

**Задачи контрольной работы по первому заданию**  
**5 семестр 2015-2016 уч.года, гр.321, 376**

1. (*квантование уровней энергии, квазиклассическое приближение*) Пользуясь правилом Бора-Зоммерфельда, определить структуру стационарных уровней энергии для частицы массой

$$M \text{ в «половине гармонического потенциала» } U(x) = \begin{cases} \frac{ax^2}{2}, & x \geq 0 \\ \infty, & x < 0 \end{cases} . \text{ Сравнить с известным}$$

ответом для гармонического осциллятора.

2. (*волны де Бройля*) Оценить, при какой температуре теплоёмкость молекулы водорода, запертой в полости с характерным размером 1 мкм станет меньше  $\frac{3}{2}k_B$ .

3. (*атом водорода*) Каков был бы боровский радиус и постоянная Ридберга (энергия ионизации), если бы протон и электрон удерживались в атоме водорода не кулоновскими, а гравитационными силами?

4. (*сложение моментов, сверхтонкое взаимодействие*) Для опытов по получению ультрахолодных газов используют газ изотопа  $^{87}\text{Rb}$ . Некоторое количество атомов Rb ( $\sim 10^6$ ) помещают в ловушку и некоторыми экспериментальными процедурами понижают температуру этого газа до температур меньших 1 мкК. После выключения удерживающего поля эта «капля» ультрахолодного газа начинает падать под действием силы тяжести, при этом скорость теплового разбегания атомов достаточно мала, так что в условиях этой задачи её можно не учитывать.

Известно, что нижний уровень атома  $^{87}\text{Rb}$  расщепляется сверхтонкими взаимодействиями на два подуровня. Расщепление подуровней равно (в единицах частоты) 6.7 ГГц. Из опытов типа Штерна-Герлаха с ультрахолодным газом известно, что в градиенте магнитного поля свободно падающая «капля» ультрахолодного газа  $^{87}\text{Rb}$  разделяется на три компоненты.

Считая, что гамильтониан сверхтонкого взаимодействия имеет вид  $\hat{H} = A \hat{S} \hat{I}$  ( $\vec{S}$  и  $\vec{I}$  - электронный и ядерный спины), считая известным, что  $A > 0$ , и пользуясь информацией из таблицы Менделеева, определить чему равен ядерный спин этого изотопа, найти константу сверхтонкого взаимодействия, определить кратность вырождения подуровней сверхтонкой структуры.

5. (*потенциальные ямы*) Очень медленные (т.н. ультрахолодные) нейтроны полностью отражаются от некоторых материалов из-за особенностей взаимодействия с ядрами среды. Такие материалы называют «нейтронными зеркалами». Оценить, какой должна быть энергия нейтрона, чтобы становилось существенно квантование уровней энергии нейтрона над горизонтальным «нейтронным зеркалом» в поле силы тяжести. Ответ выразить в единицах температуры.