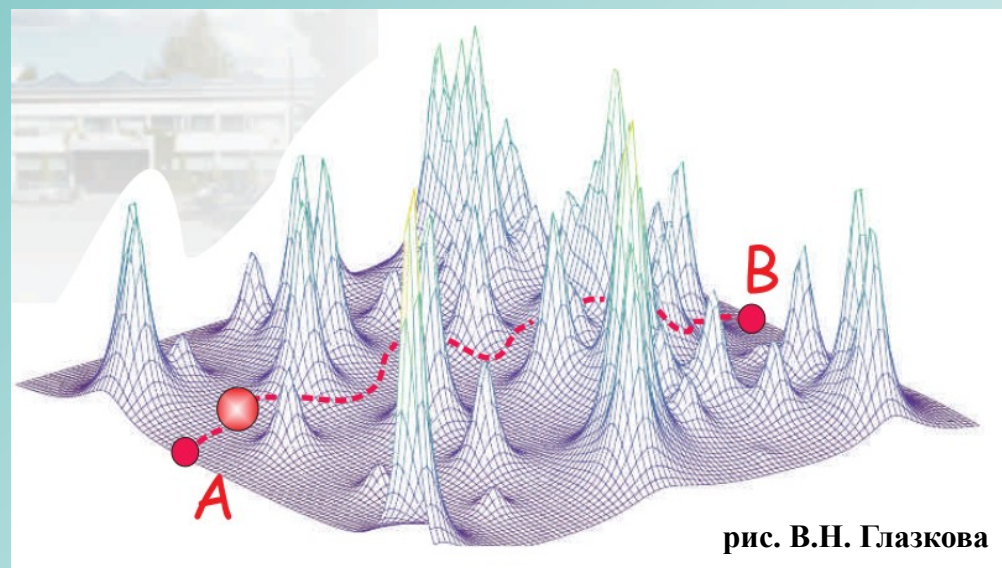


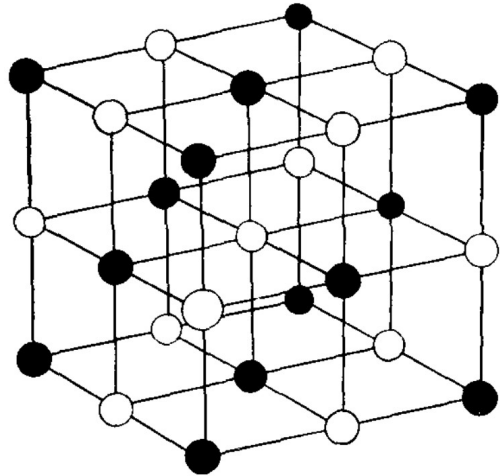
# Электрон как волна в квантовом проводнике: из точки А в точку В в случайном потенциале

В.С. Храпай



Институт Физики Твёрдого Тела РАН  
Institute of Solid State Physics RAS

# Электрон в периодическом потенциале (теория Блоха)

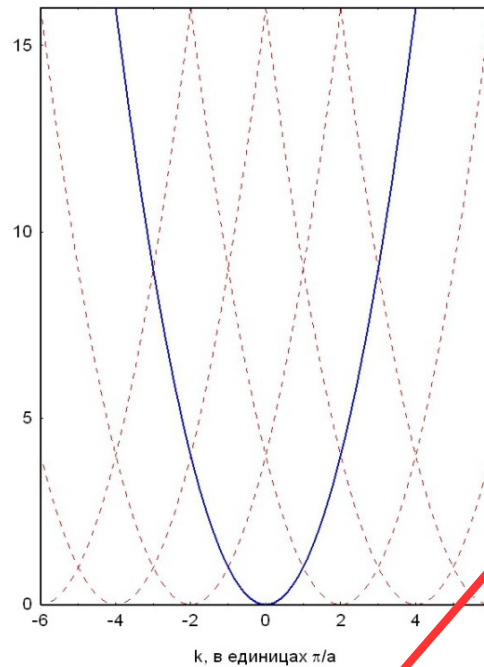


Фиг. 4.24. Структура типа хлорида натрия.

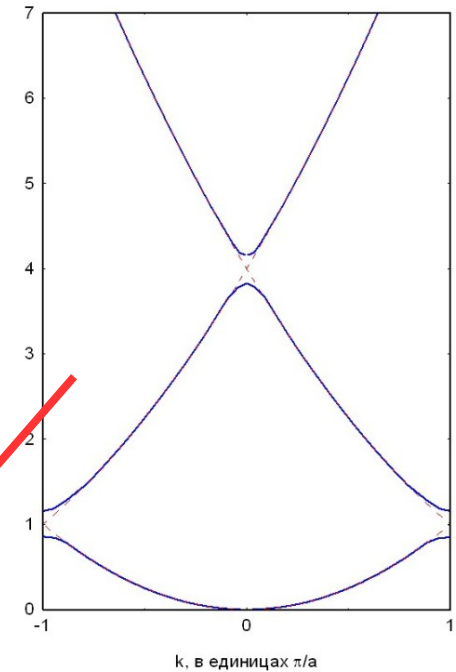
Ашкрофт, Мермин Физика Твёрдого Тела

## Зависимость энергии от (квази)-импульса

Приближение слабой связи.



из лекции В.Н. Глазкова



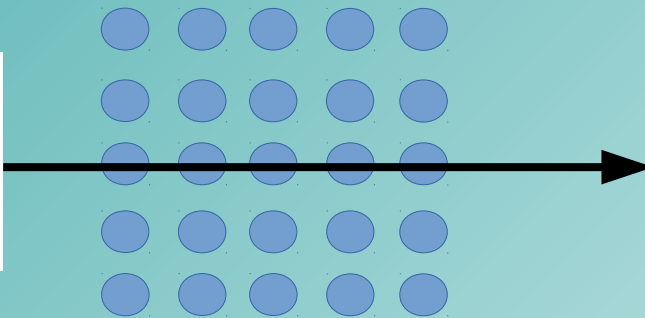
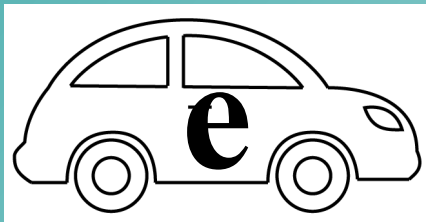
Классификация кристаллов по положению уровня Ферми

(изолятор, металл, полуметалл, полупроводник)

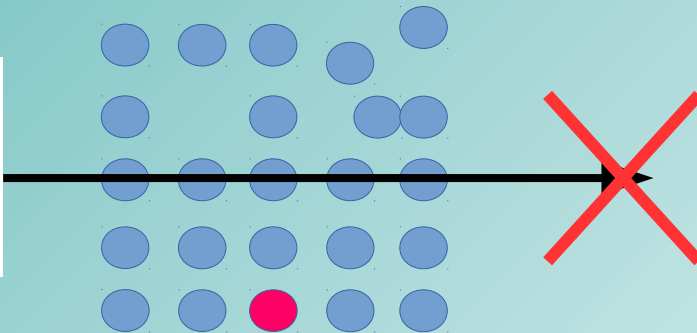
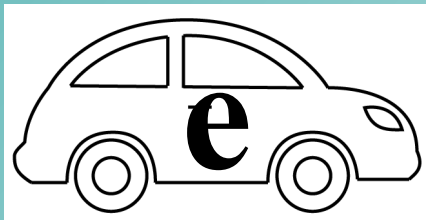
# Зонная структура — результат интерференции



Рисунки взяты из  
[www.lesyadraw.ru](http://www.lesyadraw.ru)  
[www.wnycstudios.org](http://www.wnycstudios.org)



В строго упорядоченном квантовом  
лесу легко и непринужденно  
проедет квантовое авто



Любой дефект структуры  
ведет к случайному отражению  
Квантовая диффузия квантового авто!

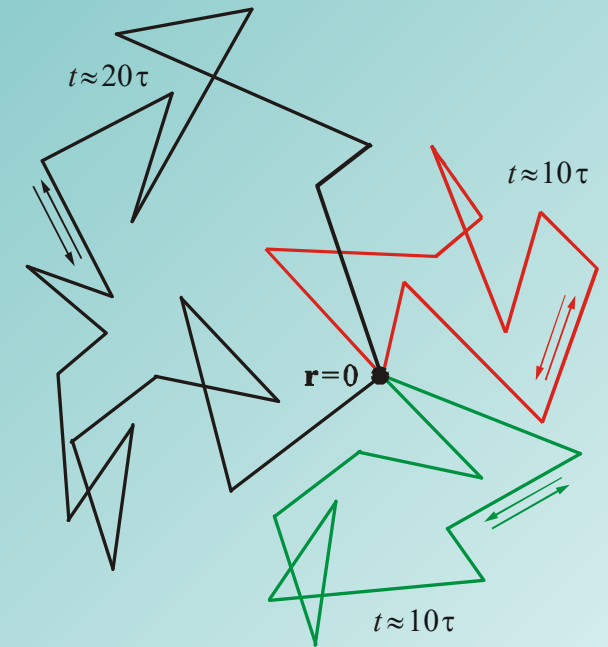
# Отличие квантовой диффузии от классической

$$p(r, t) = \frac{1}{(4\pi Dt)^{d/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right), \quad r^2 = \sum_{i=1}^d x_i^2$$

*Коэффициент диффузии*  $D = \frac{1}{d} lv \approx \tau v^2 = \frac{l^2}{\tau}$

*Ширина распределения после N шагов*

$$l\sqrt{N} = l\sqrt{\frac{t}{\tau}} = \sqrt{Dt} = L_N$$

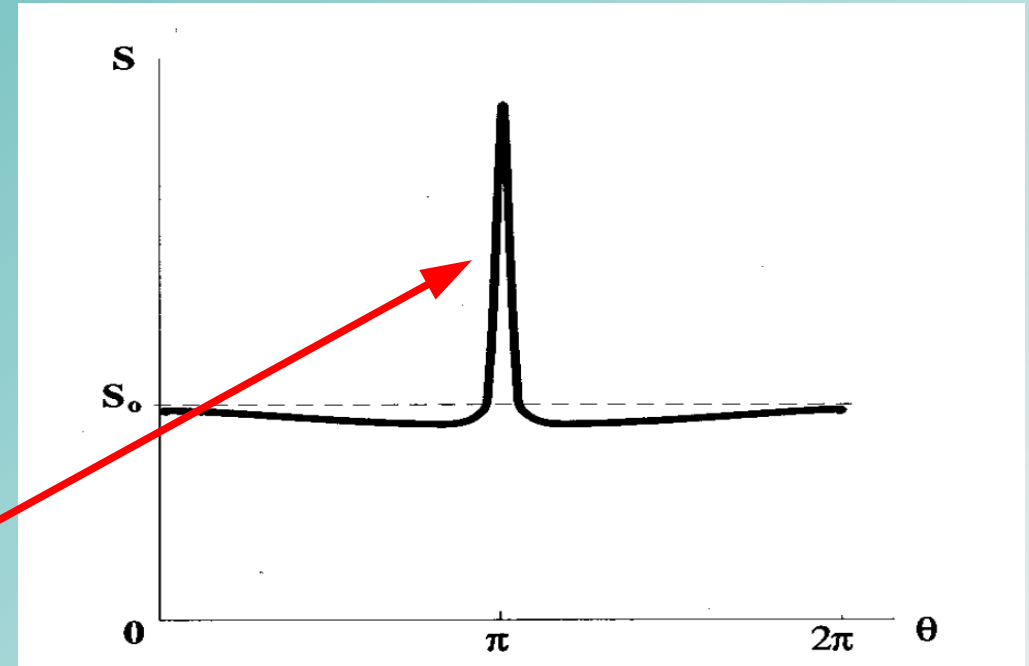
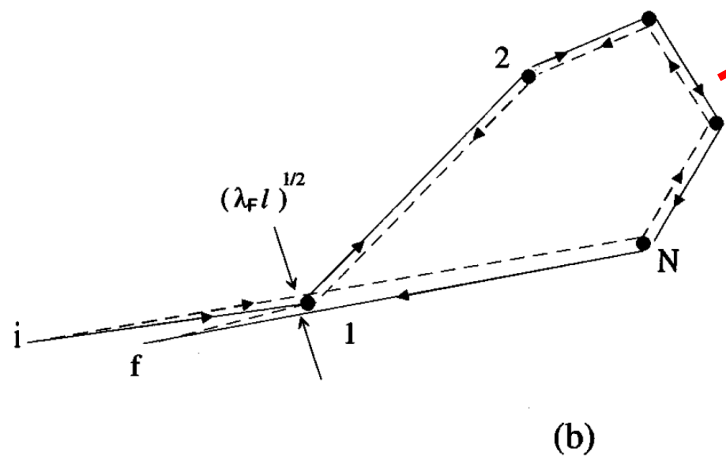
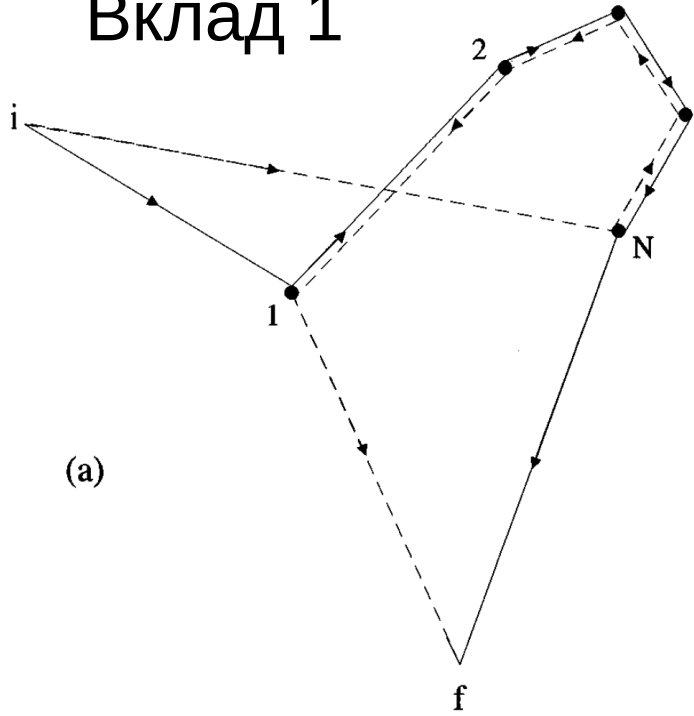


**Без интерференции**  $|A_1|^2 + |A_2|^2 = 2A^2$

**С интерференцией**  $|A_1 + A_2|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2A_1A_2 = 4A^2$   
**(конструктивной)**

# Интерференционная добавка в сечение рассеяния

Вклад 1



Сечение рассеяния зависит от угла, усиливается рассеяние строго назад.

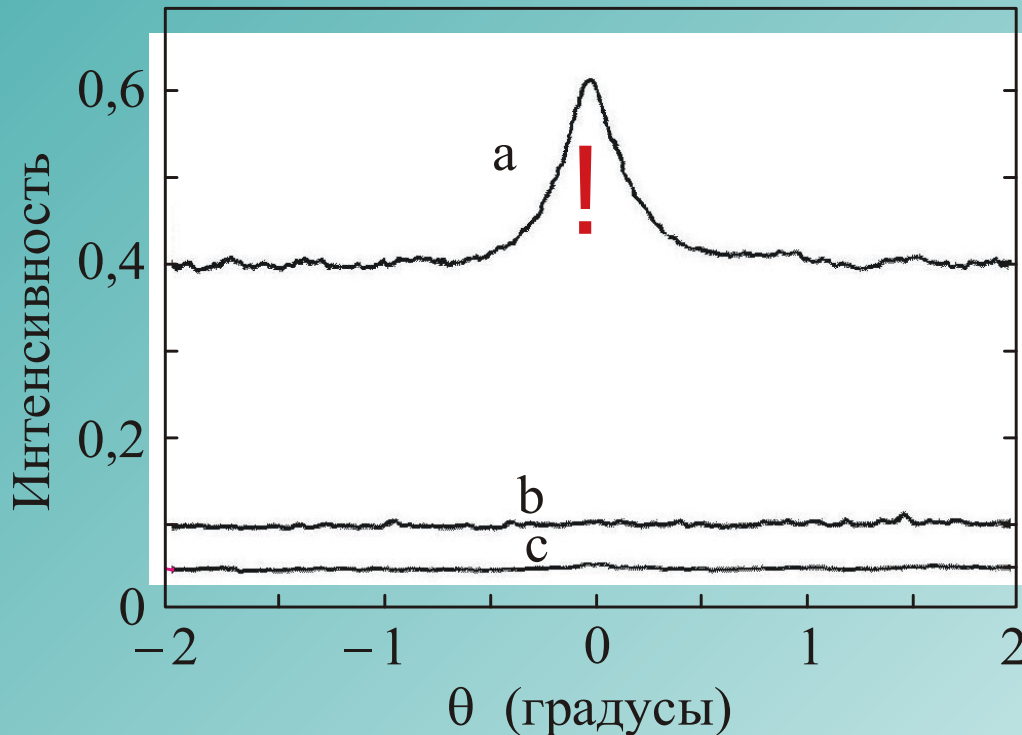
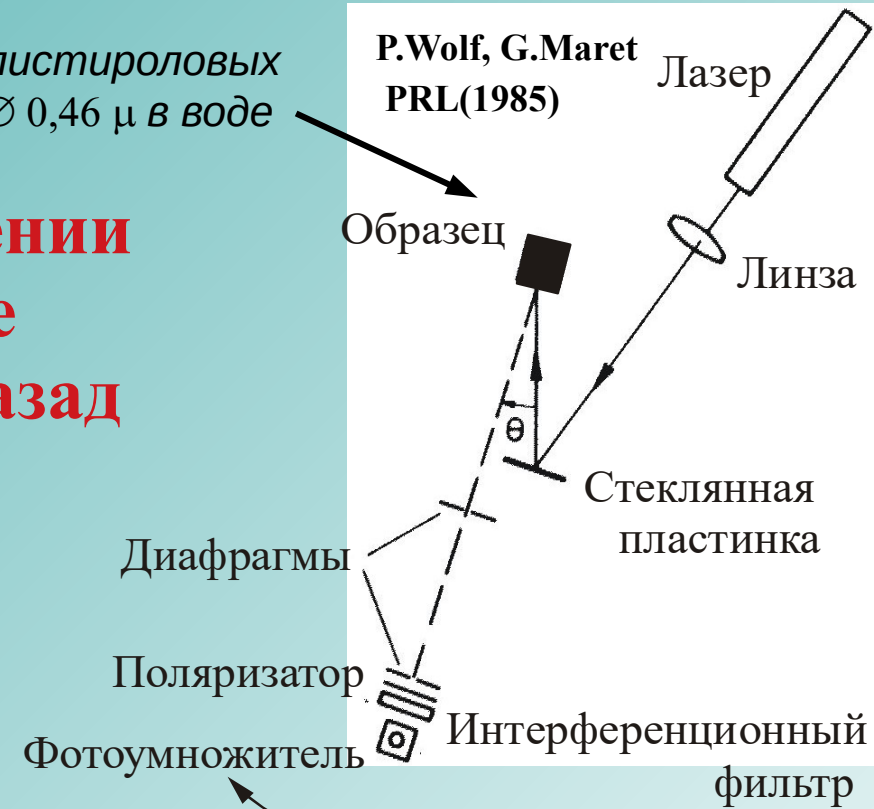
Дмитриев, Качоровский, Горный PRB 1997

# Полный аналог – когерентное рассеяние света назад

При диффузионном распространении света наблюдается увеличение вероятности рассеяться строго назад

Взвесь полистироловых шариков  $\varnothing 0,46 \mu$  в воде

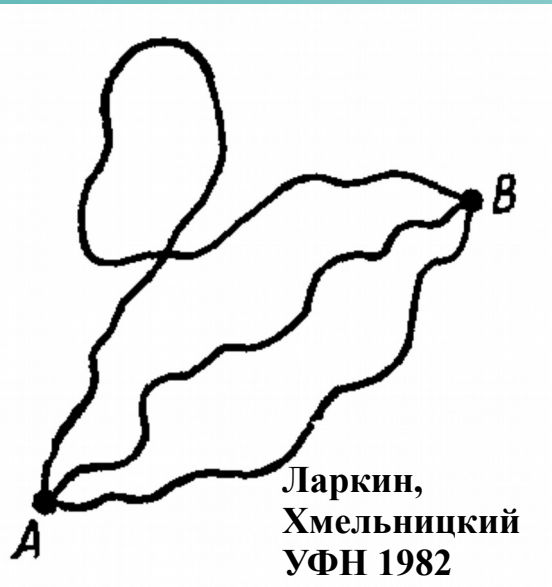
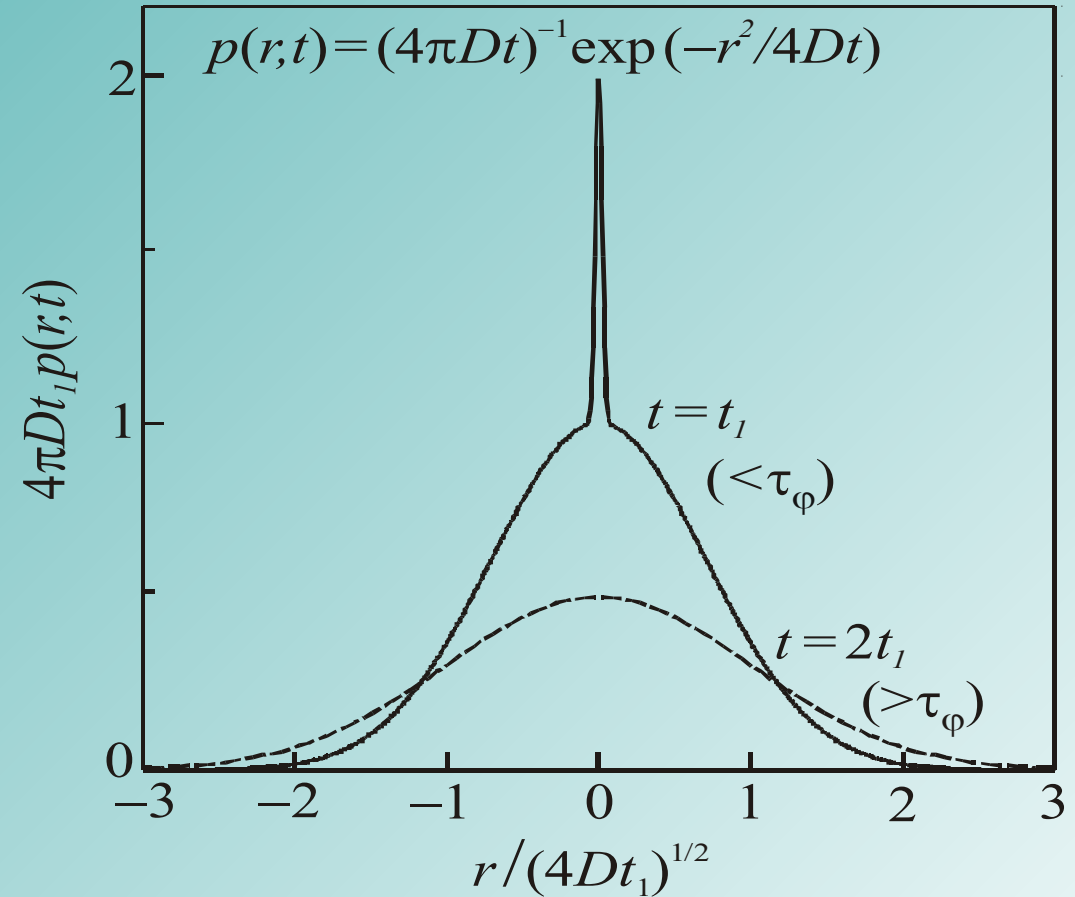
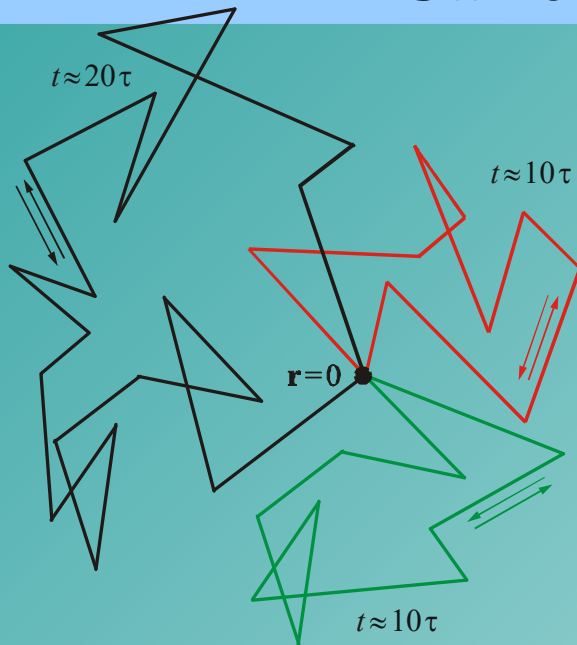
P.Wolf, G.Maret  
PRL(1985)



Проверочные эксперименты: без взвеси шариков (b)  
без сосуда с жидкостью (c)

# Слабая локализация.

## Самопересекающиеся траектории



**При квантовой диффузии вероятность перехода  $A \rightarrow B$  уменьшается из-за интерференции на самопересекающихся траекториях**

# Прикидка эффекта слабой локализации (грубо).

## Подсчет числа самопересечений в разных размерностях

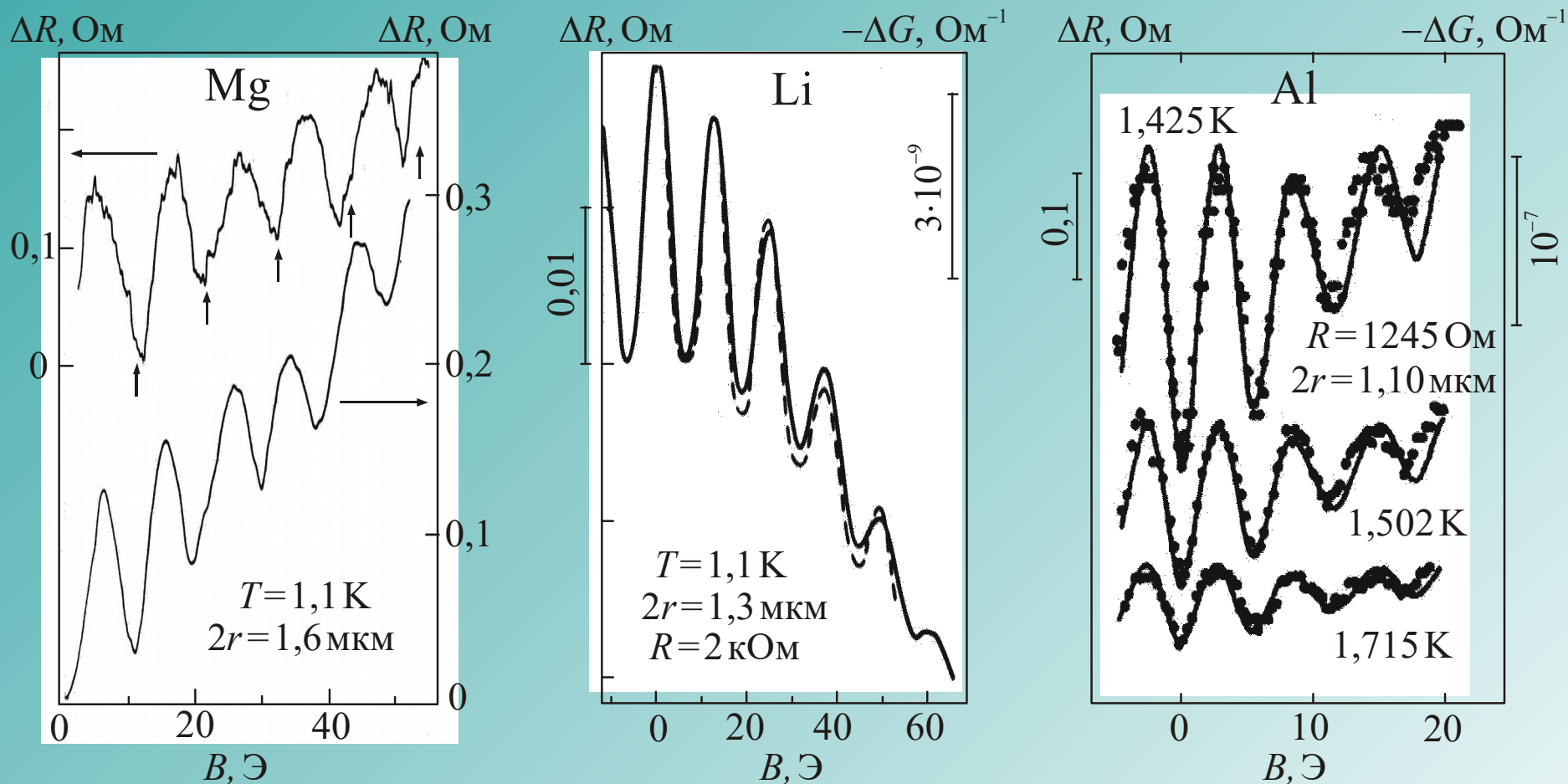
$$\begin{aligned} d=3 \quad \frac{\Delta\sigma}{\sigma} &\approx -\int_{\tau}^{\tau_{\phi}} \frac{v_F \lambda^2 dt}{(Dt)^{3/2}} \approx -\frac{v_F \lambda^2}{D^{3/2}} (\tau^{-1/2} - \tau_{\phi}^{-1/2}) \approx \frac{1}{k_F^2 l} \left( \frac{1}{L_{\phi}} - \frac{1}{l} \right) \\ d=2 \quad \frac{\Delta\sigma}{\sigma} &\approx -\int_{\tau}^{\tau_{\phi}} \frac{v_F \lambda^2 dt}{(Dt)b} \approx -\frac{v_F \lambda^2}{Db} \ln \frac{\tau_{\phi}}{\tau} \\ d=1 \quad \frac{\Delta\sigma}{\sigma} &\approx -\int_{\tau}^{\tau_{\phi}} \frac{v_F \lambda^2 dt}{(Dt)^{1/2} b^2} \approx -\frac{v_F \lambda^2}{Db^2} (l - L_{\phi}) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} d=3 \\ d=2 \\ d=1 \end{aligned}} \right\} \begin{array}{l} b - \text{ поперечный} \\ \text{линейный размер} \end{array}$$

**Небольшая отрицательная добавка к проводимости?**

**Однако:  $L_{\phi} \sim (\tau_{\phi})^{-1/2} \rightarrow \infty$  при  $T \rightarrow 0$**



# Интерференционная природа слабой локализации проявляется в магнитосопротивлении



$d = 2$

Д.Ю. Шарвин, Ю.В. Шарвин и др.,  
Письма в ЖЭТФ **34**, 285 (1981);  
**35**, 476 (1982).

M.Gijs, C. Van Haesendonck,  
Y. Bruynseraede,  
PRB **30**, 2964 (1984).

# Одноканальный 1D провод (сечение равно длине волны)

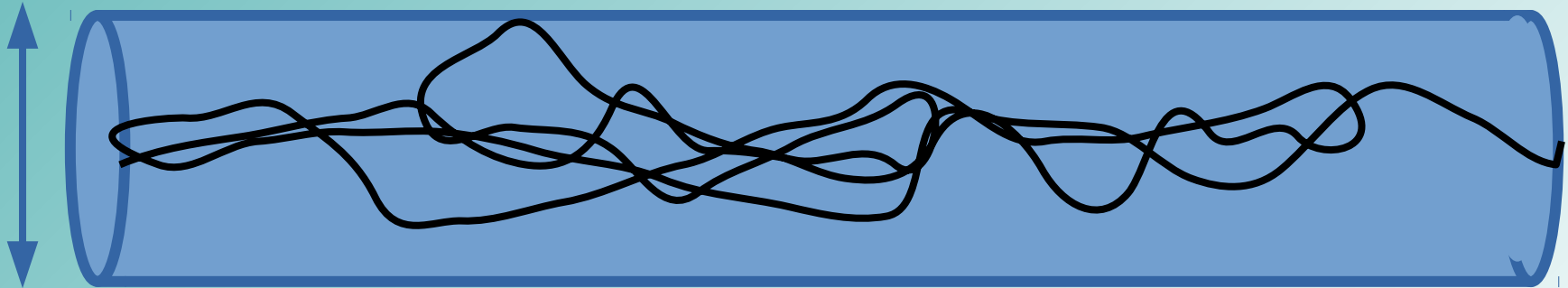
$d = 1$

$$\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \approx - \int_{\tau}^{\tau_{\phi}} \frac{v_F \lambda^2 dt}{(Dt)^{1/2} b^2} \approx - \frac{v_F \lambda^2}{Db^2} (l - L_{\phi})$$

**Катастрофа в одномерном случае!**

*Многоканальный провод*

$b \gg \lambda$

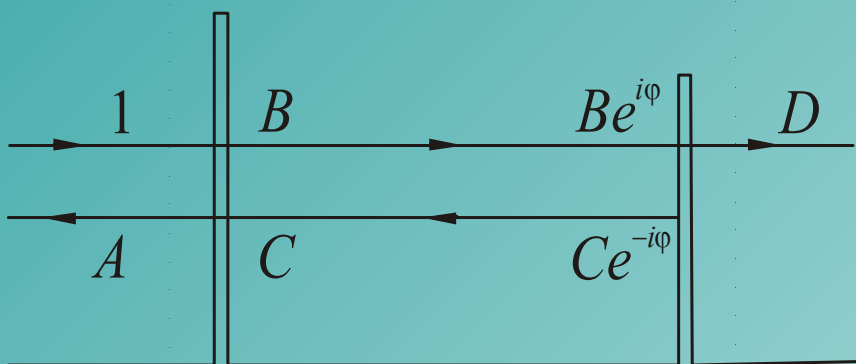
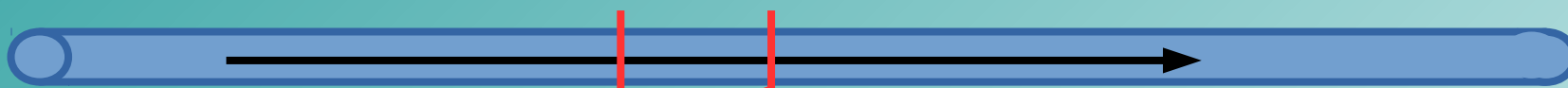


*Одноканальный провод*

$b \sim \lambda$



# Одноканальный 1D провод. Двухбарьерный дефект



$$A = r_1 + Ct_1$$

$$B = t_1 + Cr_1$$

$$Ce^{-i\phi} = Be^{i\phi}r_2$$

$$D = Be^{i\phi}t_2$$

*Решение:*

$$D = \frac{e^{i\phi}t_1t_2}{1 - e^{2i\phi}r_1r_2}$$

$\varphi = kl$   $\left\{ \begin{array}{l} \text{Фаза зависит} \\ \text{от расстояния } l \\ \text{и} \\ \text{от импульса } k \end{array} \right.$

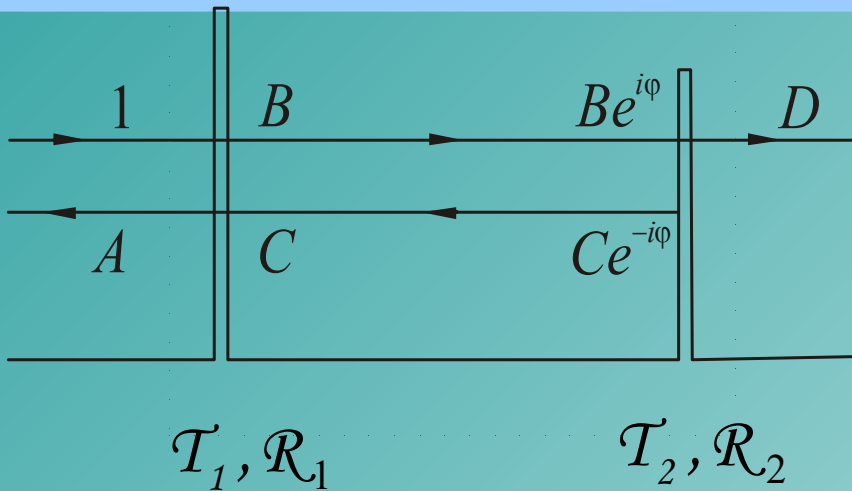
$$\mathcal{T} = |D|^2 = \frac{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}{1 + \mathcal{R}_1\mathcal{R}_2 - 2\sqrt{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2} \cos \theta},$$

$$\theta = 2\varphi + \arg(r_1r_2)$$

**Одинаковые барьеры:**  $G_{tot} = \frac{2e^2}{h} \frac{\mathcal{T}^2}{4\mathcal{R} \sin^2(\theta/2)}, \quad \frac{\theta}{2} = \varphi + \arg r = kl + \arg r$

# Двухбарьерный дефект.

Классика = сложение вероятностей



$$\begin{aligned}
 & \text{I} \qquad \qquad \text{II} \qquad \qquad \text{III} \\
 T &= T_1 T_2 + T_1 \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1 T_2 + T_1 (\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1)^2 T_2 + \\
 &+ \dots = \frac{T_1 T_2}{1 - \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1},
 \end{aligned}$$

*I – прямое прохождение; II – с однократным отражением от барьеров; III – с двукратным отражением и т.д.*

$$\frac{1}{T} = \frac{1 - \mathcal{R}_2 \mathcal{R}_1}{T_1 T_2} = \frac{1 - (1 - T_1)(1 - T_2)}{T_1 T_2} = \frac{1}{T_1} + \frac{1}{T_2} - 1$$

Для произвольного числа барьеров

$$\frac{1}{T} - 1 \equiv \frac{\mathcal{R}}{T} = \frac{\mathcal{R}_1}{T_1} + \frac{\mathcal{R}_2}{T_2}$$

$$\frac{\mathcal{R}}{T} = \sum \frac{\mathcal{R}_i}{T_i}$$

# Одноканальный 1D провод. Двухбарьерный дефект

Формулу

$$G_{tot}^{-1} = \frac{h}{2e^2} \frac{\mathcal{R}}{\mathcal{T}} = \frac{h}{2e^2} \frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 - 2\sqrt{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2} \cos\theta}{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}$$

можно сравнить с ...

...классич.  
Законом Ома

$$G_{tot}^{-1} \Big|_{Ohm} = \frac{h}{2e^2} \left( \frac{\mathcal{R}_1}{\mathcal{T}_1} + \frac{\mathcal{R}_2}{\mathcal{T}_2} \right) = \frac{h}{2e^2} \frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 - 2\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2}{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}$$

...и с результатом  
ее усреднения

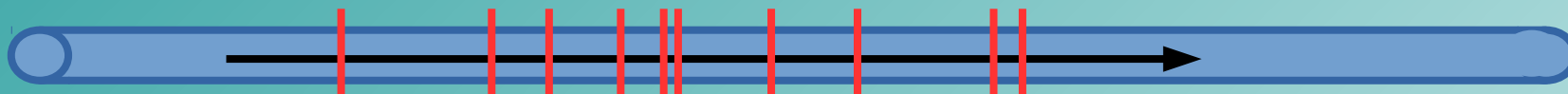
$$\overline{\cos\theta} = 0$$

$$\overline{G_{tot}^{-1}} = \frac{h}{2e^2} \frac{\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2}{\mathcal{T}_1\mathcal{T}_2}$$

**В обоих случаях сопротивление  
Растет при добавлении барьеров**

**Но по-разному!**

# 1D – локализация электронной волны



Возьмем цепочку из  $N$  случайно расположенных слабых одинаковых рассеивателей

$$\mathcal{R} \ll 1, \quad \mathcal{T} \sim 1$$

в проволоке длиной  $L = \bar{l} N$

( $\bar{l}$  – среднее расстояние между соседними рассеивателями)

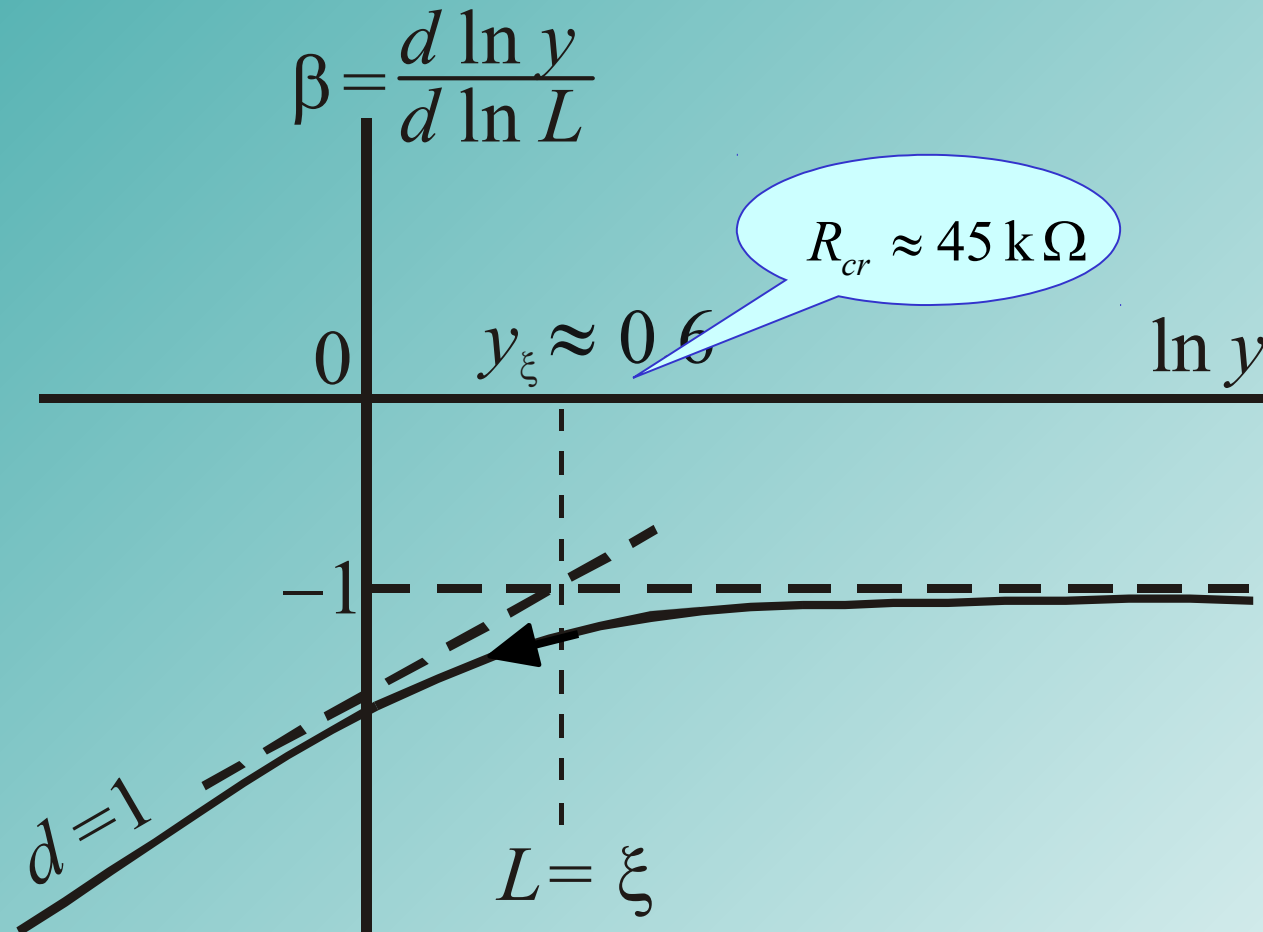
$$\mathcal{R}_N \approx \mathcal{R}_{N-1} \approx 1$$

$$\mathcal{T}_N \approx \mathcal{T}_{N-1} \mathcal{T}, \quad \mathcal{T}_N \rightarrow s \mathcal{T}^N = s e^{\alpha N} \quad \text{при} \quad N \rightarrow \infty$$

$$(s = \text{const}, \quad \alpha = \ln \mathcal{T} < 0)$$

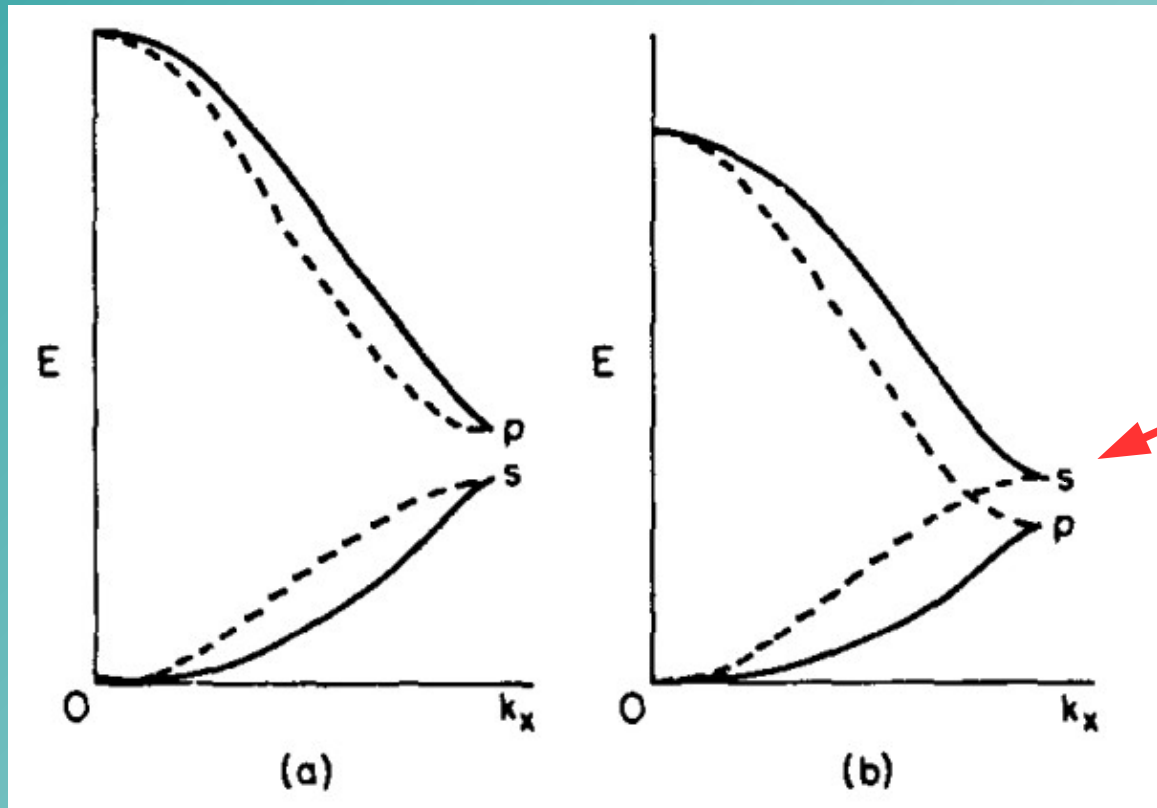
$$G(L) = \mathcal{T}_N \approx s \mathcal{T}^N \approx s e^{-L/\xi},$$

# Скейлинг - универсальная зависимость проводимости от длины квантового провода



**Проводимость всегда падает с ростом длины и уменьшением температуры, уходя в экспоненциально малые значения**

# За пределами зонной теории Блоха



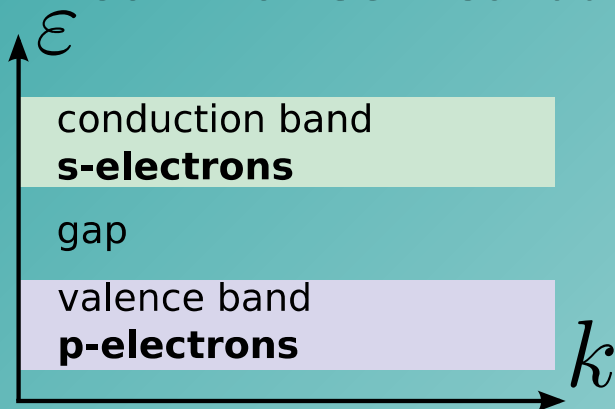
$$\mathbf{B} = -\frac{\mathbf{v} \times \mathbf{E}}{c^2},$$

**Учет релятивистского эффекта спин-орбитального расщепления в атоме приводит к качественно новым эффектам**

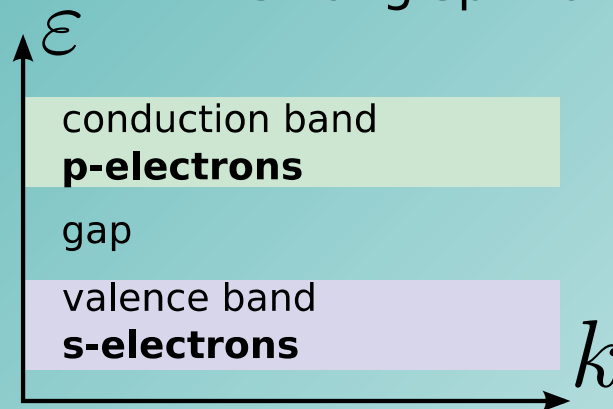


# Кристаллы с инвертированной зонной структурой

Common semiconductors:



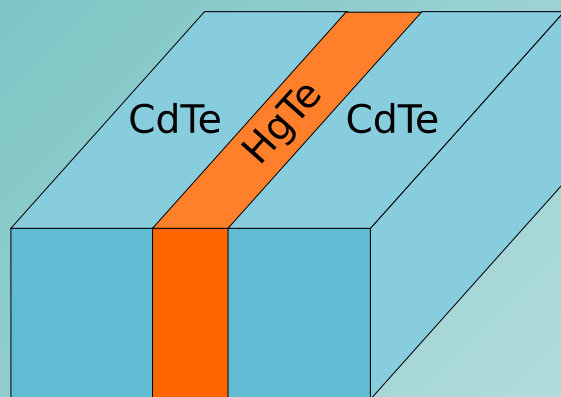
Strong spin-orbit:



HgTe - strong spin-orbit

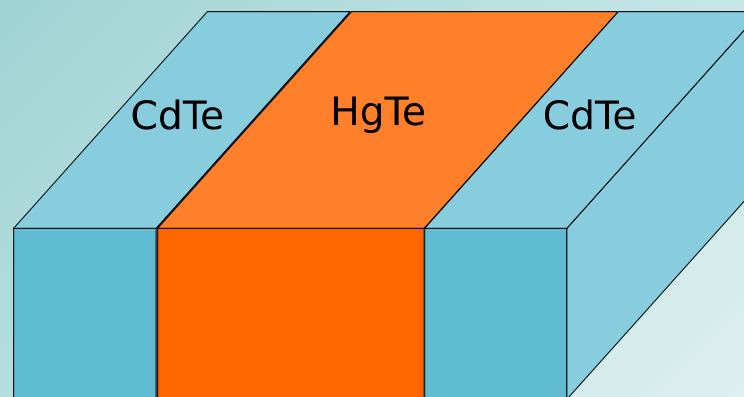
CdTe - weak spin-orbit

$$d < d_c$$



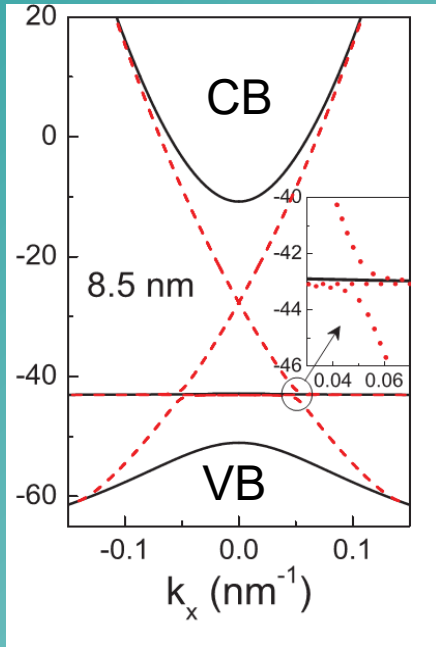
normal bands order

$$d > d_c$$



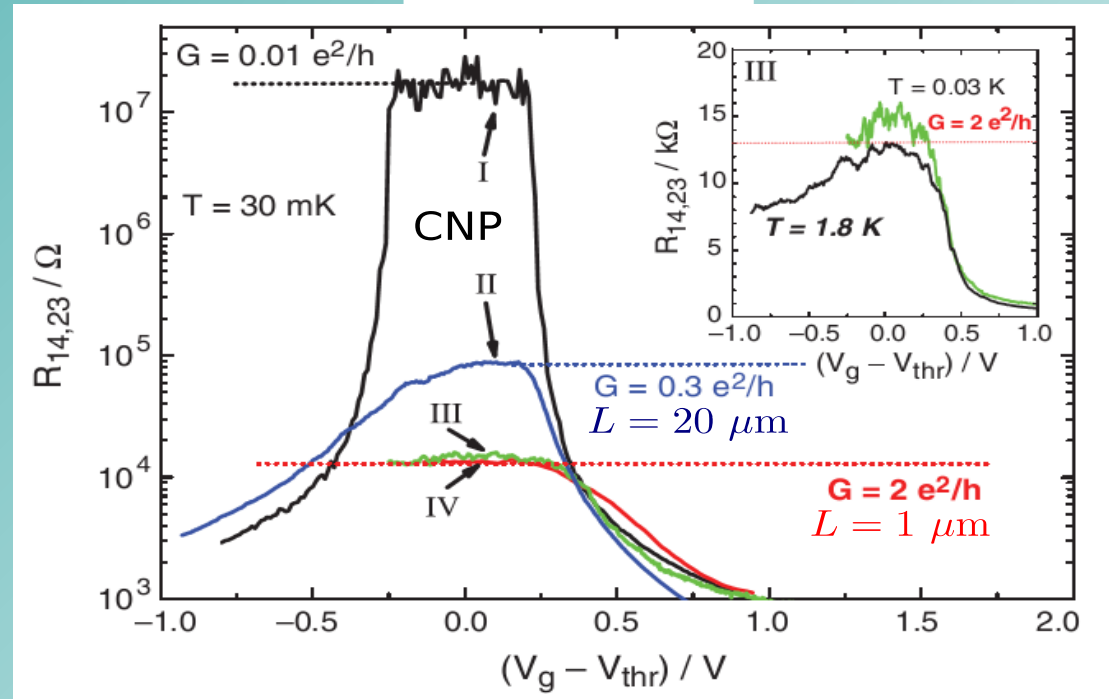
inverted bands

# Helical edge states in the inverted band HgTe

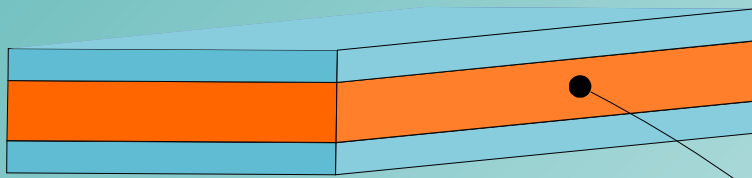


Raichev, PRB 2012

## EXPERIMENT

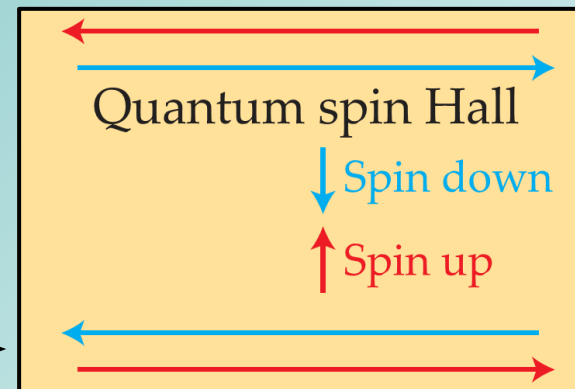


M. König et al., Science (2007)



Bernevig et al., Science 2006

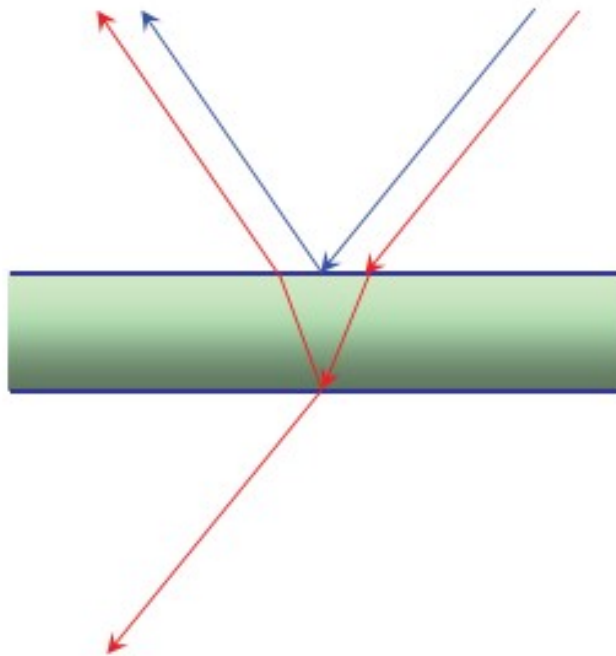
edge state



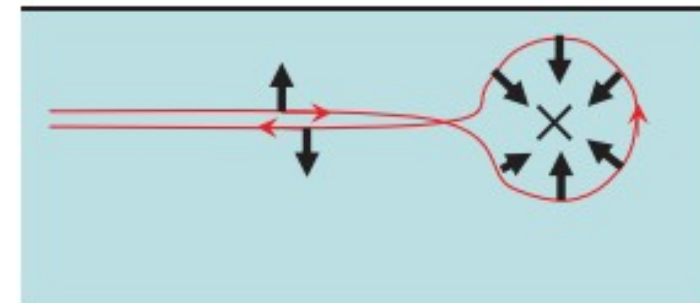
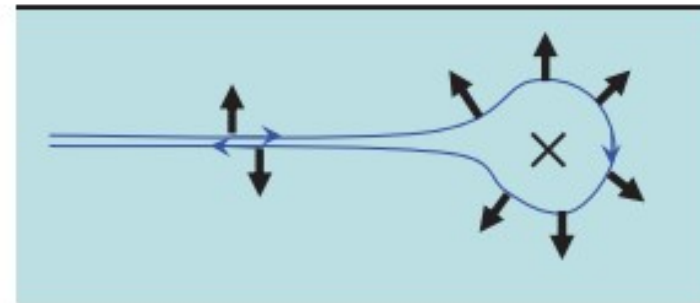
topological protection:  
no elastic backscattering!

# Топологическая защита от рассеяния

Примеры деструктивной интерференции  
для света



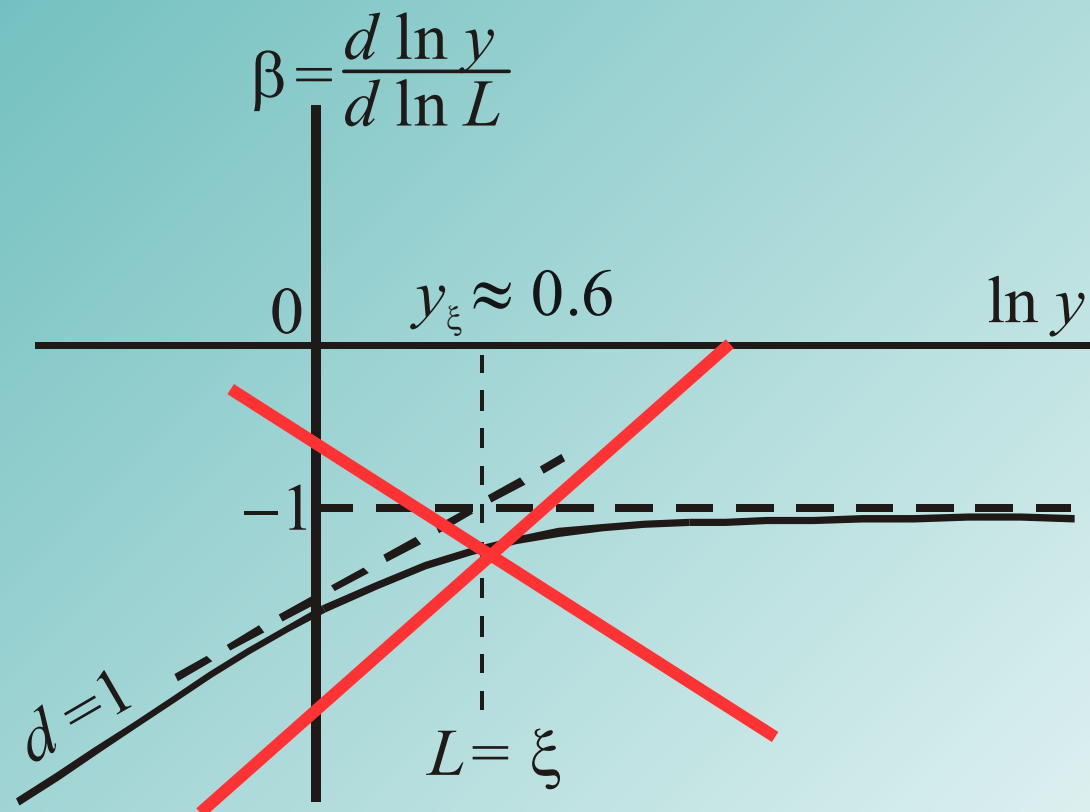
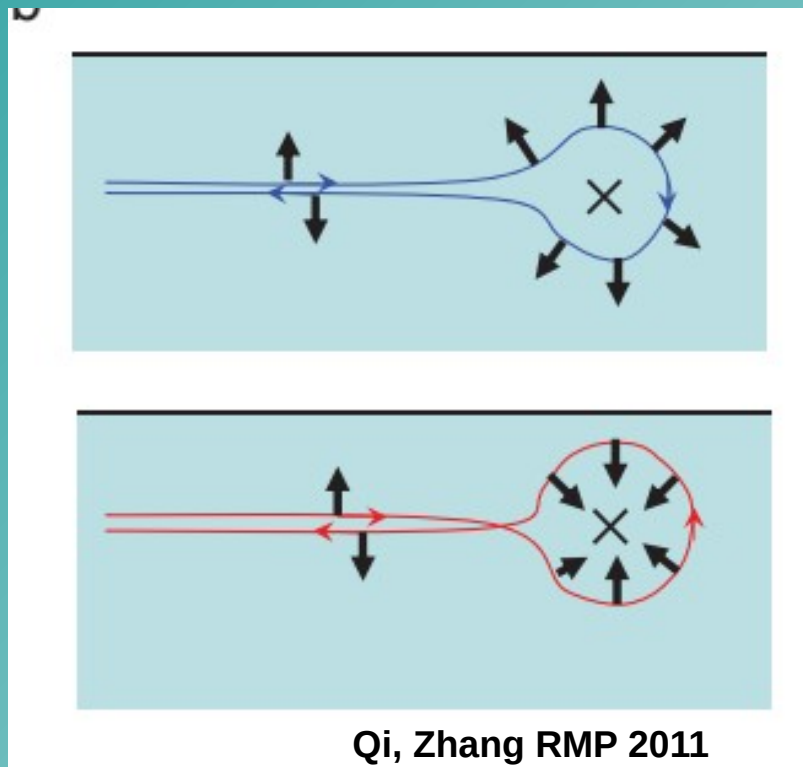
для геликальных электронов



Qi, Zhang RMP 2011

**В топологических краевых состояниях  
интерференция при рассеянии назад 100% деструктивная!**

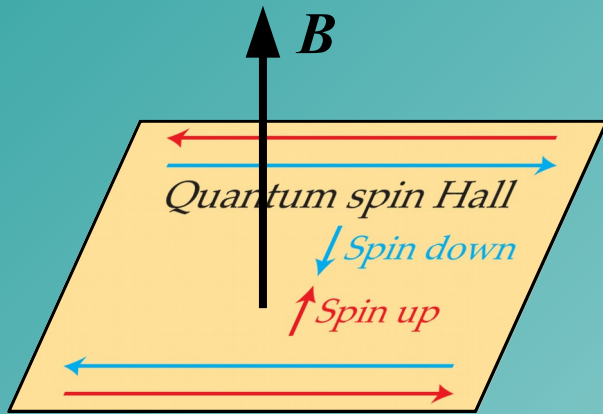
# Топологическая защита от рассеяния



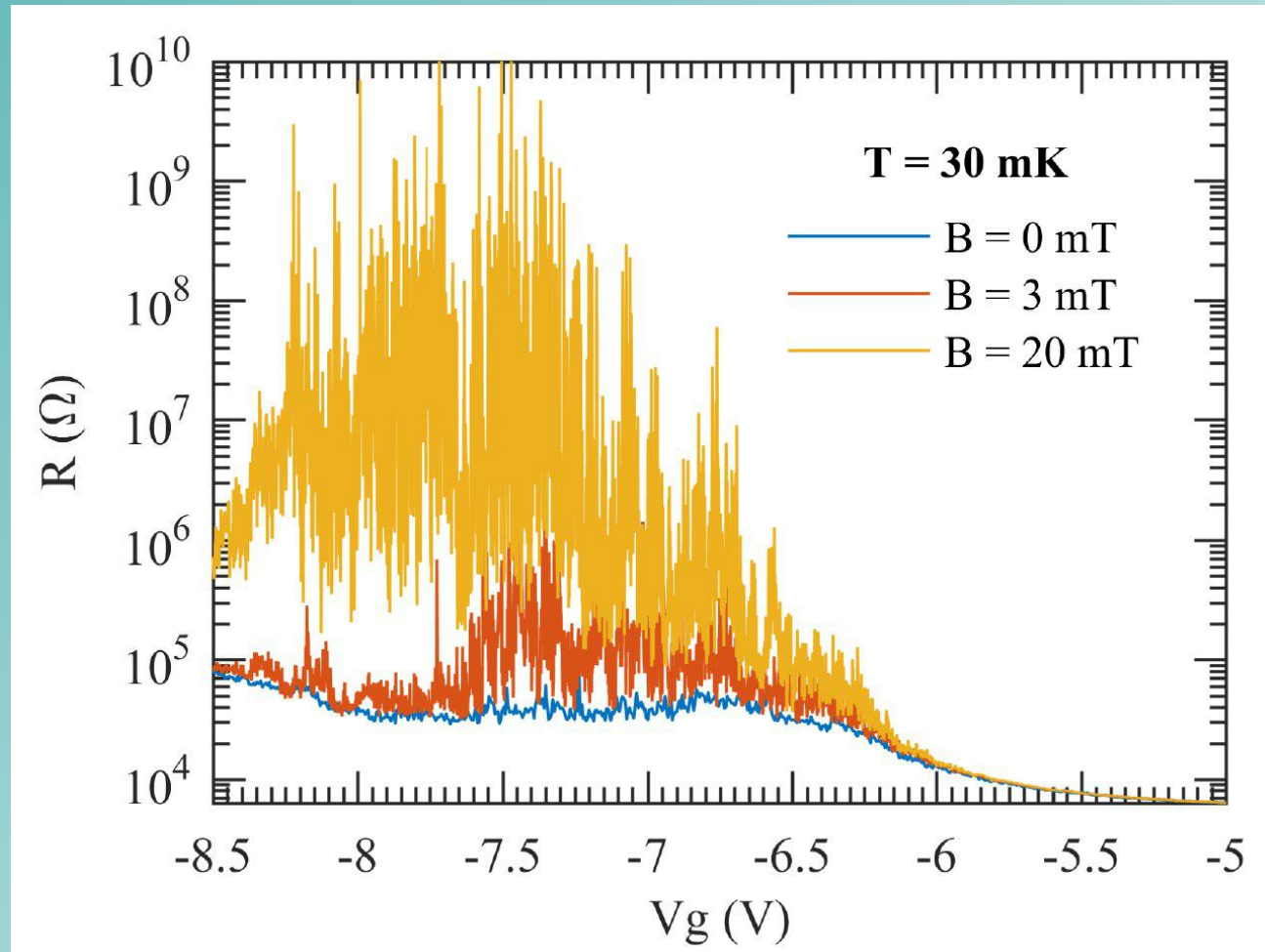
**В топологических краевых состояниях  
интерференция при рассеянии назад 100% деструктивная**

**Локализация волны становится невозможна!**

# Ломаем топологическую защиту магнитным полем



Ничтожное магнитное поле  
ведет к экспоненциальному  
росту сопротивления



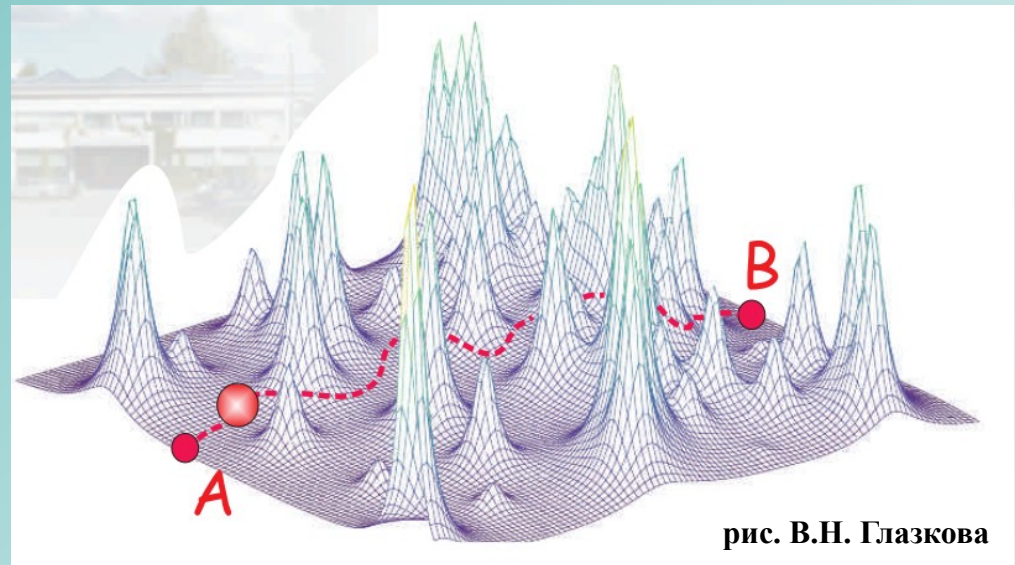
Эксперимент в МФТИ

**Магнитное поле снимает топологическую защиту**

Спасибо за внимание.

Приходите к нам в лабораторию!

В.С. Храпай



Институт Физики Твёрдого Тела РАН  
Institute of Solid State Physics RAS