Ein Weg zur experimentellen Prüfung der Richtungsquantelung im Magnetfeld.

Von **Otto Stern** in Frankfurt a. Main.

Mit zwei Abbildungen. — (Eingegangen am 26. August 1921.)

In der Quantentheorie des Magnetismus und des Zeemaneffektes wird angenommen, daß der Vektor des Impulsmomentes eines Atoms nur ganz bestimmte diskrete Winkel mit der Richtung der magnetischen Feldstärke $\mathfrak{H}$ bilden kann, derart, daß die Komponente des Impulsmomentes in Richtung von $\mathfrak{H}$ ein ganzzahliges Vielfaches von $h/2\pi$ ist[1]). Bringen wir also ein Gas aus Atomen, bei denen das gesamte Impulsmoment pro Atom — die vektorielle Summe der Impulsmomente sämtlicher Elektronen des Atoms — den Betrag $h/2\pi$ hat, in ein Magnetfeld, so sind nach dieser Theorie für jedes Atom nur zwei diskrete Lagen möglich, da die Komponente des Impulsmomentes in Richtung von $\mathfrak{H}$ nur die beiden Werte $\pm h/2\pi$ annehmen kann. Denken wir z. B. an einquantige Wasserstoffatome, so müssen die Ebenen der Elektronenbahnen sämtlich senkrecht auf $\mathfrak{H}$ stehen.

Hieran knüpft sich sofort folgender naheliegender Einwand. Wenn wir einen Lichtstrahl senkrecht zu $\mathfrak{H}$ in das Wasserstoffatomgas schicken, so wird der parallel zu $\mathfrak{H}$ schwingende elektrische Lichtvektor, der die Elektronen aus ihrer Bahnebene herauszieht, eine ganz andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit haben als der senkrecht zu $\mathfrak{H}$ schwingende, der die Elektronen in ihrer Bahnebene verschiebt. Das Gas müßte also starke Doppelbrechung zeigen, und zwar müßte der Betrag der Doppelbrechung unabhängig sein von der Stärke des Magnetfeldes. Auch bei komplizierteren einquantigen, ja sogar mehrquantigen Atomen müßte, wie sich leicht übersehen läßt, ein solcher Effekt eintreten, und ebenso ändert die Berücksichtigung der Wechselwirkung der Atome bei nicht allzu dichten Gasen nichts Wesentliches. Ein derartiger Effekt ist aber bisher noch nie beobachtet worden, obwohl er bei den zahlreichen auf diesem Gebiete unternommenen Experimentaluntersuchungen zweifellos hätte gefunden werden müssen.

Nun hat die obige Überlegung allerdings zur Voraussetzung, daß man die Dispersion des Gases auf Grund der klassischen Theorie nach

[1]) Literatur s. A. Sommerfeld, Atombau und Spektrallinien, Braunschweig 1921.

der Debye-Sommerfeldschen Methode berechnen kann. Da man aber die Frequenz des einfallenden Lichtes weit entfernt von den Eigenfrequenzen der dispergierenden Atome wählen kann und es sich nur um die Größenordnung des Effektes handelt, so scheint diese Voraussetzung unbedenklich. Sicherheit hierüber kann aber erst eine rationelle Quantentheorie der Dispersion geben.

Eine weitere Schwierigkeit für die Quantenauffassung besteht, wie schon von verschiedenen Seiten bemerkt wurde, darin, daß man sich gar nicht vorstellen kann, wie die Atome des Gases, deren Impulsmomente ohne Magnetfeld alle möglichen Richtungen haben, es fertig bringen, wenn sie in ein Magnetfeld gebracht werden, sich in die vorgeschriebenen Richtungen einzustellen. Nach der klassischen Theorie ist auch etwas ganz anderes zu erwarten. Die Wirkung des Magnetfeldes besteht nach Larmor nur darin, daß alle Atome eine zusätzliche gleichförmige Rotation um die Richtung der magnetischen Feldstärke als Achse ausführen, so daß der Winkel, den die Richtung des Impulsmomentes mit $\mathfrak{H}$ bildet, für die verschiedenen Atome weiterhin alle möglichen Werte hat. Die Theorie des normalen Zeemaneffektes ergibt sich auch bei dieser Auffassung aus der Bedingung, daß sich die Komponente des Impulsmomentes in Richtung von $\mathfrak{H}$ nur um den Betrag $\frac{h}{2\pi}$ oder Null ändern darf.

Ob nun die quantentheoretische oder die klassische Auffassung zutrifft, läßt sich durch ein prinzipiell ganz einfaches Experiment entscheiden. Man braucht dazu nur die Ablenkung zu untersuchen, die ein Strahl von Atomen in einem geeigneten inhomogenen Magnetfeld erfährt[1]). Die Theorie des Versuchs ist kurz folgende:

Wir führen ein rechthändiges kartesisches Koordinatensystem ein (Fig. 1), dessen Nullpunkt sich im Schwerpunkt des betrachteten Atoms befindet und dessen z-Achse die Richtung der dort herrschenden Feldstärke $\mathfrak{H}$ hat. Ist $\mathfrak{m}$ der Vektor des magnetischen Momentes des Atoms, der mit dem Vektor $\mathfrak{J}$ seines Impulsmomentes durch die

[1]) Herr W. Gerlach und ich sind seit einiger Zeit mit der Ausführung dieses Versuches beschäftigt. Den Anlaß zur vorliegenden Veröffentlichung gibt die bevorstehende Publikation einer Arbeit der Herren Kallmann und Reiche über die Ablenkung von elektrischen Dipolmolekülen in einem inhomogenen elektrischen Feld. Wie ich aus den mir freundlichst übersandten Korrekturen ersehe, ergänzen sich unsere Überlegungen gerade gegenseitig, da die Herren Kallmann und Reiche ausschließlich den bei elektrischen Dipolmolekülen wohl meist realisierten Fall behandeln, daß der Vektor des elektrischen Momentes senkrecht auf dem des Impulsmomentes steht, während ich mich auf den beim magnetischen Atom realisierten Fall beschränkt habe, daß diese beiden Vektoren die gleiche Richtung haben.

Beziehung $\mathfrak{m} = \frac{1}{2}\, e/m\, \mathfrak{J}$ verbunden ist (e Ladung, m Masse des Elektrons), so ist die auf das Atom wirkende Kraft:

$$\mathfrak{K} = |\mathfrak{m}|\, \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial s},$$

wobei $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial s}$ die Zunahme von $\mathfrak{H}$ pro Längeneinheit in Richtung von $\mathfrak{m}$ bedeutet. Wir können $\mathfrak{K}$ auch als folgende Vektorsumme schreiben:

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{m}_x \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x} + \mathfrak{m}_y \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial y} + \mathfrak{m}_z \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

Nun führt das Atom eine gleichförmige Rotation um die Feldrichtung, d. h. um die z-Achse aus[1]), wobei $\mathfrak{m}_z$ konstant bleibt, während der Mittelwert von $\mathfrak{m}_x$ und $\mathfrak{m}_y$ über einen vollen Umlauf Null wird. Mitteln wir also bei konstantem $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial x}$, $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial y}$, $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ über eine gegen die Umlaufdauer (die z. B. für $\mathfrak{H} = 1000$ Gauß $7 . 10^{-10}$ sec ist) große Zeit, so wird die mittlere auf das Atom wirkende Kraft:

$$\overline{\mathfrak{K}} = m_z \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

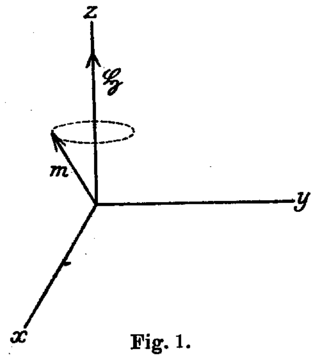

Fig. 1.

Für die auf das Atom wirkende Kraft ist also beim magnetischen Moment nur die Komponente in Richtung des Feldes selbst maßgebend, also gerade die Größe, die nach der Quantenauffassung nur diskrete Werte annehmen kann.

Das für die Ablenkungsversuche benutzte Feld sei nun derart gewählt, daß $\mathfrak{H}$ und $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ die gleiche Richtung haben. Geben wir etwa dem Polschuh eines Elektromagneten die Form einer Schneide, so wird in der durch die Schneidenkante gehenden Symmetrieebene (Fig. 2, Querschnitt, a Schneide, b Atomstrahl, c Symmetrieebene) diese Forderung streng, in deren Nachbarschaft annähernd erfüllt sein. Wenn wir also einen Atomstrahl von möglichst kleinem (etwa kreisförmigem) Querschnitt, dessen Achse in der Symmetrieebene liegt, parallel zur Schneide recht nahe an ihr vorbeischicken, so werden die Atome in Richtung von $\mathfrak{H}$ bzw. $-\mathfrak{H}$ abgelenkt werden.

[1]) Die Inhomogenität des Feldes braucht hierbei nicht berücksichtigt zu werden, weil die prozentische Änderung von $\mathfrak{H}$ in Bereichen von atomaren Dimensionen außerordentlich klein ist. Für die resultierende Gesamtkraft kommt es dagegen auf den Absolutwert dieser Änderung an.

Der auf einer Auffangplatte von dem Atomstrahl ohne Magnetfeld erzeugte kreisförmige Fleck muß also im Magnetfeld verschoben bzw. auseinandergezogen werden. Nehmen wir an, daß $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ über den

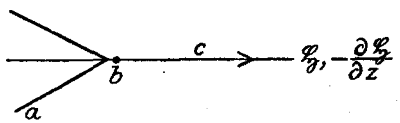

Fig. 2.

ganzen Querschnitt des Strahls konstant gesetzt werden kann, und rechnen wir zunächst mit einer für alle Atome gleichen Geschwindigkeit, so wird die Kraft $\mathfrak{K}$ und die Ablenkung s für alle Atome mit gleichem $\mathfrak{m}_z$ die gleiche sein. Betrachten wir wie am Anfang einquantige Atome, für die $|\mathfrak{J}| = h/2\pi$ ist, so ist

$$|\mathfrak{m}| = \tfrac{1}{2}\,\frac{e}{m}\,\frac{h}{2\pi}.$$

Nach der Quantentheorie kann $\mathfrak{J}_z$ nur $\pm h/2\pi$, also $\mathfrak{m}_z$ nur $\pm \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{h}{2\pi}$ sein. In diesem Falle wird also der Fleck auf der Auffangplatte in zwei aufgespalten, deren jeder die gleiche Größe und die halbe Intensität wie der ursprüngliche Fleck hat. Für ein n-quantiges Atom müßten zweimal n (bei konstantem $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ äquidistante) Flecke entstehen. Läßt man die Voraussetzung der für alle Atome gleichen Geschwindigkeit fallen, so führt die Berücksichtigung der Maxwellschen Geschwindigkeitsverteilung zu dem Resultat, daß die beiden Flecke breiter und verwaschener werden. Auf jeden Fall muß aber, falls nur die Ablenkung der Atome mit der wahrscheinlichsten Geschwindigkeit größer ist als der Radius des Atomstrahlquerschnittes, am Orte des ursprünglichen Fleckes ein Minimum entstehen. Genau das entgegengesetzte ergibt sich nach der Auffassung der klassischen Theorie. Hier kann $\mathfrak{m}_z$ beliebige Werte zwischen Null und dem quantentheoretischen Wert $|\mathfrak{m}| = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{h}{2\pi}$ annehmen. Bezeichnen wir den Winkel zwischen $\mathfrak{m}$ und $\mathfrak{H}$ mit ϑ, so ist $\mathfrak{m}_z = |\mathfrak{m}| \cos\vartheta$. Nun ist die Zahl der Atome, für die ϑ einen bestimmten Wert hat, proportional $\sin\vartheta$. Die Zahl dieser Atome hat also ein Maximum für $\vartheta = \pi/2$, d. h. $\mathfrak{m}_z = 0$ und die Ablenkung Null. Nach der klassischen Theorie kommen also für jede Geschwindigkeit alle möglichen Ablenkungen zwischen Null und der quantentheoretisch berechneten vor, und es ist für jede Geschwindigkeit die Zahl der Atome mit einer bestimmten Ablenkung um so größer, je kleiner die Ablenkung ist. Der Fleck auf der Auffangplatte wird im

Magnetfeld nur verbreitert, behält aber stets das Maximum der Intensität an der Stelle des ursprünglichen Fleckes. Somit ergibt der Versuch, falls seine Ausführung gelingt, eine eindeutige Entscheidung zwischen quantentheoretischer und klassischer Auffassung.

Um die Durchführbarkeit des Versuches beurteilen zu können, wollen wir noch die unter den experimentell herstellbaren Bedingungen zu erwartende Größe der Ablenkung abschätzen. Wir wollen dazu $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ nicht nur über den Querschnitt, sondern auch über die ganze Länge l des Atomstrahles konstant setzen, was um so eher erlaubt sein wird, als sich leider zeigen wird, daß die Ablenkung sehr klein ist. Ferner setzen wir $|\mathfrak{m}_z| = \frac{1}{2}\frac{e}{m}\frac{h}{2\pi}$, d. h. wir berechnen die quantentheoretische Ablenkung, die uns, wie wir gesehen haben, gleichzeitig die maximale Ablenkung im klassischen Falle gibt. Dann ist die konstante, auf ein Atom während seiner Flugdauer wirkende Kraft $\mathfrak{K} = |\mathfrak{m}|\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}$ und, falls μ die Masse des Atoms ist, seine Beschleunigung:

$$g = \frac{\mathfrak{K}}{\mu} = \frac{|\mathfrak{m}|}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}.$$

Ist t die Flugdauer, v die Geschwindigkeit eines Atoms, so ist seine Ablenkung:

$$s = \tfrac{1}{2} g t^2 = \tfrac{1}{2} g \frac{l^2}{v^2} = \tfrac{1}{2}\frac{|\mathfrak{m}|}{\mu}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}\frac{l^2}{v^2}.$$

Bezeichnen wir mit N die Zahl der Moleküle im Mol, mit $M = \mu N$ das Atomgewicht und mit $\mathrm{M} = |\mathfrak{m}| N = 5600$ CGS Einheiten das Bohrsche Magneton, so wird:

$$s = \frac{\mathrm{M}}{2 M v^2}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} l^2.$$

Wählen wir jetzt für v^2 das mittlere Geschwindigkeitsquadrat, so wird $M v^2 = 3 R T$ (R Gaskonstante, T absolute Temperatur) und es ergibt sich schließlich:

$$s = \frac{M}{6 R}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}\frac{l^2}{T} = 1{,}12 \cdot 10^{-5}\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z}\frac{l^2}{T}\,\mathrm{cm}.$$

Setzen wir z. B. $\frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial z} = 10^4$ Gauß pro Zentimeter, $l = 3{,}3$ cm und $T = 1000^0$, so wird $s = 1{,}12 \cdot 10^{-3}$ cm, d. h. $\frac{1}{100}$ mm.

Frankfurt a. M., August 1921. Institut für theoretische Physik.