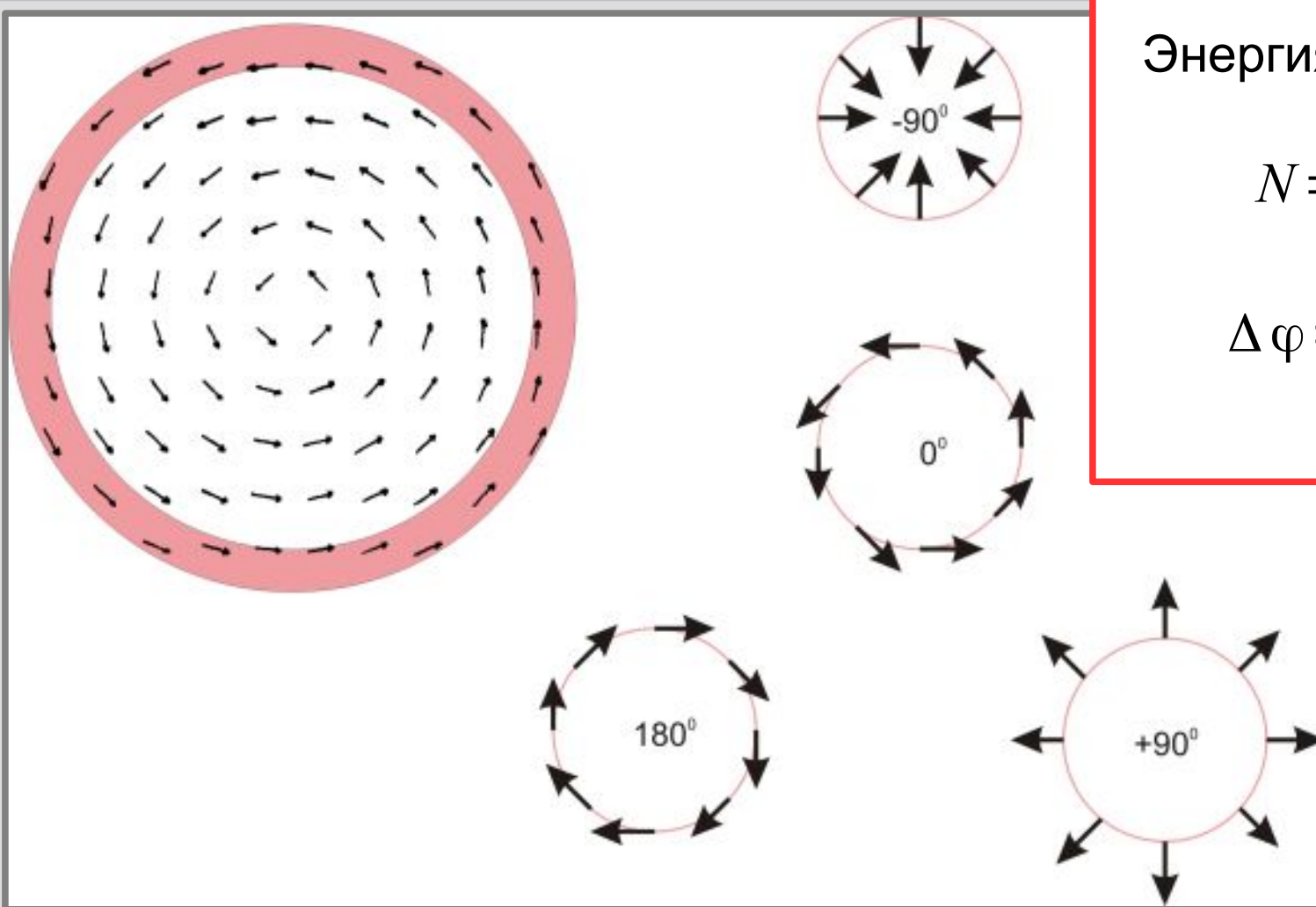
$$\hat{H} = \sum_{\langle i, j \rangle} J_{i, j} \left( \hat{S}_i^x \hat{S}_j^x + \hat{S}_i^y \hat{S}_j^y \right)$$

$$\Delta M \propto N_{\text{магн}} \propto \int \frac{d^2 k}{e^{ak^2/T} - 1} \propto T \int \frac{d\xi}{e^\xi - 1}$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



# Вихревое состояние 2D XY-магнетика

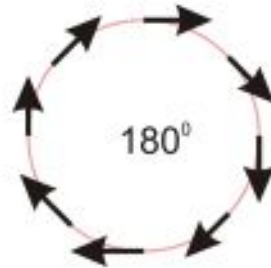
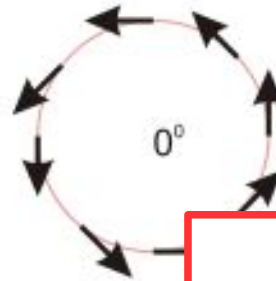
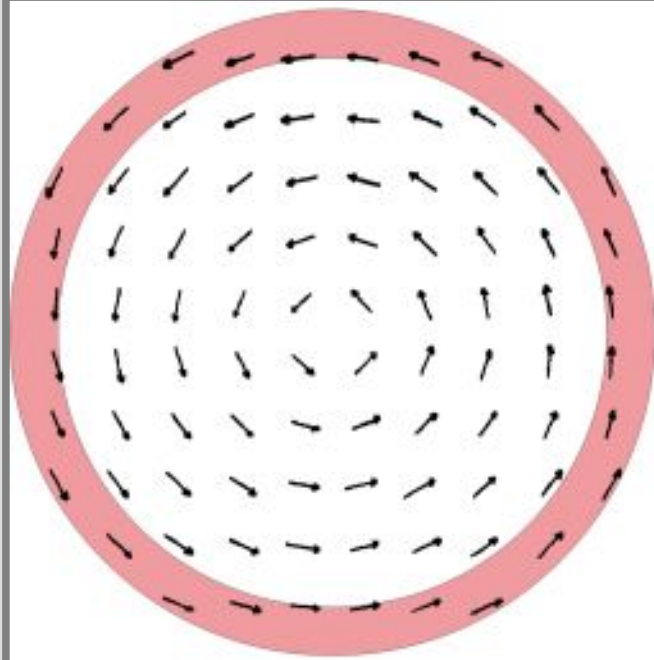


Энергия «вихря»?

$$N = \frac{2\pi r a}{a^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = \frac{a}{r}$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



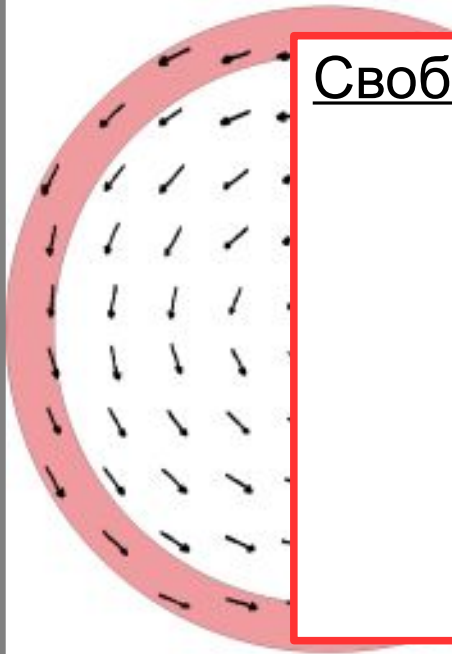
Энергия «вихря»?

$$N = \frac{2\pi r a}{a^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{N} = \frac{a}{r}$$

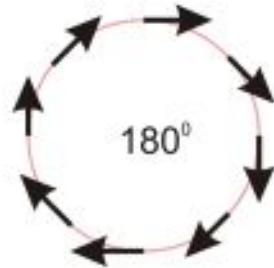
$$E \approx E_0 - \frac{J}{2} \sum_i \left( \frac{a}{r_i} \right)^2 N_{r_i} =$$
$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



Свободная энергия

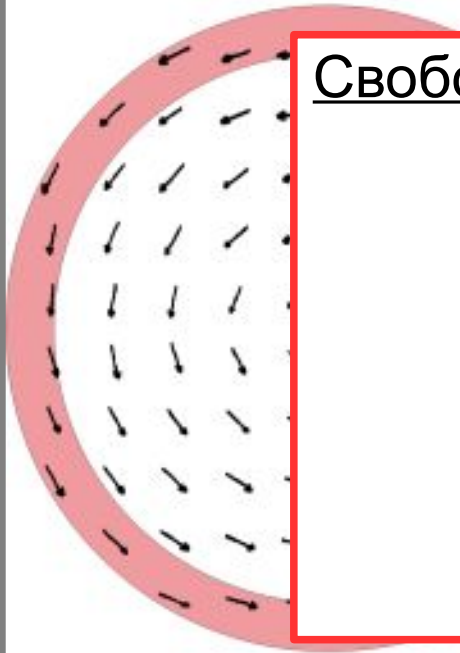
$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$



$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^{N_{r_i}} =$$

$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Вихревое состояние 2D XY-магнетика

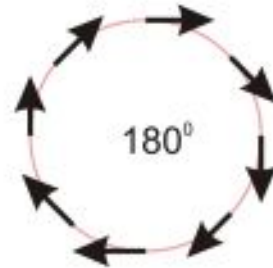


Свободная энергия

$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$

$$\approx F_0 - 2 \left( T - \frac{\pi |J|}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

$$T_c \approx \frac{\pi |J|}{2}$$

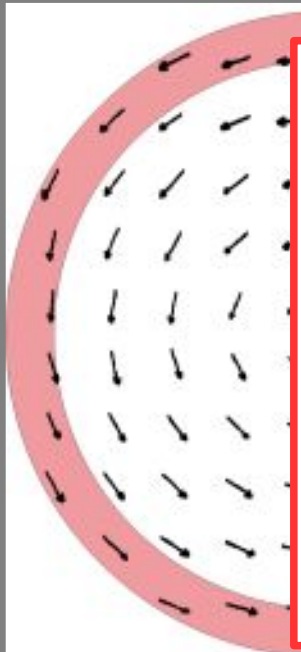


$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^{2N_{r_i}} =$$

$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$



# Вихревое состояние 2D XY-магнетика



Свободная энергия

$$F = E - TS = F_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right) - 2T \ln \left( \frac{R}{r_0'} \right) \approx$$

$$\approx F_0 - 2 \left( T - \frac{\pi |J|}{2} \right) \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

$$T_c \approx \frac{\pi |J|}{2}$$

Топологический  
фазовый переход:

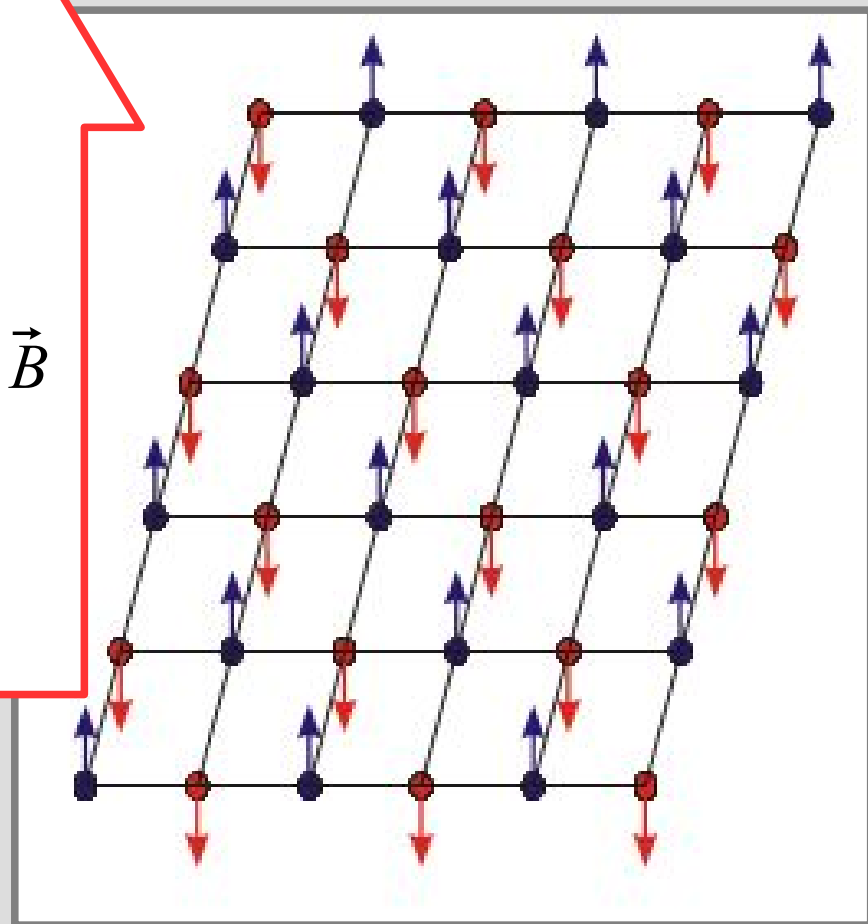
Спонтанное  
образование свободных  
вихрей при  $T > T_c$

$$E \approx E_0 - \frac{1}{2} \sum_i \left( \frac{1}{r_i} \right)^{2N_{r_i}}$$

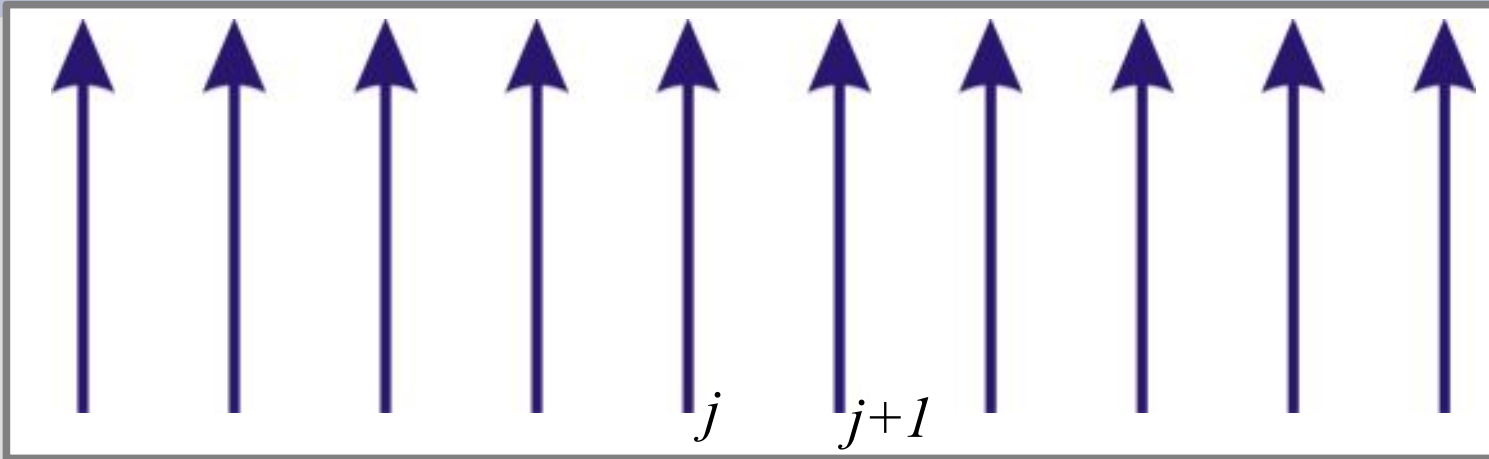
$$= E_0 - \pi J \int \frac{dr}{r} = E_0 - \pi J \ln \left( \frac{R}{r_0} \right)$$

# Часть 7. Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



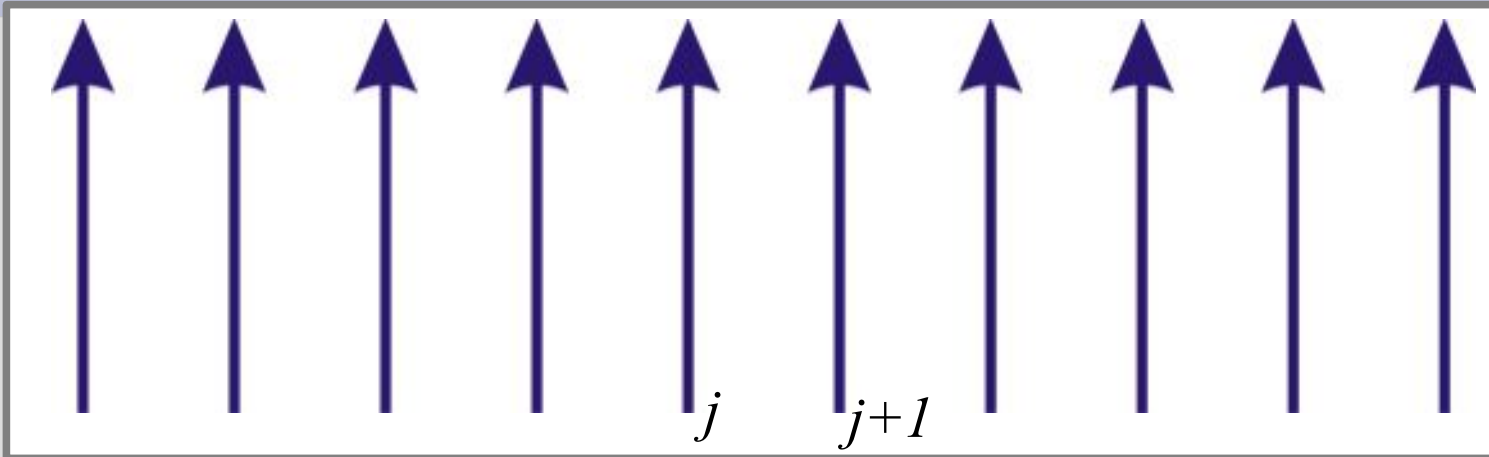
# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots\rangle$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле.



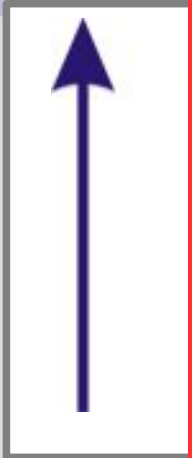
$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = |\dots ++++++ \dots \rangle$$

$$\psi_j = |\dots +++++-++++ \dots \rangle$$

$$\psi(k) = \sum e^{ikR_j} \psi_j$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле



$$\hat{H} \psi(k) = \left[ J \sum \left( S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$= \left( N_{\text{связей}} J \frac{1}{4} - 2 \times 2 \times J \times \frac{1}{4} \right) \psi(k) + \frac{J}{2} (e^{ika} + e^{-ika}) \psi(k) -$$

$$- 2\mu_B B \left( \frac{N_{\text{спинов}}}{2} - 1 \right) \psi(k)$$

$$S = 1/2$$

$$\psi_0 = | \dots ++++++ \rangle$$

$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\psi_j = | \dots +++++-+++++ \dots \rangle$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

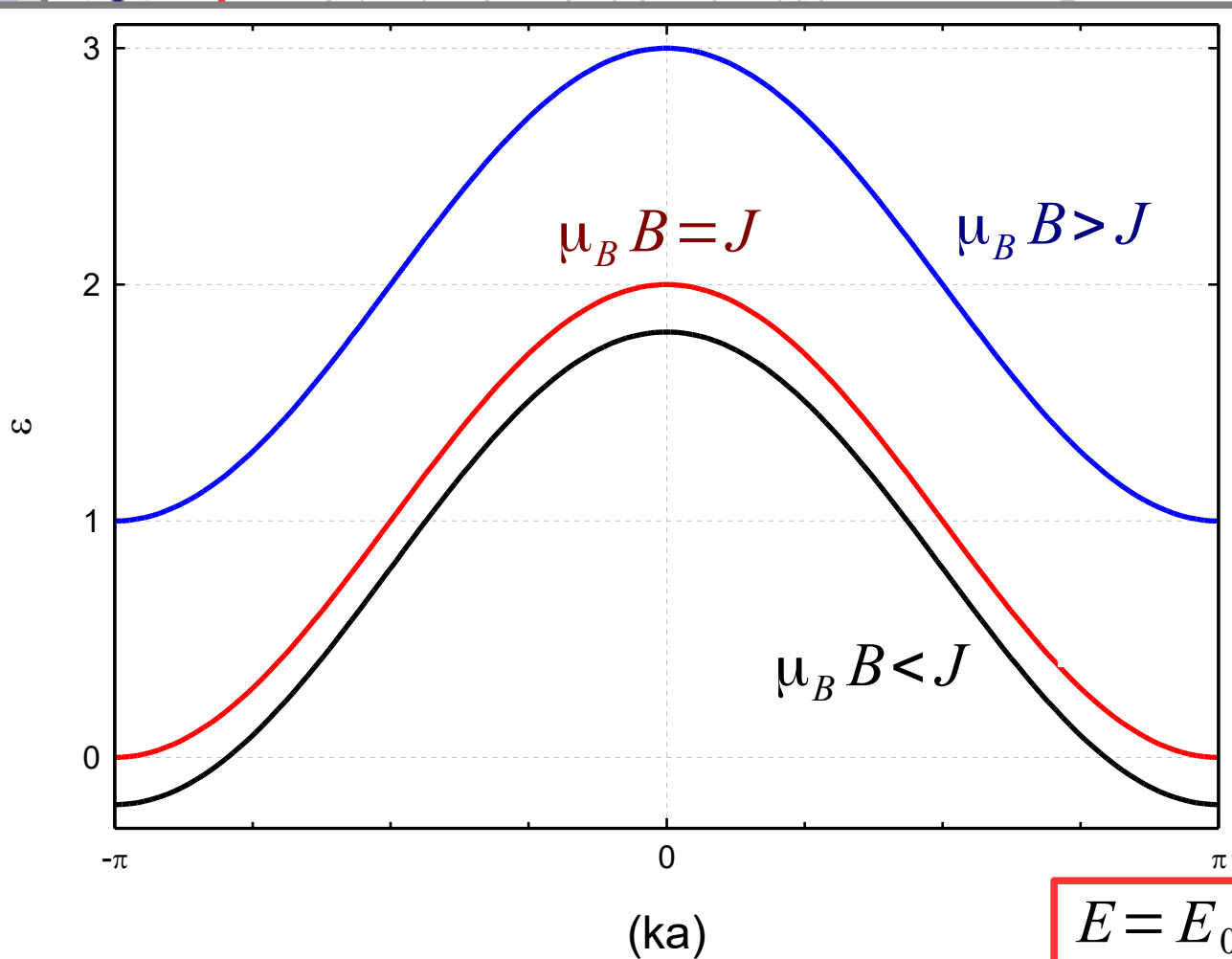
$$\psi(k) = \sum e^{ikR_j} \psi_j$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле

$$\hat{H} \psi(k) = \left[ J \sum \left( S_j^z S_{j+1}^z + \frac{S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+}{2} \right) - 2\mu_B B \sum S_j^z \right] \psi(k) =$$

$$\left( e^{ika} + e^{-ika} \right) \psi(k) -$$

$$\psi(k)$$



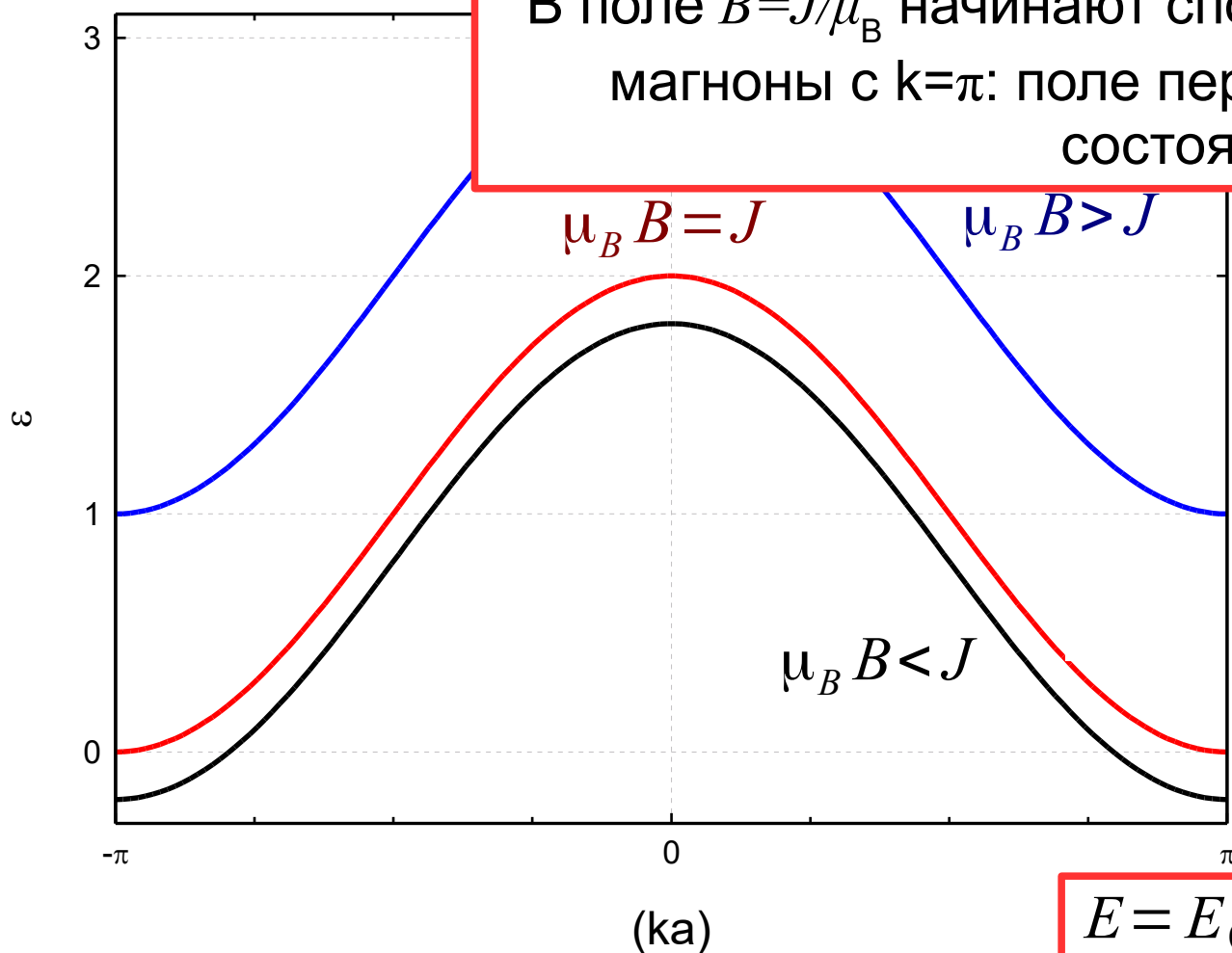
$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

# Квантовое рассмотрение задачи о насыщении антиферромагнетика в большом поле

$$\hat{H} \psi(k) = \left[ \sum_j (\alpha_j^z \alpha_{j+1}^z + S_j^+ S_{j+1}^- + S_j^- S_{j+1}^+) \right] \psi(k)$$

В поле  $B = J/\mu_B$  начинают спонтанно образовываться магноны с  $k = \pi$ : поле перехода в насыщенное состояние.



$\psi(k)$

$$E = E_0 + J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$

$$\varepsilon = J \cos(ak) - J + 2\mu_B B$$



