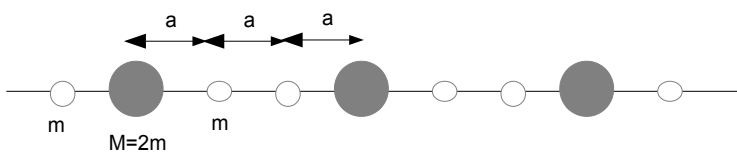


### Задача 1 (3 балла)

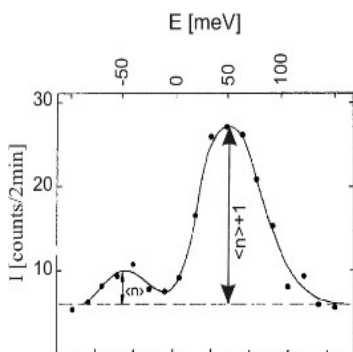


Модельный одномерный кристалл составлен из линейных трёхатомных молекул. Расстояние между соседними атомами одинаково и равно  $a$ , масса лёгкого атома вдвое меньше массы тяжёлого атома. Считая, что жёсткости

всех межатомных связей одинаковы, найти частоты собственных колебаний в центре зоны Бриллюэна и на границе зоны Бриллюэна и построить схематически спектр собственных колебаний такого кристалла. Считать заданной характерную частоту  $\omega_0 = \sqrt{C/m}$ , здесь  $C$  — жёсткость межатомной связи и межатомное расстояние  $a$ .

*Бонусный вопрос (до 1 балла):* что можно сказать про амплитуды колебаний атомов в различных собственных модах в центре зоны и на границе зоны Бриллюэна

### Задача 2 (2 балла)



На рисунке показана интенсивность неупругого рассеяния рентгеновских лучей на алмазе как функция изменения энергии пучка. Рассеяние наблюдается при изменении волнового вектора излучения  $Q = (0; 0; 4.2)$  (в единицах  $(2\pi)/a$ , где  $a = 3.57 \text{ \AA}$  - период кубической примитивной ячейки.

Оценить по этим данным скорость звука в алмазе.

### Задача 3 (3 балла)

В некотором модельном веществе с тетрагональной кристаллической структурой на элементарную ячейку приходится 2 электрона. Произошло перекрытие зон так что нижняя ветвь электронного спектра имеет максимум в центре первой зоны Бриллюэна при  $k=0$ , а верхняя ветвь электронного спектра имеет минимумы в точках вида  $(\pi/a, 0, 0)$ , где  $a$  — сторона квадрата в основании ячейки. Величина перекрытия зон составляет 30 мэВ.

Считая, что эффективные массы электронов вблизи экстремумов зон изотропны и равны массе свободного электрона, оценить эффективную концентрацию носителей заряда в этом полуметалле при низких температурах.

*Указание:* под эффективной концентрацией носителей подразумевается эквивалентное количество свободных электронов, дающих ту же плотность состояний на уровне Ферми.

### Задача 4 (2 балла)

Приложение внешнего гидростатического давления меняет расстояние между ионами в кристалле, что может приводить к изменению зонной структуры. В некоторых узкозонных полупроводниках таким образом удаётся перевести их из полупроводникового в металлическое состояние. В точке такого перехода (при критическом давлении) валентная зона и зона проводимости касаются, но зависимость энергии от импульса остаётся квадратичной.

Считая, что эффективные массы электрона и дырки одинаковы и равны массе свободного электрона, найти концентрацию электронов в зоне проводимости при критическом давлении (в точке перехода) при температуре  $T = 10 \text{ K}$ .

*Указание:* 
$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{e^{x^2} + 1} \approx 0.34$$