

## Общая физика 5: Квантовая микрофизика

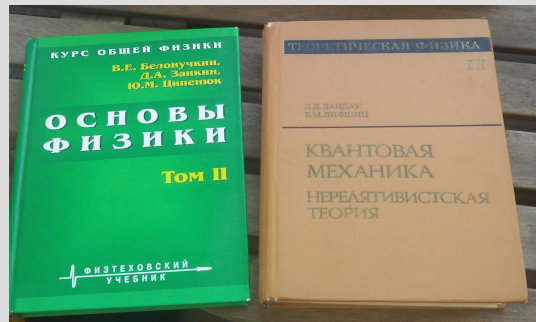
Как зовут лектора?

Глазков Василий Николаевич

[vglazkov@yandex.ru](mailto:vglazkov@yandex.ru)

[www.kapitza.ras.ru/people/glazkov](http://www.kapitza.ras.ru/people/glazkov)

Какого цвета учебник?



+Ишханов “Частицы и атомные ядра”

## Общие формальности

1. По теме семестра – зачёт в конце семестра (проставляют семинаристы)
2. По всему курсу 5 семестров общей физики – ГОС
3. При несданном зачёте за 5 семестр – недопуск к ГОСу, неуважительный пропуск ГОСа=отчисление.

Просьба старостам групп и старосте курса в перерыве  
подойти и оставить контакты.

# I. Немного истории...

# Как строятся научные теории (немного истории и философии...)

## Теория электричества

- *формализация огромного количества накопленных данных в компактной форме уравнений Максвелла*

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

## Квантовая физика

- *накопление данных, не описываемых имеющимися теориями;*
- *возникновение гипотез (гипотеза Планка, атом Бора);*
- *формализация гипотез в последовательную теорию;*
- *определение условий (ограничений), при которых классическая физика описывает природу*

# Как строятся научные теории (немного истории и философии...)

Теория электричества  
*формализация огромного количества  
накопленных данных в компактной  
форме уравнений Максвелла*

$$\operatorname{div} \vec{D} = 4\pi\rho$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{4\pi}{c} \vec{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -$$

Квантовая физика

- *накопление данных, не описываемых имеющимися теориями;*
- *возникновение гипотез (гипотеза Планка, атом Бора);*
- *формализация гипотез в последовательную теорию;*
- *определение условий (ограничений), при которых классическая физика описывает природу*

Новая научная теория опирается на  
достоверные экспериментальные факты  
и не опровергает предыдущие теории, но  
ограничивает их область применения

К истокам...

# Нерешенные проблемы классической физики на рубеже XIX-XX веков

*«В этой области знаний все уже открыто, осталось только уточнить кое-какие детали»*

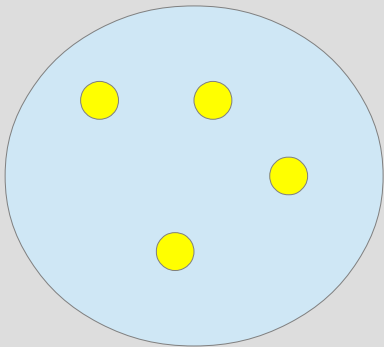
проф. фон Жолли студенту Макс Планку,  
Мюнхенский университет, ~1875

1. Строение атома.
2. Линейчатые спектры испускания и поглощения.
3. Фотоэффект.
4. Излучение чёрного тела.
5. Теплоёмкость твёрдых тел и газов при низкой температуре.

# Проблема 1.

## Существование материи (атомов).

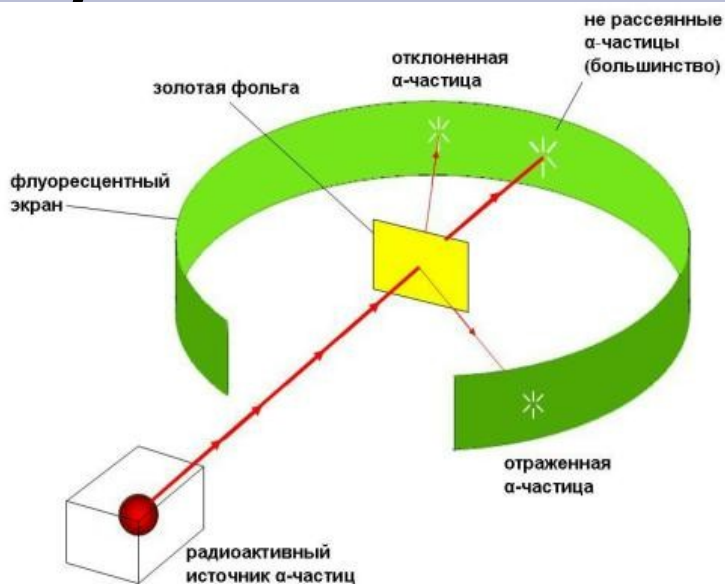
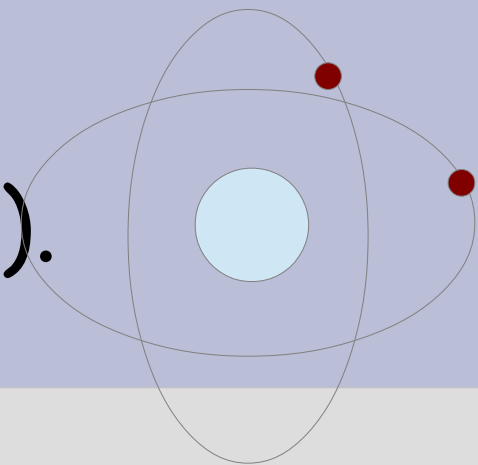
1897 Дж.Дж.Томсон опубликовал работу об обнаружении субатомной заряженной частицы – электрона. Но атом в целом нейтрален!



Электростатика не позволяет системе точечных зарядов находится в равновесии: модель “пуддинга с изюмом” предполагает положительный заряд равномерно распределённым, а точечные электроны локализованными внутри “капли”.

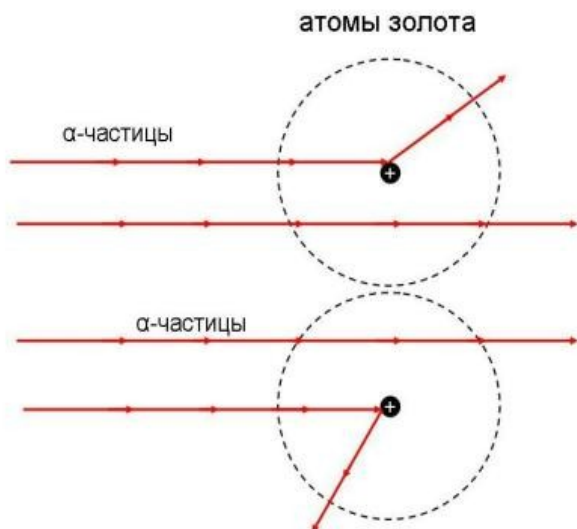
# Проблема 1.

## Существование материи (атомов).



1911 опыты Резерфорда показали, что положительный заряд локализован в массивном точечном ядре, а большая часть атома "пуста".

Планетарная модель атома соответствует результатам опыта Резерфорда. Но круговое движение ускоренное, ускоренно движущийся электрон излучает электромагнитные волны и должен за короткое время упасть на ядро



**Атом Резерфорда не может существовать согласно классической физике!**

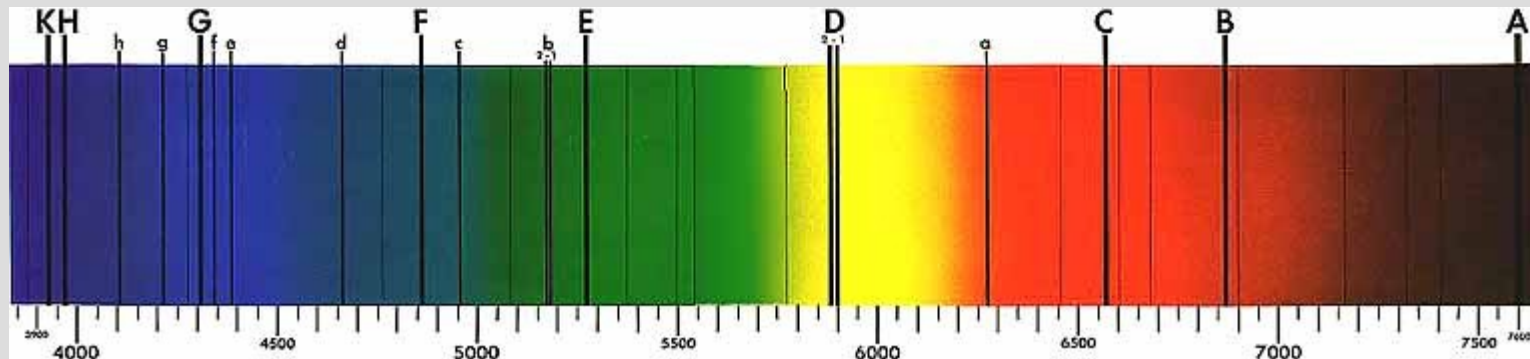


# Проблема 2.

## Линейчатые спектры поглощения и испускания.

1704 – Ньютон, разложение белого света

1814 – Фраунгофер, более 500 тёмных линий в спектре Солнца



(wikipedia.org)

1854-1859 – Кирхгоф и Бунзен, яркие линии в спектре пламени, окрашенного растворами солей, соответствующие тёмным линиям Фраунговера

Установление однозначного соответствия между линиями испускания/поглощения и химическими элементами привело к становлению спектроскопического анализа

# Проблема 2.

## Линейчатые спектры поглощения и испускания.

1868 Пьер Жансен и Норман Локьер, обнаружение в спектре Солнца линии нового элемента: гелия.

1885 Бальмер, идентификация серии Бальмера для водорода

1895 Рамзай, лабораторное получение и спектроскопическая идентификация гелия.

1906-1914 Лиман, ультрафиолетовая серия Лимана для водорода



линии Бальмера  
водорода  
(с сайта wikipedia.org)



спектр гелия  
(с сайта wikipedia.org)

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left( \frac{1}{n_0^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

Классическая теория не объясняет  
дискретных спектров

# Проблема 3. Фотоэффект.

1839 – Беккерель, увеличение тока в электролите при облучении катода светом

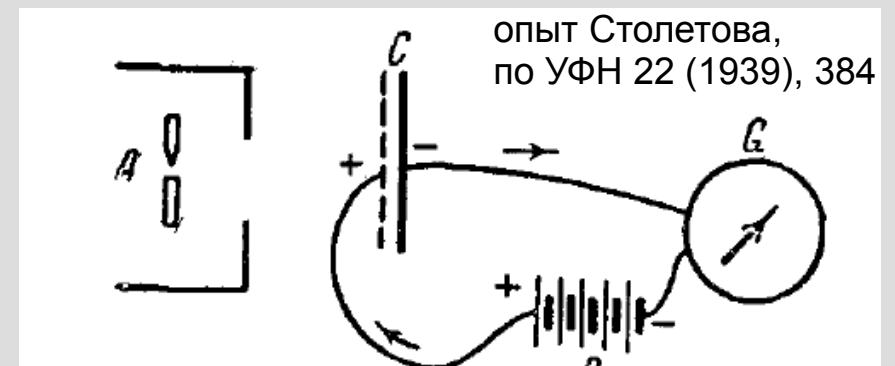
1873 – англ.инженер В.Смит, увеличение проводимости селена под действием сильного освещения

1887 – Герц, изменение скорости разряда при облучении разрядника ультрафиолетом

1888-1890 – Столетов, “классическая” постановка опыта по фотоэффекту. Обнаружение закона Столетова *“фототок прямо пропорционален интенсивности падающего на фотокатод света (облучение анода не вызывает появления фототока).”*

1902 – фон Ленард, установлена связь запирающего напряжения с длиной волны

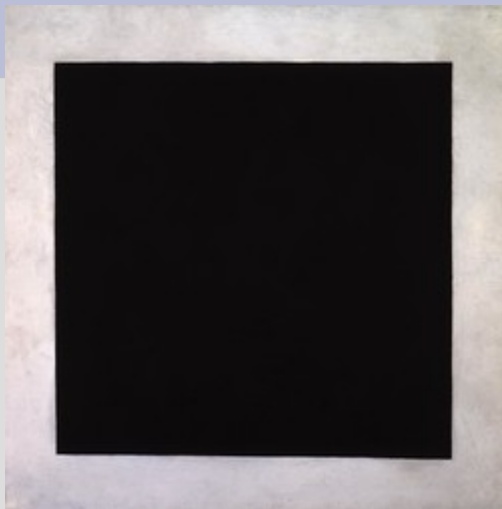
1905-1916 – Милликен, точные опыты по фотоэффекту.



**Красная граница фотоэффекта, независимость макс. энергии от интенсивности не объясняются классической теорией.**

# Проблема 4.

## Излучение чёрного тела.



### “Чёрный квадрат”

Малевич, Лепорская,  
Рождественский, Суетин,  
ок.1923, в собрании  
Государственного Русского  
Музея (с сайта wikipedia.org)

$T \sim 1000\text{K}$



Раскаленные древесные угли  
© Крупнов Денис / Фотобанк Лори



lori.ru/28778

Раскалённый уголь.  
(фото с сайта lori.ru)



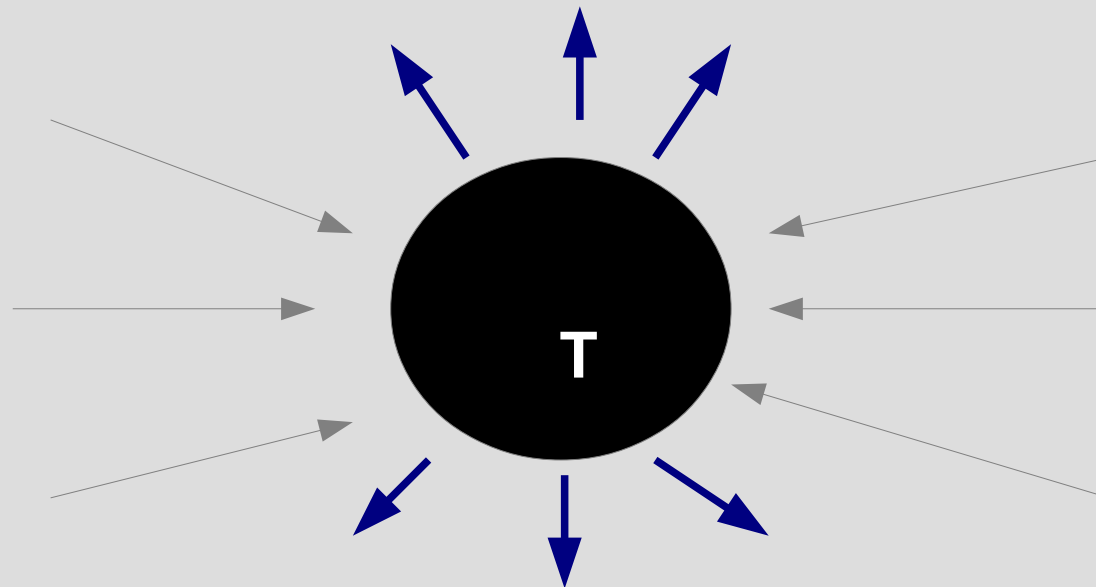
Раскалённая  
металлическая заготовка  
на наковальне  
(с сайта <http://freezersocks-wind.blogspot.com/2011/01/bladesmithing-week-1.html>)

# Проблема 4.

## Излучение чёрного тела.

Абсолютно чёрное тело: тело которое поглощает всякое падающее на него излучение.

Такое тело одновременно должно излучать энергию, иначе по закону сохранения энергии, оно должно всё время раскаляться.



*Каков спектр равновесного теплового излучения такого тела?*

# Проблема 4.


## Излучение чёрного тела.

1862 – Кирхгоф, постановка задачи

1879 – Стефан, эмпирически

1880 – Гретц, экспериментально

1884 – Больцман, опираясь на уравнения Максвелла


$$\frac{P}{S} = \sigma T^4$$

1893 – Вин, законы Вина

$$\frac{dP}{d\nu} = \nu^3 f\left(\frac{\nu}{T}\right)$$

$$\nu_{max} = AT$$

1900 – Рэлей

1905 – Джинс, на основе классической электродинамики  
выведен закон Рэля-Джинса

$$\frac{dP}{d\nu} = \frac{2\nu^2 kT}{c^2}$$

При больших частотах спектральная плотность излучения  
возрастает, полная мощность излучения оказывается  
бесконечной! Ультрафиолетовая катастрофа!

Классическая теория не может решить задачу об излучении  
чёрного тела.

# Проблема 5.

## Теорема о равнораспределении.

1819 – Дюлонг и Пти, закон Дюлонга и Пти: “теплоёмкость почти всех простых твёрдых тел при комнатной температуре близка к  $25 \text{ Дж}/(\text{К}\cdot\text{моль})$ ”

Вещество	Удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К)	Молярная масса, кг/моль	Молярная теплоёмкость, Дж/(моль·К)
Железо	444	$55.8 \cdot 10^{-3}$	24.8
Свинец	130	$207.2 \cdot 10^{-3}$	26.9
Литий	3582	$6.94 \cdot 10^{-3}$	24.9
Вольфрам	134	$184 \cdot 10^{-3}$	24.7
Золото	129	$197 \cdot 10^{-3}$	25.4
Медь	385	$63.5 \cdot 10^{-3}$	24.4

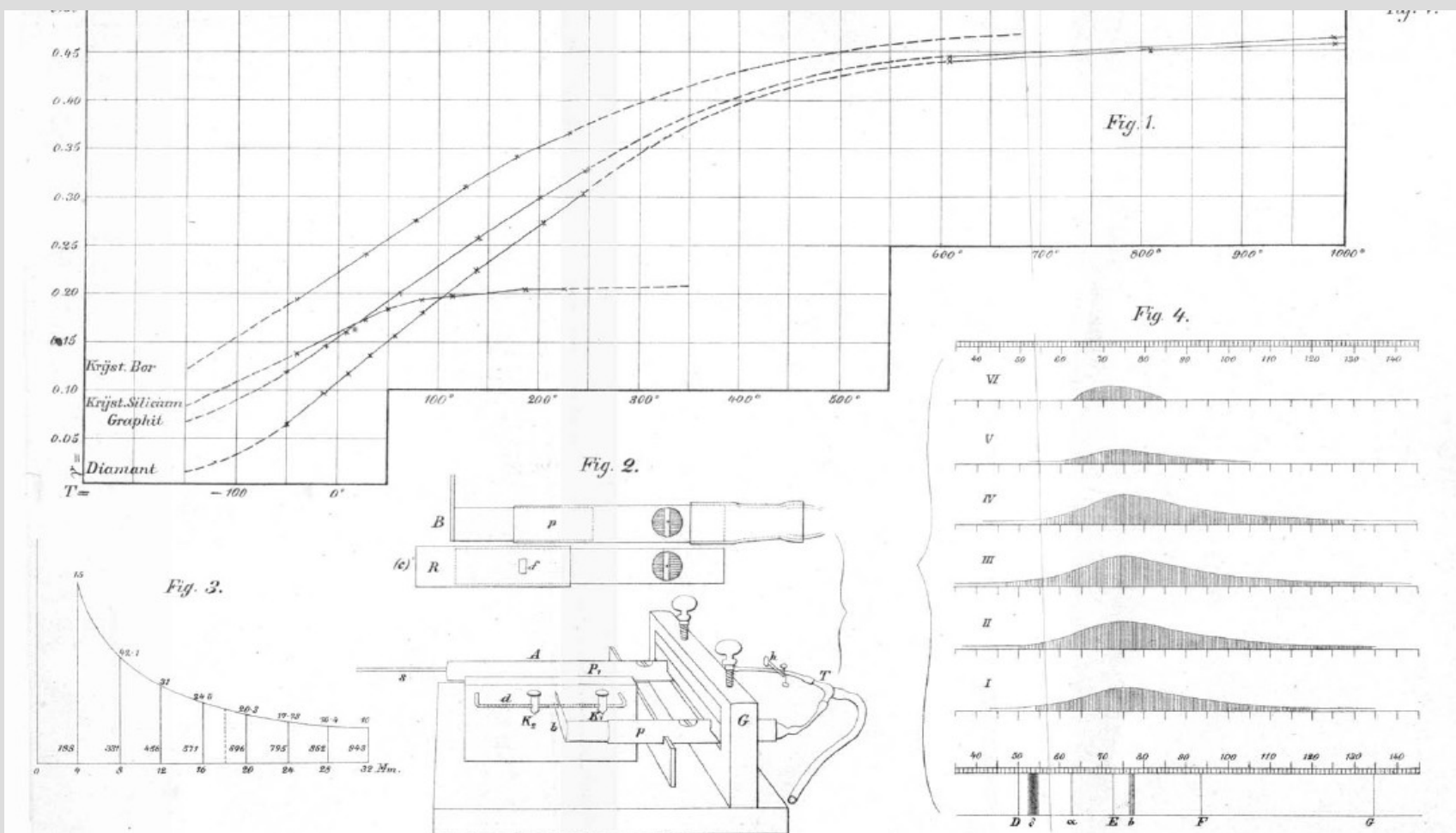
1876 – Больцман, теорема о равнораспределении: 3 колебательные степени свободы дают вклад  $3R$ , теплоёмкости газов ( $C_V$ ):  $3R/2$ ,  $5R/2$ ,  $3R$  для одно-, двух- и трёхатомного газа.



# Проблема 5.

## Теорема о равномерном распределении.

1872 – Вебер, обнаружил зависимость теплоёмкости твёрдого тела от температуры



Alb. Schiøtz Lith. Bussé, Berlin.

Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. CLIV. St. 4.

рисунок из статьи D.F.Weber "Die specifischen Wärmen der Elemente Kohlenstoff, Bor und Silicium", Annalen der Physik 154, 553 (1875)



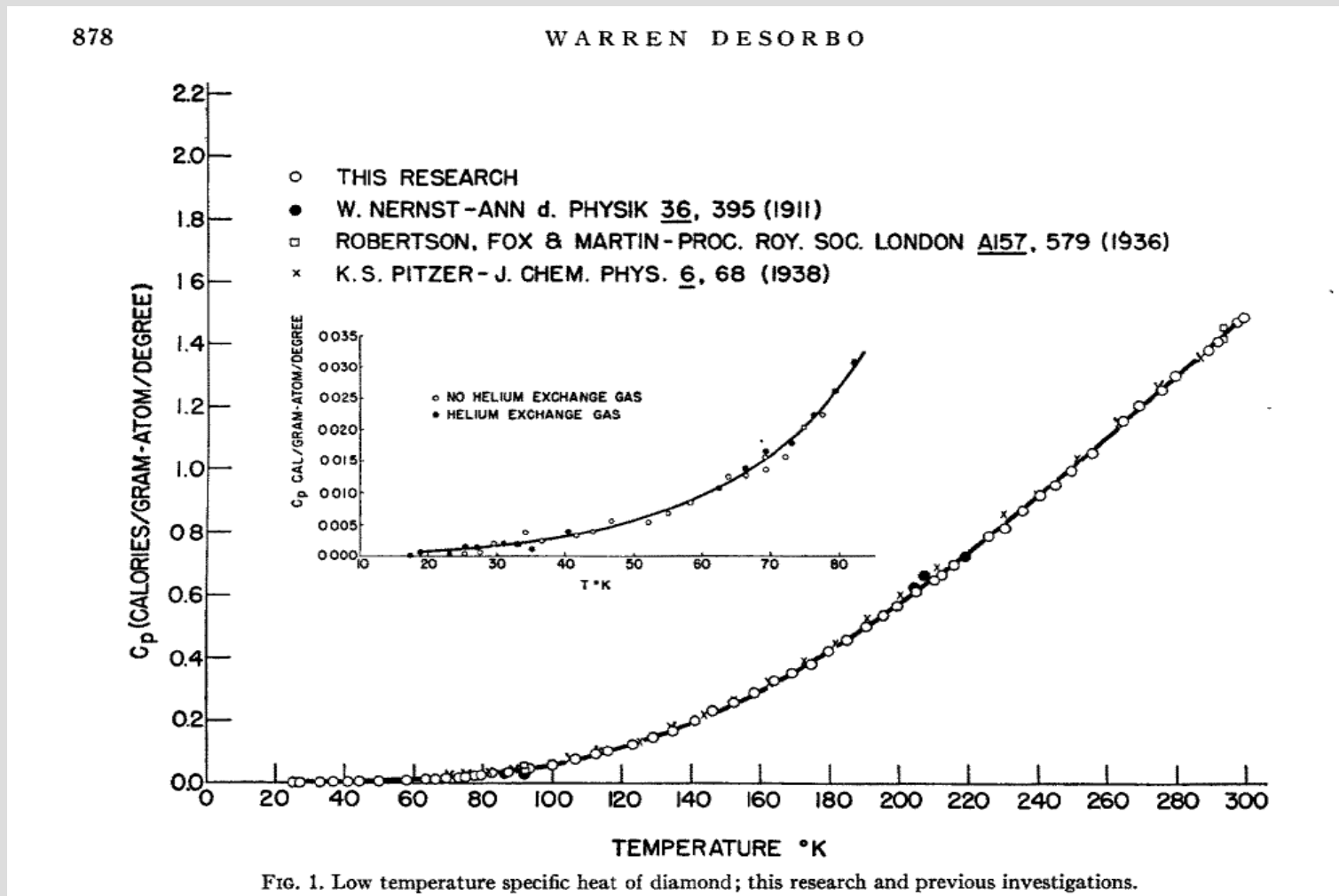
# Проблема 5.

## Теорема о равнораспределении.

Исследования теплоёмкости при низких температурах:

1905 – Дьюар

1911 - Нернст



по статье W.DeSorbo "Specific Heat of Diamond at Low Temperatures", J. Chem. Phys. 21, 876 (1953)

# Проблема 5.

## Теорема о равномерном распределении.

Теплоёмкости газов тоже отклоняются от предсказания теоремы о равномерном распределении при низких температурах

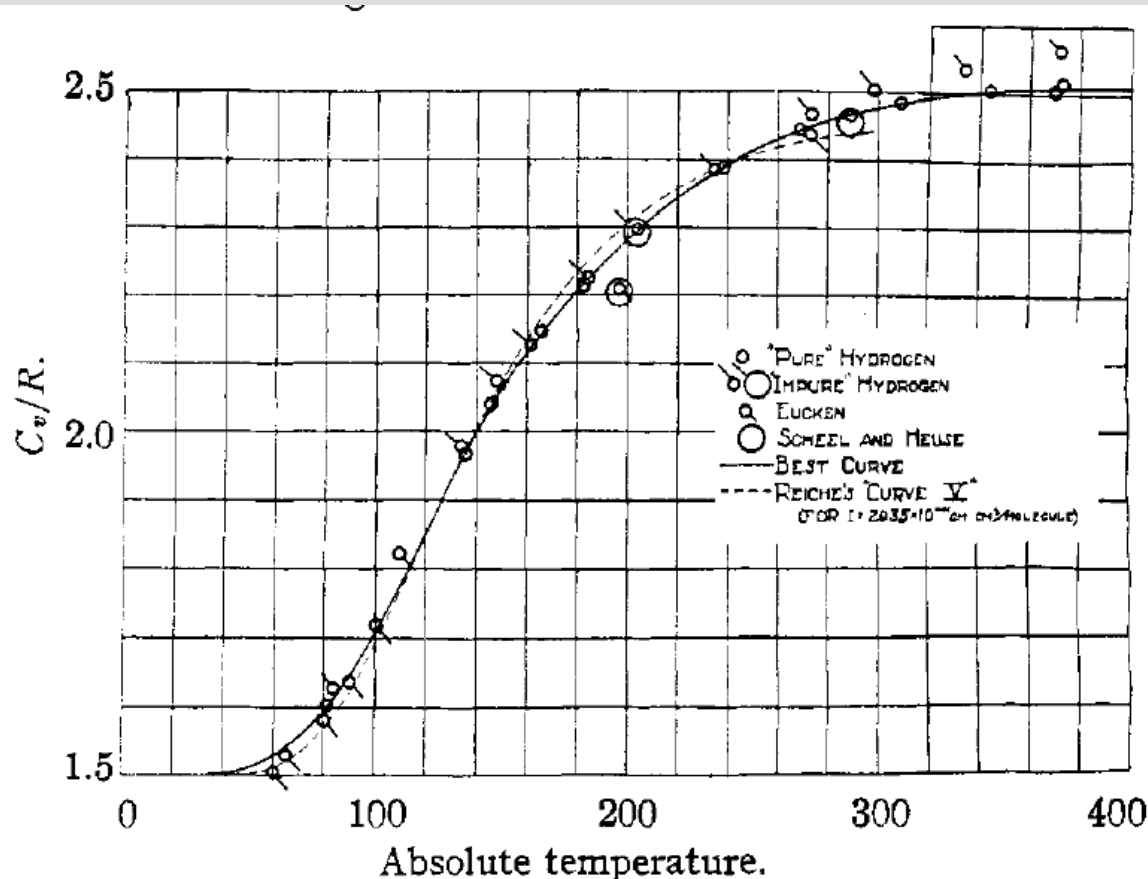


Fig. 3.—Specific heat of hydrogen.

# Проблема 5.

## Теорема о равномерном распределении.

... и при высоких температурах

CO (ожидается  $5/2R$ ),

G. G. Sherratt and Ezer Griffiths, "Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences", **147**, 292 (1934)

Temperature ° C	$\beta \times 10^5$ second	Experi- mental	$C_v/R$		
			Planck Einstein	Gordon and Barnes	Kassel
1000	1.0	3.147	3.127	3.150	3.135
1200	1.2	3.257	3.204	3.231	3.215
1400	1.15	3.261	3.260	3.291	3.273
1600	1.1	3.305	3.302	3.338	3.320
1800	1.0	3.368	3.334	3.376	3.354

CO<sub>2</sub> (ожидается  $3R=5.9$  кал/(К\*моль)),

G. G. Sherratt and Ezer Griffiths "Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences". Vol. **156**. 504 (1936)

Temperature ° C.	$C_v$ cal./gm. mol. at 1 atmosphere pressure		
	Present investigation	I.C.T.	Spectroscopic
0	6.62	6.63	6.67
200	8.65	7.60	8.49
400	10.06	8.48	9.80
600	10.81	9.15	10.64
800	11.30	9.72	11.21
1000	11.76	10.17	11.61

# Проблема 5.

## Теорема о равнораспределении.

... и при высоких температурах

CO (ожидается  $5/2R$ ),

G. G. Sherratt and Ezer Griffiths, "Proceedings of the Royal Society, Physical Sciences" 147, 292 (1934)

Temperature ° C	$\beta \times 10^5$ second	Experimental
1000	1.0	3.147
1200	1.2	3.257
1400	1.15	3.261
1600	1.1	3.305
1800	1.0	3.368



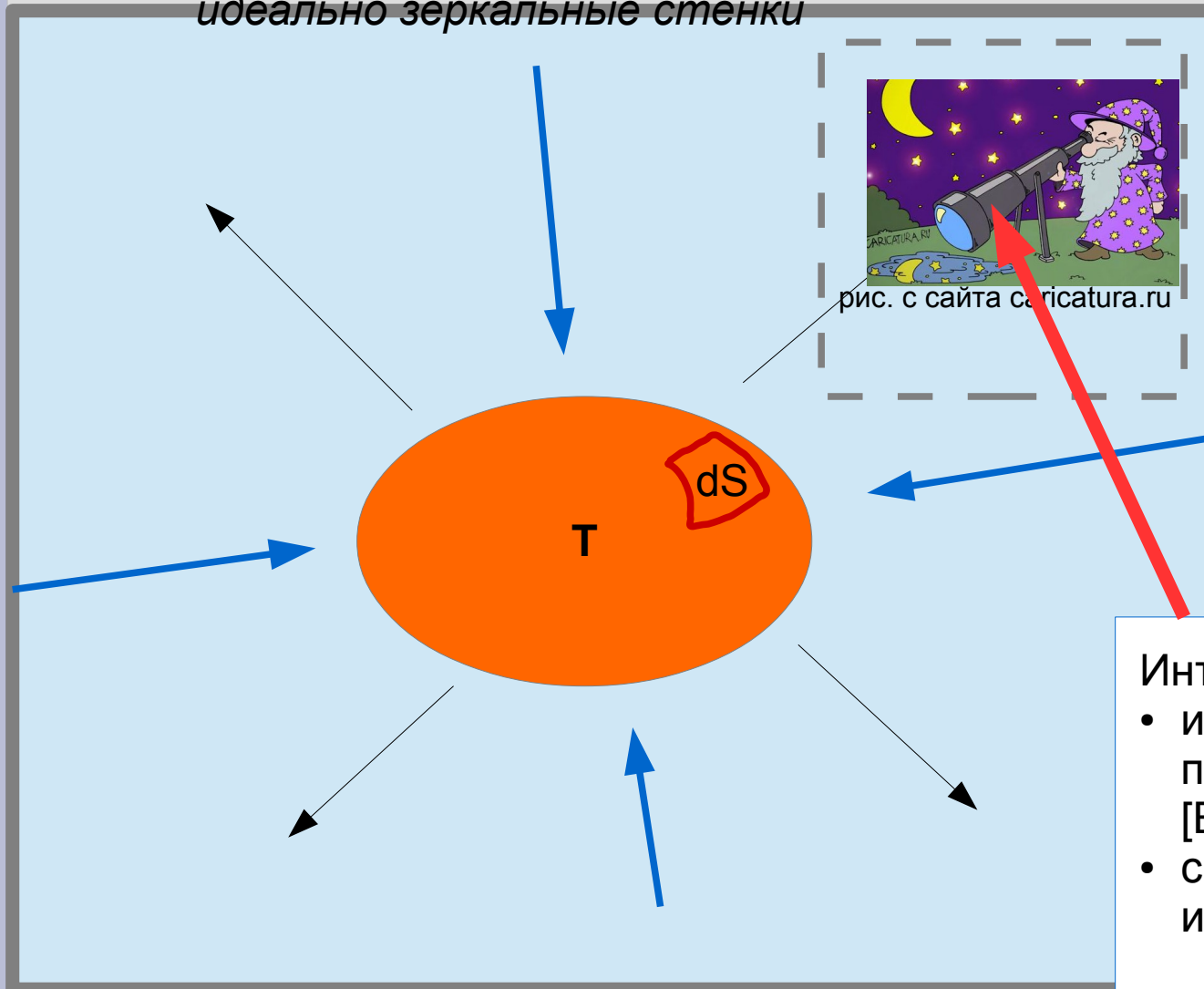
CO<sub>2</sub>  
G. G. S  
Physica

Классическая термодинамика не может объяснить, почему какие-то степени свободы "включаются" и "выключаются".

600	10.81	9.15	10.64
800	11.30	9.72	11.21
1000	11.76	10.17	11.61

## II. Равновесное тепловое излучение

идеально зеркальные стенки



- Как соотносятся излучательные и поглощательные характеристики тела?
- От чего зависят свойства равновесного теплового излучения?

Интересует:

- излучаемая с единицы поверхности мощность  $W$  [Вт/м<sup>2</sup>]
- спектральная плотность излучения  $\rho = dW/d\omega$  [Вт/(м<sup>2</sup>с<sup>-1</sup>)]

# Абсолютно чёрное тело, «не чёрное» тело, «серое» тело

АЧТ — модельный предельный случай, тело поглощающее **всё** излучение во **всём** спектре.

При равной температуре АЧТ *излучает* (с единицы поверхности) больше «не чёрного» тела!

$$a(\omega) = \frac{W_{\text{погл}}}{W_{\text{пад}}}$$

поглощательная способность

=1 для АЧТ

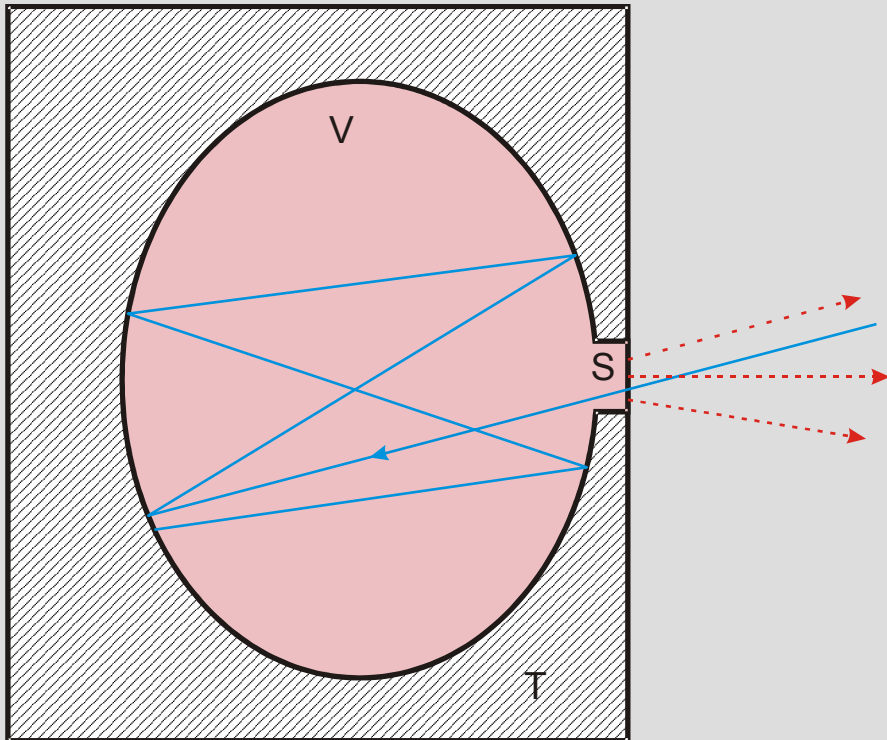
=0 для абсолютно зеркального и абсолютно прозрачного тела

Для излучения

$$\frac{dW_{\text{изл}}(\omega, T)}{d\omega} = a(\omega) \left( \frac{dW}{d\omega} \right)_{\text{АЧТ}}$$

«Серое» тело:  $a(\omega) = \text{const}$

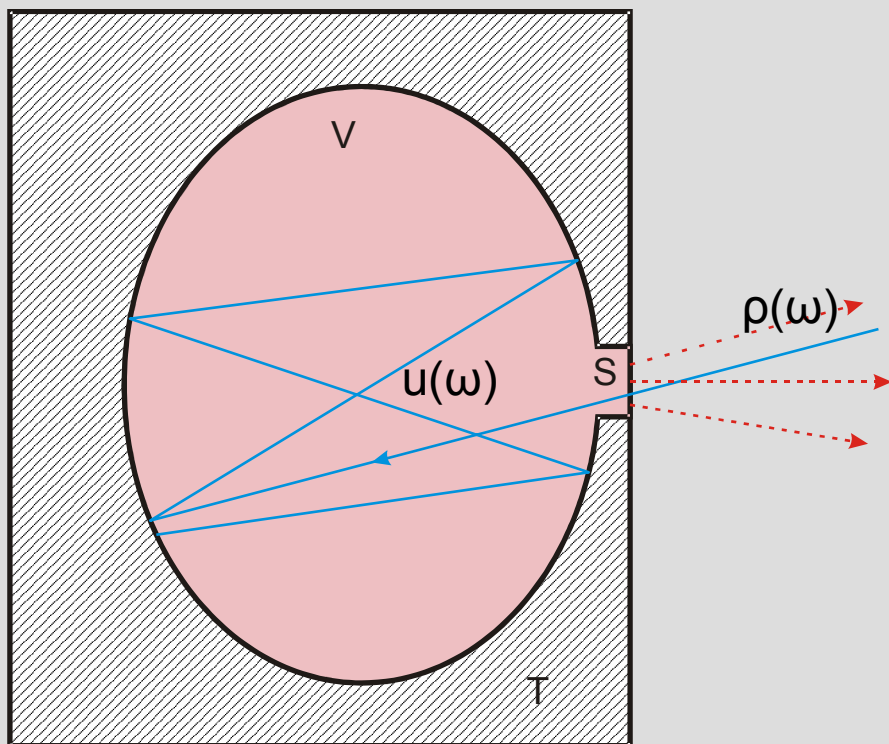
# Модель АЧТ



Удобная модель АЧТ:

- Всякое падающее в отверстие извне излучение поглощается
- Внутри полости есть излучение, находящееся в тепловом равновесии со стенками при температуре  $T$
- Это равновесное излучение “высвечивается” в отверстие

# Связь плотности энергии ЭМ поля в полости и излучения из отверстия



Плотность энергии  $U = \int_0^{\infty} u(\omega) d\omega$

$[\text{Дж}/\text{м}^3]$        $[\text{Дж}/(\text{м}^3\text{с}^{-1})]$

При нормальном падении за время  $dt$  с площади  $dS$  в интервале частот  $d\omega$  «выльется» энергия

$$E = (u_{\text{над}} d\omega) c dt dS$$

надо аккуратно усреднить пользуясь изотропией излучения и учесть геометрию....

спектральная плотность излучения с единицы поверхности АЧТ

$$\rho(\omega) = \frac{dE/d\omega}{dt dS} = \frac{c u(\omega)}{4}$$

$[\text{Вт}/(\text{м}^2\text{с}^{-1})]$



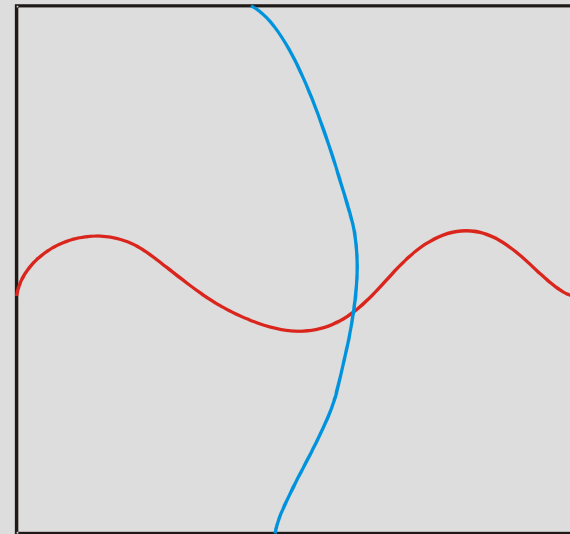
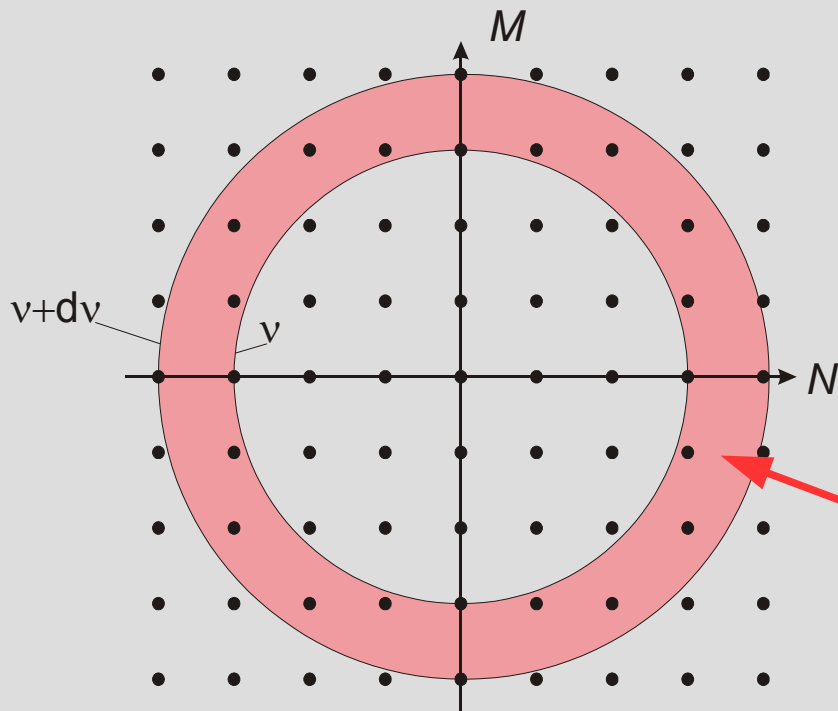
## Частоты прямоугольного резонатора

$$k_x = \frac{K\pi}{L_x}; k_y = \frac{M\pi}{L_y}; k_z = \frac{P\pi}{L_z}$$

$$K, M, P > 0$$

$$\omega^2 = c^2(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

частоты двукратно вырождены!



$$K^2 + M^2 + P^2 = 4L^2 \left( \frac{\nu}{c} \right)^2$$

$$dN = \frac{1}{8} 4\pi R^2 dR =$$

$$= \left( \frac{2L}{c} \right)^3 \frac{\pi}{2} \nu^2 d\nu = \frac{L^3}{c^3} 4\pi \nu^2 d\nu$$

# Запасённая энергия — классический предел

- Колебания электромагнитного поля в плоскости — это колебательные степени свободы, по теореме о равнораспределении в каждой запасена энергия  $kT$ !!!

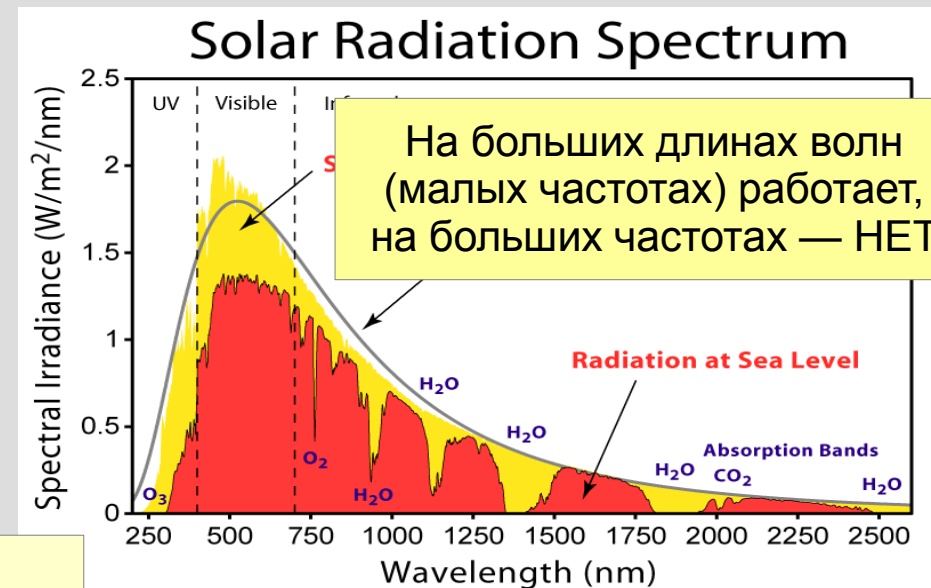
$$dE = 2 \times kT \times dN = kT \times \frac{L^3}{c^3} 8\pi \nu^2 d\nu$$

$$u(\nu) = \frac{8\pi}{c^3} kT \nu^2$$

$$\rho(\nu) = \frac{2\pi}{c^2} kT \nu^2$$

$$\rho(\omega) = \frac{kT}{4\pi^2 c^2} \omega^2$$

При подсчёте полной спектральной плотности от нескольких источников «суммируются температуры»



wikipedia.org: Solar Spectrum

# Гипотеза Планка

Электромагнитные волны поглощаются и излучаются порциями (квантами), энергия одного кванта пропорциональна частоте

$$E = h\nu = \hbar\omega$$

*... возвращаясь к «философии»...*

это новое предположение, никак логически не следующее из классической физики. Более того, дискретность изменения энергии разрушает, например, классический гамильтонов формализм механики и связанный с ним детерминизм...

**ЕСЛИ** гипотеза окажется «удачной» необходимо будет понять почему работали классические законы и когда они применимы...

# Запасенная энергия с учётом гипотезы Планка

$$E_n = n \hbar \omega$$
$$w_n = A \exp[-E_n / (k T)]$$

$$\bar{E} = \sum E_n w_n = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / (k T)} - 1}$$

предельные случаи:

$kT \gg \hbar \omega : \bar{E} = k T \leftarrow$  — классический случай!

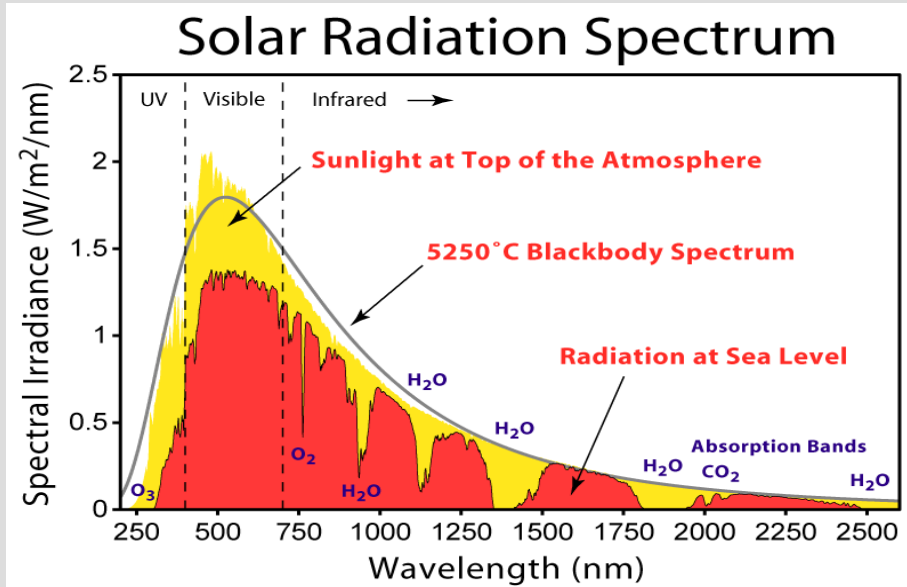
$$kT \ll \hbar \omega : \bar{E} = \hbar \omega e^{-\hbar \omega / (k T)}$$

возникло «выключение» теоремы о  
равнораспределении...

# Спектральная плотность излучения с учётом гипотезы Планка

$$\bar{E} = \sum E_n w_n = \frac{\hbar \omega}{e^{\hbar \omega / (kT)} - 1}$$

$$dN = \frac{L^3}{c^3} 4 \pi \nu^2 d\nu = L^3 \frac{1}{c^3 2 \pi^2} \omega^2 d\omega = L^3 4 \pi \frac{d\lambda}{\lambda^4}$$



wikipedia.org: Solar Spectrum

$$\rho(\nu) = \frac{2 \pi h \nu^3}{c^2 (e^{h \nu / (kT)} - 1)}$$

$$\rho(\omega) = \frac{\hbar \omega^3}{4 \pi^2 c^2 (e^{\hbar \omega / (kT)} - 1)}$$

$$\rho(\lambda) = \frac{\pi h c^2}{\lambda^5 (e^{h c / (\lambda kT)} - 1)}$$

# Величина постоянной Планка и «граница» между классической и квантовой физикой

$$\rho(\nu) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2 (e^{h\nu/(kT)} - 1)}$$

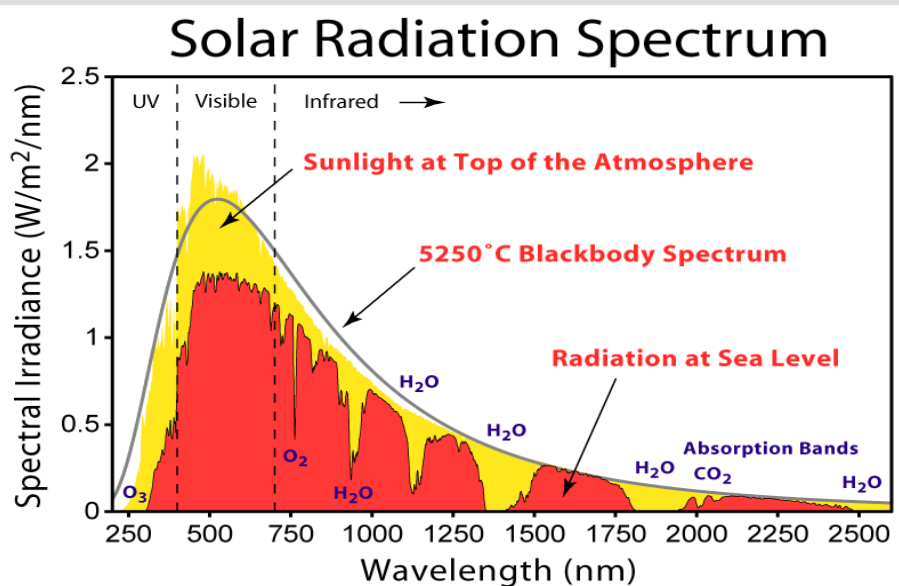
Измерив спектр излучения тела с известной температурой можно найти постоянную  $h$

$$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Дж с} = 6.63 \times 10^{-27} \text{ эрг с}$$

$$\hbar = 1.05 \times 10^{-34} \text{ Дж с} = 1.05 \times 10^{-27} \text{ эрг с}$$

**lifehack:** в СГС численное значение  $\hbar$  сокращается с массой электрона

Классическому пределу соответствует возбуждение колебаний большой амплитуды, когда изменение энергии на один квант «незаметно».



wikipedia.org: Solar Spectrum

# Полезные порядки величины...

1) для длины волны 500 нм (зелёный свет)

$$E = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{500 \times 10^{-9}} \approx 4.0 \times 10^{-19} \text{ Дж}$$

это примерно 2.5 эВ или 28800К

т. е., при разумных температурах для  
видимого света  $E \gg kT$

2) излучение с 1 кв.метра при 300К

$$W = \sigma T^4 = 5.56 \times 10^{-8} \times 81 \times 10^8 \text{ Вт} = 450 \text{ Вт}$$

3) температура поверхности Солнца около 6000К,  
спектральный максимум примерно на 500 нм

# Законы теплового излучения

Классический закон  
Рэля-Джинса

$$h\nu \ll kT$$

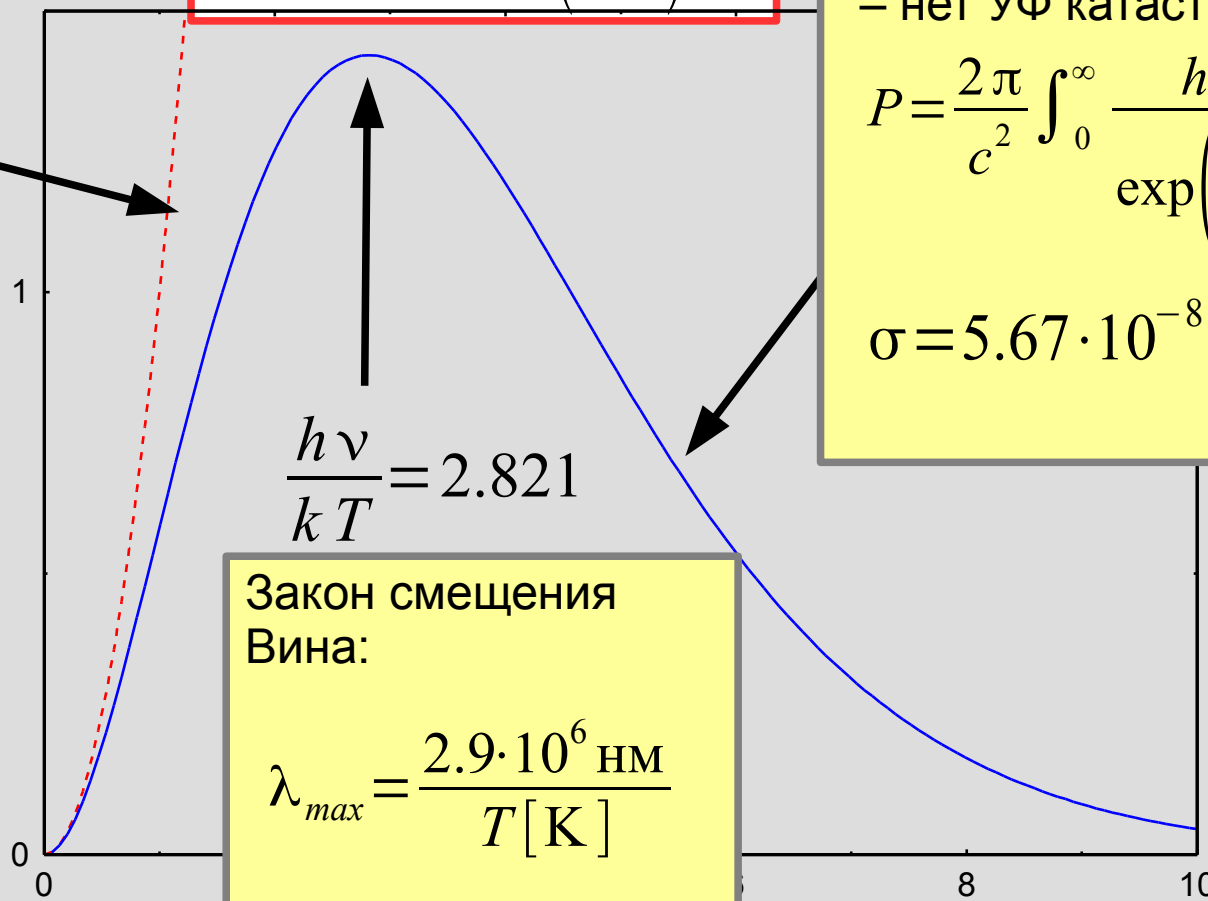
$$\rho \propto \frac{\nu^2}{kT}$$

$$\rho(\nu) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3 d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

Закон Стефана-Больцмана:  
(экспоненциально спадает  
– нет УФ катастрофы)

$$P = \frac{2\pi}{c^2} \int_0^\infty \frac{h\nu^3 d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1} = \sigma T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{Вт}{м^2 \cdot К^4}$$



Закон смещения  
Вина:

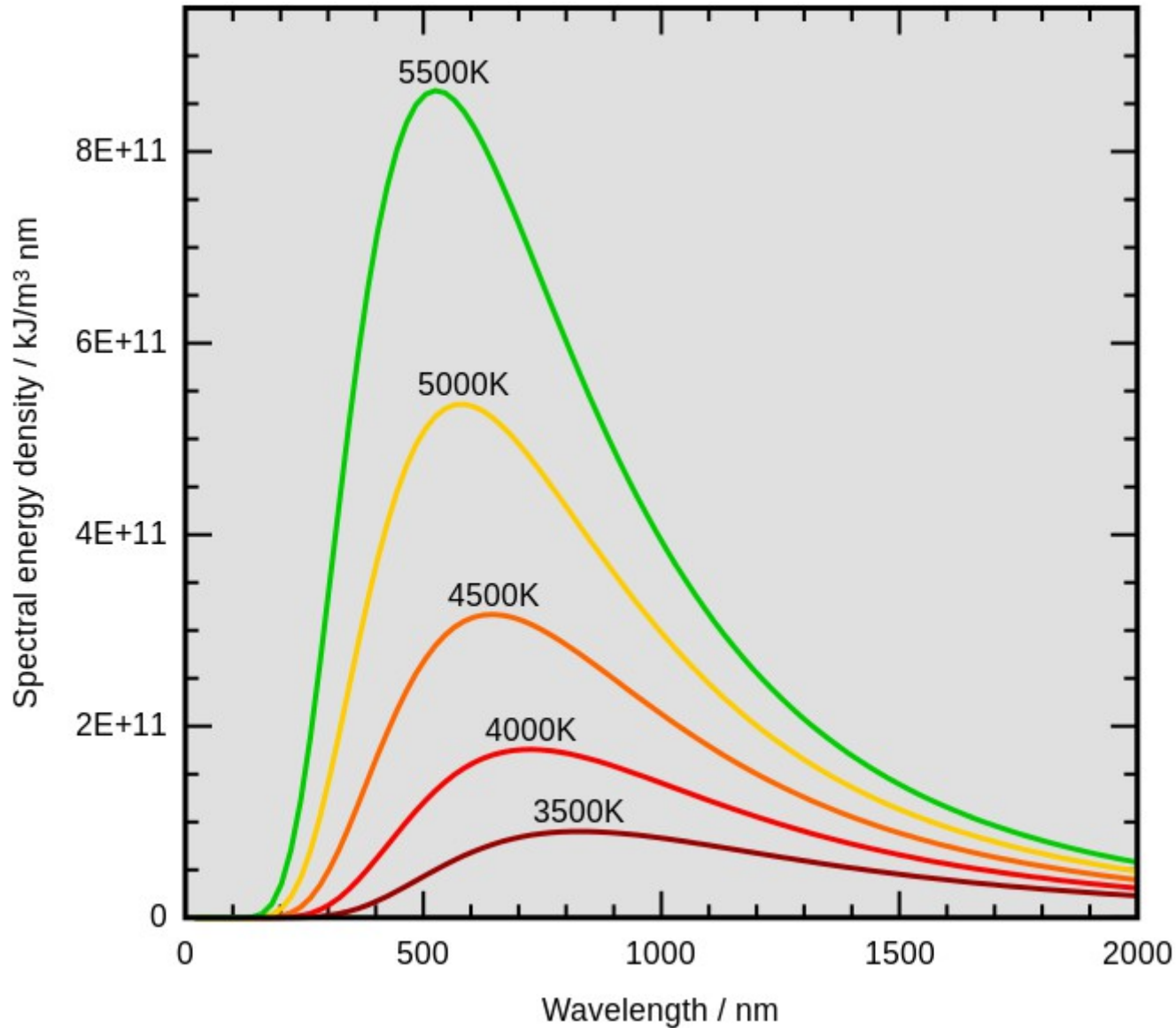
$$\lambda_{max} = \frac{2.9 \cdot 10^6 \text{ нм}}{T [К]}$$

300 К: 10 мкм  
1000К: 3 мкм  
6000К: 500 нм



# Применения

[https://en.wikipedia.org/wiki/Wien%27s\\_displacement\\_law#/media/File:Wiens\\_law.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Wien%27s_displacement_law#/media/File:Wiens_law.svg)



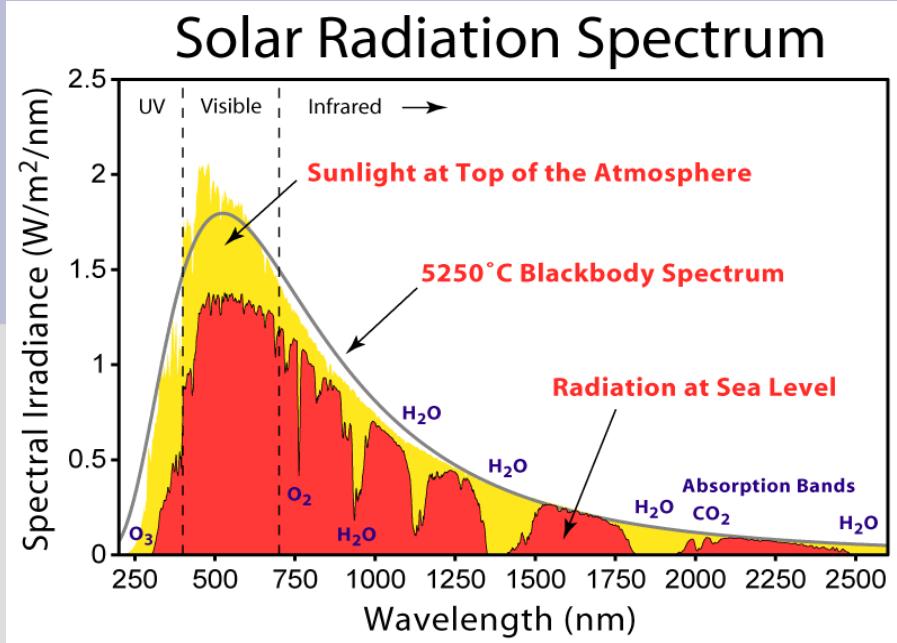
Пирометрия:  
бесконтактное  
измерение  
температуры по  
спектру и  
интенсивности

# Термос

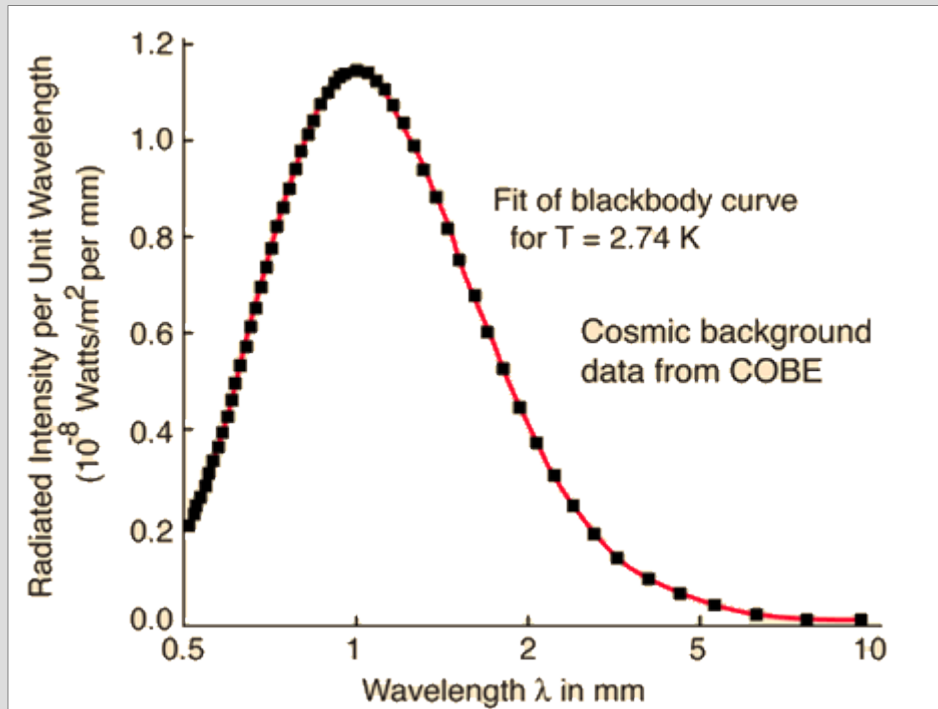


Идеально зеркальная поверхность не поглощает – и не излучает!

# Спектры АЧТ в астрономии



wikipedia.org: Solar Spectrum



(источник: Hyperphysics Project)

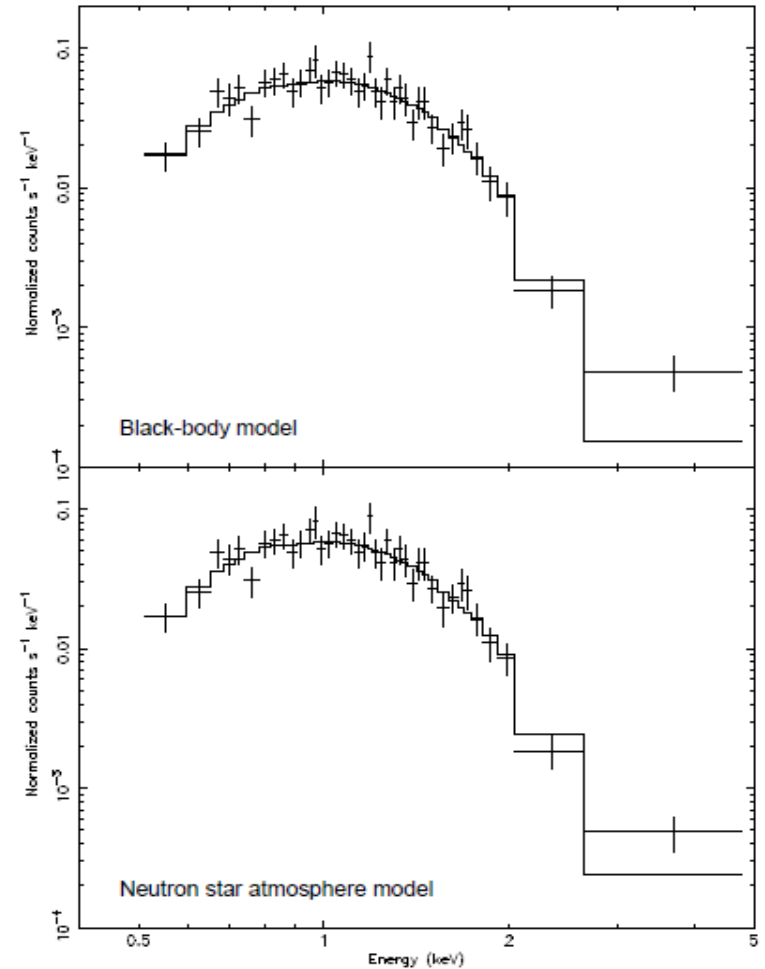
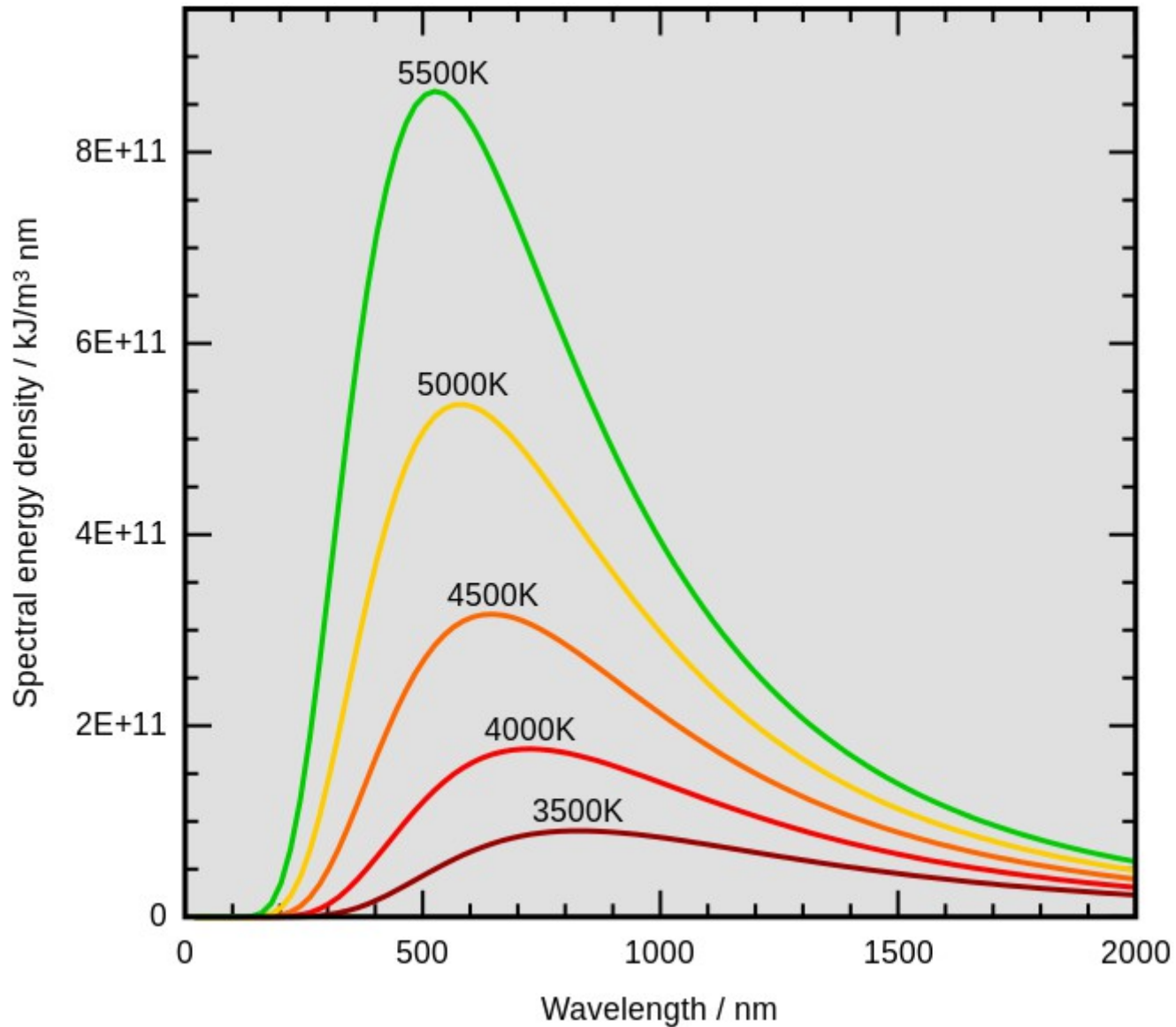


Fig. 5.— The *Chandra*/ACIS-S spectrum of MXB 1659–29 of the persistent part of the data. In the top panel, the solid line represents the best black-body fit to the data, in the bottom panel the best neutron star atmosphere model fit.

# Главное на лекции

[https://en.wikipedia.org/wiki/Wien%27s\\_displacement\\_law#/media/File:Wiens\\_law.svg](https://en.wikipedia.org/wiki/Wien%27s_displacement_law#/media/File:Wiens_law.svg)



$$\rho(\nu) = \frac{2\pi}{c^2} \frac{h\nu^3 d\nu}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}$$

$$P = \sigma T^4$$

$$\lambda_{max} = \frac{2.9 \cdot 10^6 \text{ nmK}}{T[\text{K}]}$$