

**Задачи к/р по первому заданию 6 семестра**  
**гр.222, 23.03.2015**

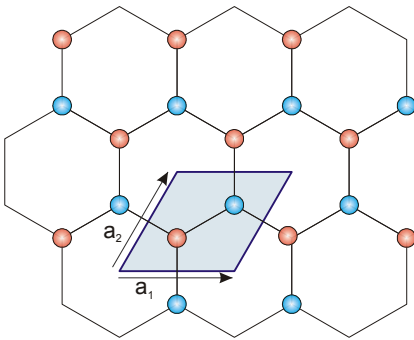
1. (зонная структура, энергия Ферми, приближение слабой связи) Известно, что одномерные проводники, содержащие один электрон на элементарную ячейку неустойчивы к димеризации: при достаточно низкой температуре период такого одномерного кристалла удваивается (пайерловская неустойчивость). В приближении невзаимодействующих электронов удвоение периода решётки можно описать, как появление в потенциале взаимодействия электрона с ионным остовом дополнительного вклада  $U(x) = \delta \cos\left(\frac{\pi}{a}x\right)$ .

- Показать (качественно) как изменится зонная структура после димеризации.
- Как (качественно) изменятся проводящие свойства кристалла после димеризации?
- Определить (качественно) увеличивается или уменьшается кинетическая энергия электронов после димеризации.
- В рамках модели слабой связи сравнить при  $T=0$  изменение кинетической энергии электронов с проигрышем упругой энергии.

Указание: Результат приближения слабой связи для одномерной цепочки с периодом  $\tilde{a}$  и потенциалом

$$\tilde{U} = \delta \cos\left(\frac{2\pi}{\tilde{a}}x\right) \text{ на границе зоны Бриллюэна} \quad E = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\pi}{\tilde{a}}\right)^2 \pm \sqrt{\frac{\delta^2}{4} + \left(\frac{\hbar^2 \pi}{m \tilde{a}}\right)^2} \xi^2, \text{ где } \xi -$$

отсчитываемый от границы первой зоны Бриллюэна волновой вектор. Используя этот результат вычислить изменение энергии после димеризации. При суммировании по состояниям ограничиться состояниями в некоторой окрестности границы зоны. Проигрыш упругой энергии  $\propto \delta^2$ .



2. (модель Дебая, теплоёмкость) Графен — это двумерная форма углерода, атомы углерода занимают места в узлах решётки из правильных шестиугольников с общими сторонами, сторона шестиугольника  $a = 0.142 \text{ нм}$ .

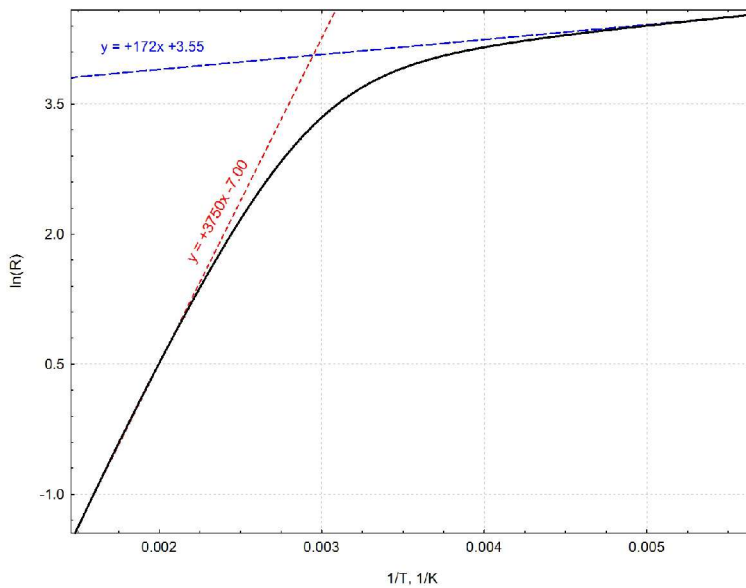
- Определить параметры элементарной ячейки.
- Построить первую зону Бриллюэна.
- Учитывая только акустические колебания в плоскости (средняя скорость звука 20 км/сек) в рамках дебаевского приближения найти вклад этих колебаний в решёточную теплоёмкость графена при низких температурах.

Определить температуру Дебая, сравнить дебаевский волновой вектор с размером первой зоны Бриллюэна.

- В графене возможны также колебания атомов в направлении, перпендикулярном плоскости. Спектр таких длинноволновых колебаний (аналогичный колебаниям мембраны) оказывается квадратичным

$$\omega = k^2 \cdot 5 \cdot 10^{-7} \frac{\text{М}^2}{\text{сек}}$$

Определить низкотемпературный вклад этой моды в теплоёмкость, сравнить с результатом для предыдущего пункта.



3. (полупроводники) При измерении зависимости сопротивления некоторого полупроводника от температуры получена показанная на рисунке зависимость.

- Объяснить качественно наблюдаемую зависимость
- Оценить параметры полупроводника: щель, положение примесного уровня, концентрацию примесей.