

Семинар кафедры общей физики 24 октября



17:00 в 119ГК

Храпач Иван Николаевич, Ph.D.,

зам. зав. лабораторией искусственных квантовых систем.

Сверхпроводящие искусственные квантовые системы.

Аннотация:

В моем докладе я познакомлю слушателей с предметом исследований моей лаборатории - искусственными квантовыми системами (искусственными атомами). Это такие системы, в которых при определенных условиях наблюдаются макроскопические квантовые состояния. Конкретно, мы рассмотрим искусственные атомы, собранные на сверхпроводящих электрических цепях, содержащих джозефсоновские контакты. Обсудим, как такие системы можно применять для исследований в области квантовой оптики, а также для квантовых вычислений.

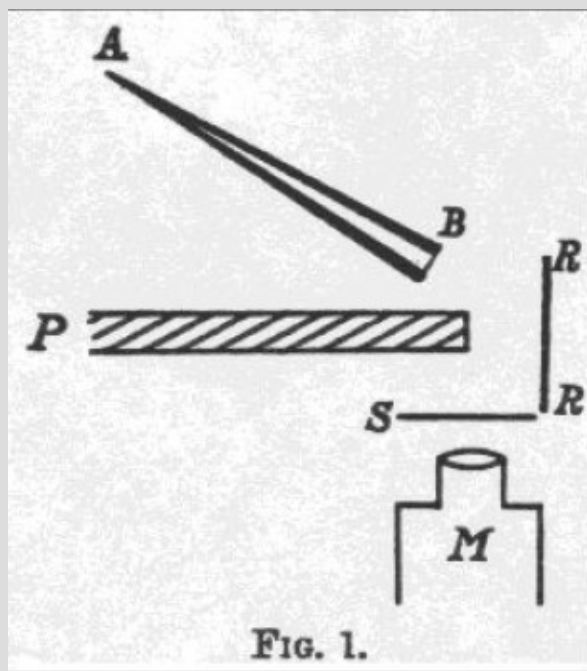
Лекция 8.

Тонкая и сверхтонкая структура энергетических уровней на примере атома водорода.

Неразличимость частиц в квантовой механике и обменное взаимодействие.

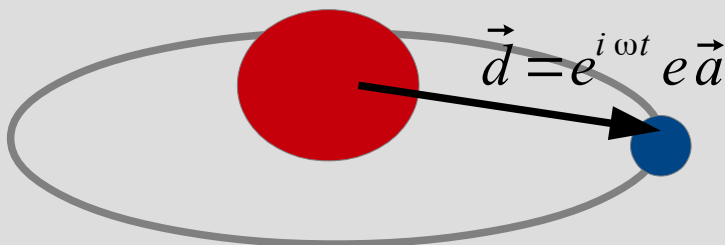
Сложный атом. Таблица Менделеева.

Опыты Резерфорда (опыты Гейгера-Марсдена). Время жизни планетарной модели атома.



H. Geiger and E. Marsden, On a Diffuse Reflection of the α -Particles., 1909

E. Rutherford, The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom, 1911



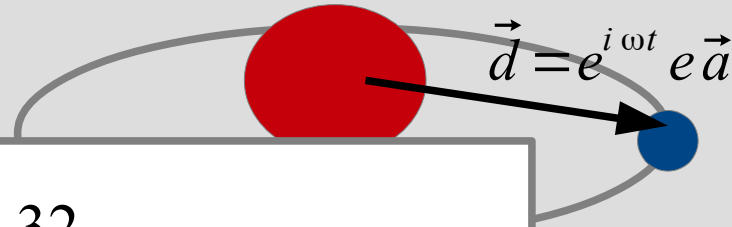
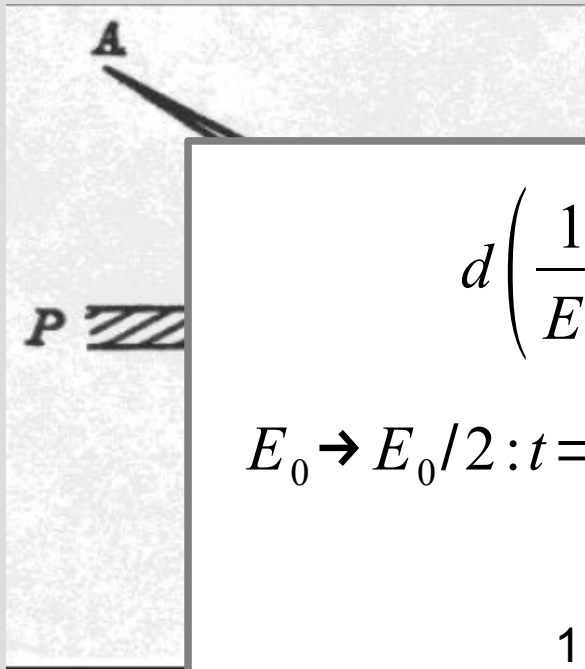
Интенсивность дипольного излучения

$$I = \frac{2}{3c^3} (\ddot{\vec{d}})^2 \simeq \frac{\omega^4 e^2 r^2}{c^3}$$

На классической орбите

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 &= \frac{e^2}{m r^3} \\ E &= -\frac{e^2}{2r} \end{aligned} \right\} \rightarrow I = -\frac{dE}{dt} = \frac{32}{3} \frac{E^4}{m^2 e^2 c^3}$$

Опыты Резерфорда (опыты Гейгера-Марсдена). Время жизни планетарной модели атома.



$$d\left(\frac{1}{E^3}\right) = \frac{32}{m^2 e^2 c^3} dt$$

$$E_0 \rightarrow E_0/2 : t = \frac{7}{32} \frac{m^2 e^2 c^3}{E_0^3} \sim 5 \times 10^{-7} c$$

\nearrow
 1 эВ?!

ого излучения

$$\frac{4 e^2 r^2}{c^3}$$

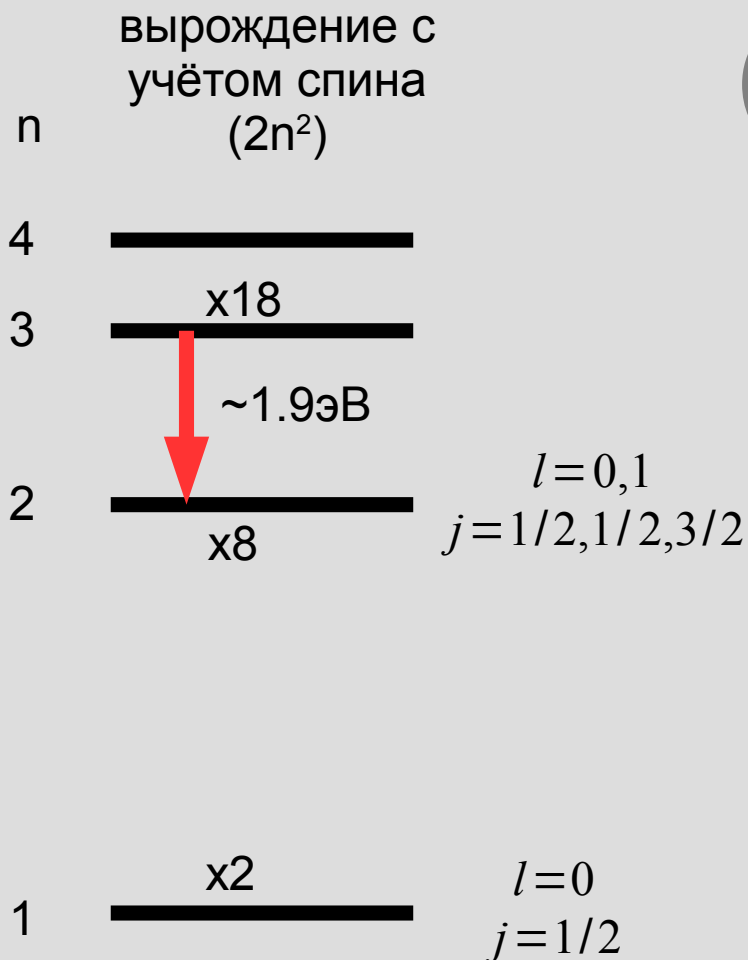
e

H. Geiger and E. Marsden, On a Diffuse Reflection of the α -Particles., 1909

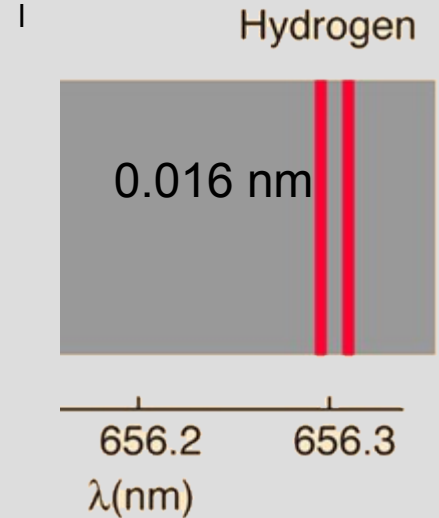
E. Rutherford, The Scattering of α and β Particles by Matter and the Structure of the Atom, 1911

$$\left. \begin{aligned} \omega^2 &= \frac{1}{m r^3} \\ E &= -\frac{e^2}{2r} \end{aligned} \right\} \rightarrow I = -\frac{dE}{dt} = \frac{32}{3} \frac{E^4}{m^2 e^2 c^3}$$

Тонкая структура уровней атома водорода



<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/quantum/hydfin.htm>



в релятивистском случае для водорода точно

$$E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 + \frac{\alpha^2}{\left(n_r + \sqrt{(j+1/2)^2 - \alpha^2}\right)^2}}}$$

$$\alpha = e^2 / (\hbar c) \approx 1/137$$

Спин ядра и электрон-ядерное взаимодействие

$$J=1/2$$

У протона тоже есть полный спин $I=1/2$

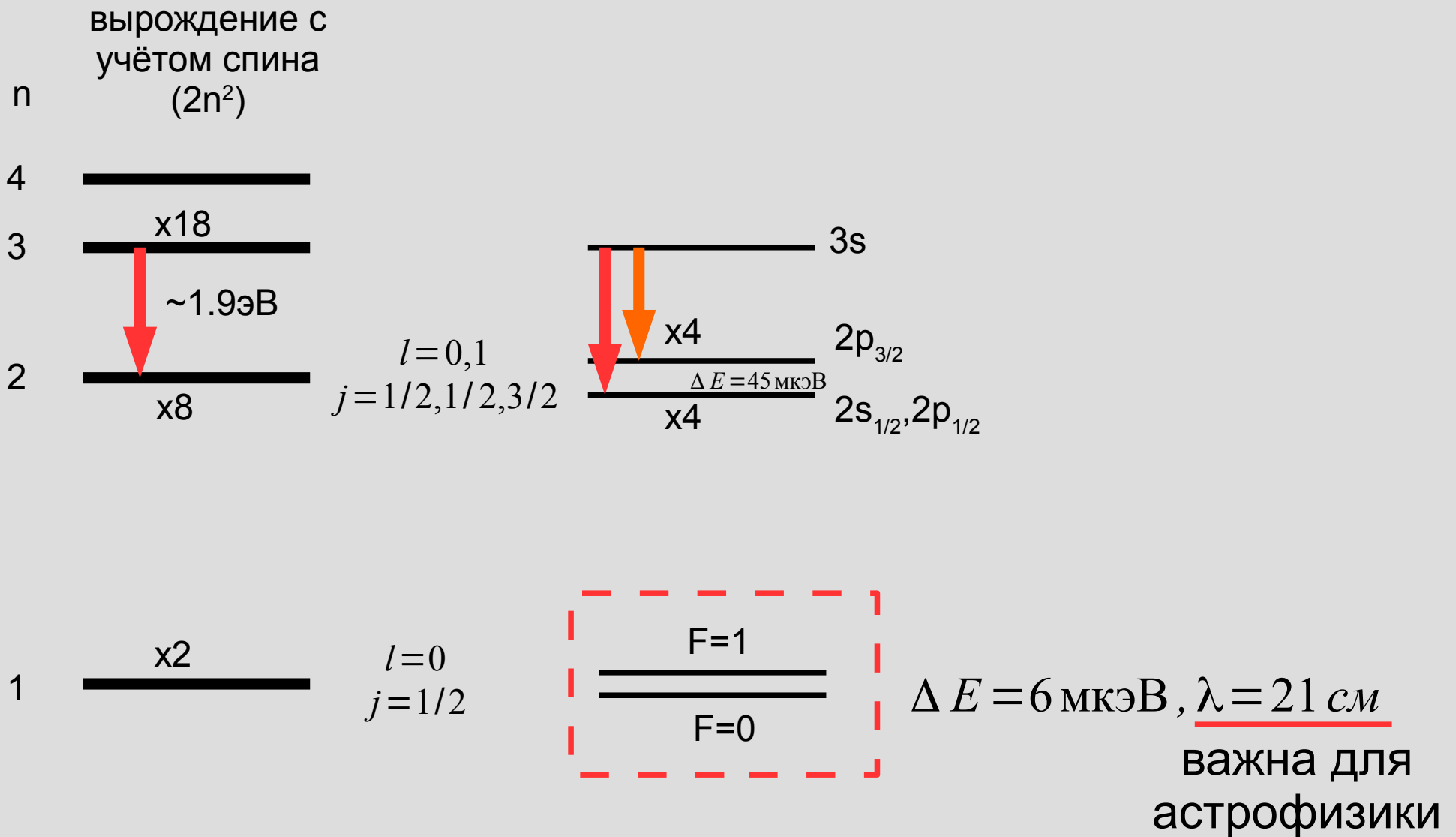
Оператор полного момента (с учётом ядра) $\hat{F} = \hat{I} + \hat{J}$

Взаимодействие электронного и ядерного магнитных моментов (диполь-дипольное) наиболее важно для S-электронов (большая плотность состояний на ядре), хорошо работает приближение

$$\hat{H}_{HF} = A(\hat{I} \hat{J}) = \frac{A}{2}(\hat{F}^2 - \hat{I}^2 - \hat{J}^2) = \frac{A}{2}(F(F+1) - I(I+1) - J(J+1))$$

Н.В. В «лабнике» НЕПРАВИЛЬНОЕ описание теории сверхтонкого расщепления спектра ЭПР

СВЕРХ тонкая структура уровней атома водорода



VERY LARGE ARRAY

27 шт., $d=25$ м, $D=36$ км

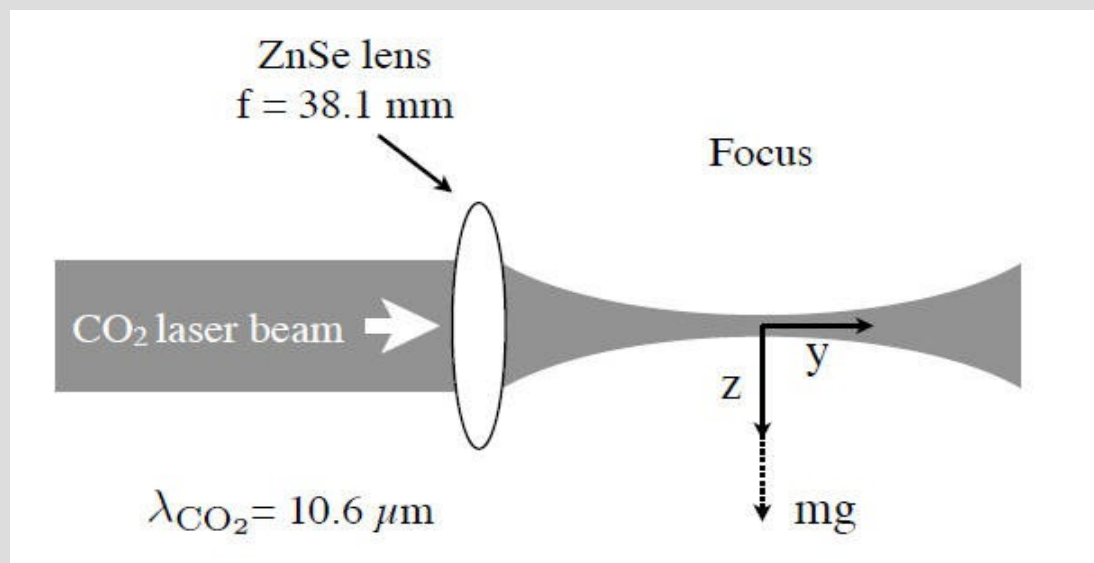


Наблюдение галактик радиотелескопом на длине волны 21 см

...M51, also known as the "Whirlpool Galaxy". The optical image (depicted by green and yellow colors...) highlights the younger stars, as well as the dust... The continuum radio emission (depicted by red in the image) is partly due to thermal emission from HII regions, partly to synchrotron emission from relativistic electrons moving in magnetic fields, delineating areas of high compression (i.e. the dust lanes). **The spectral-line observations of neutral atomic hydrogen (depicted by blue) gives us the distribution, as well as the kinematics, of the neutral hydrogen gas.**

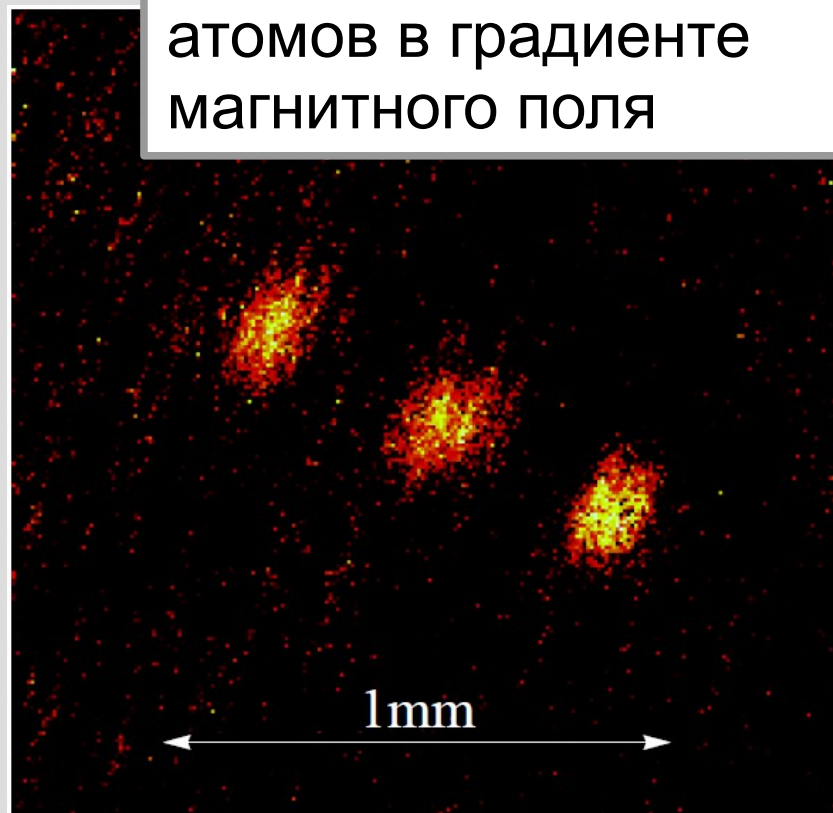


Опыт типа опыта Штерна-Герлаха с ультрахолодными атомами



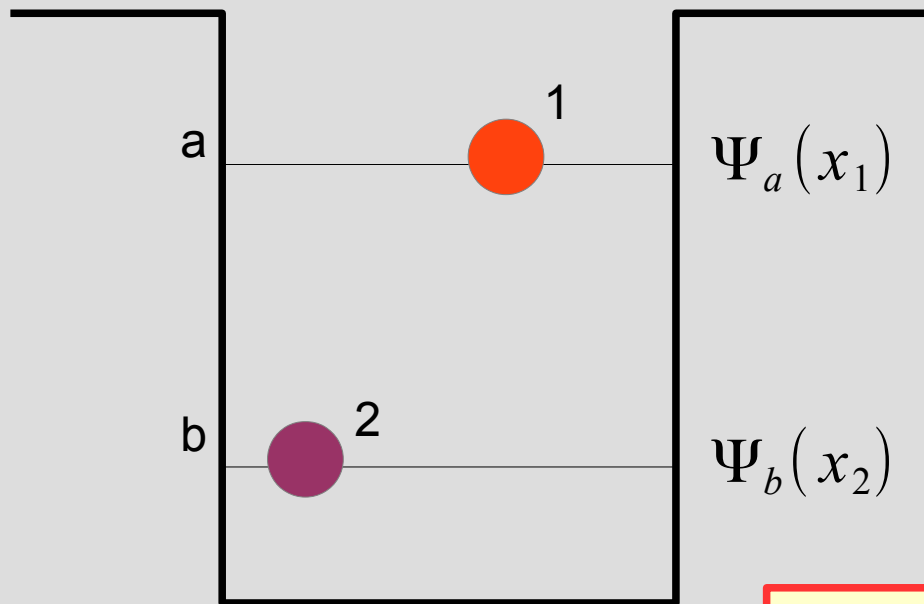
Рубидий-87:
спин ядра $I=1/2$
один s-электрон $J=1/2$
полный момент $F=1$

Свободное падение атомов в градиенте магнитного поля



Результат опыта типа опыта Штерна-Герлаха с "каплей" ультрахолодных атомов рубидия-87. Фото сделано через 10 мс после начала падения (выключения ловушки).

Тождественность частиц



$$\Psi_{ab}(x_1, x_2)?$$

a, b - «номера» состояний
1, 2 - «номера» частиц

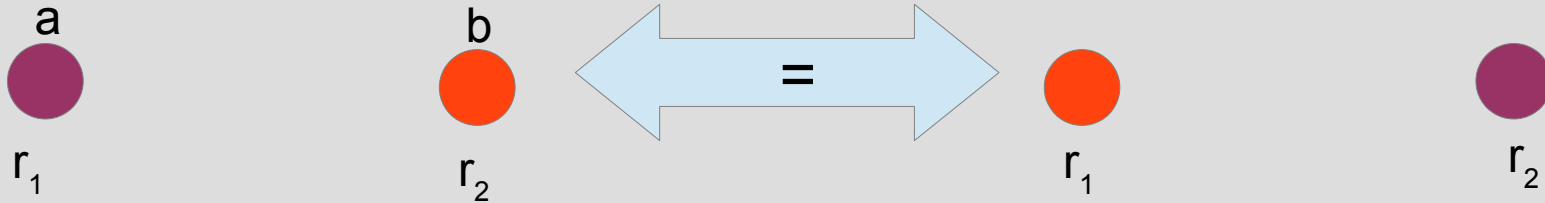
$$w_1 = \int_{\xi}^{\xi} dx_1 \int_{-\infty}^{\infty} dx_2 [\Psi_{ab}^* \Psi_{ab}]$$

Догадка №1

$$\Psi_{ab}(x_1, x_2) = \Psi_a(x_1) \Psi_b(x_2)$$

Неразличимость частиц =
перестановка частиц (замена
индексов 1 и 2) не должна менять
плотность вероятности

Тождественность частиц



Чётность или нечётность в.ф. по перестановке!

$$\Psi_{ab}^{(\pm)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \Psi_a(\vec{r}_1)\Psi_b(\vec{r}_2) \pm \Psi_a(\vec{r}_2)\Psi_b(\vec{r}_1) \quad \leftarrow \text{ненормированная}$$

Для данного типа частиц все состояния должны иметь чётность к перестановке одного типа. Эта чётность связана с природой конкретной частицы и является неизменным свойством частицы

Вариант со знаком «минус» запрещает частицам пребывать в одном состоянии (a=b).

Запрет Паули (принцип Паули) — две ферми-частицы не могут находиться в одном квантово-механическом состоянии.

Частицы, которые не могут находиться в одном состоянии — **ферми-частицы**, обладают полуцелым спином (электроны, протоны...)

Частицы, которые могут находиться в одном состоянии — **бозе-частицы**, обладают целым спином (фотоны...)

Интересная особенность — чётность связана с природой конкретной частицы и является неизменным свойством частицы

Вариант со знаком «минус» запрещает частицам пребывать в одном состоянии ($a=b$).

а
b
r₁
Чёт
 $\Psi_{ab}^{(\pm)}$

омированная
чётность

Случай двух фермионов с $S=1/2$.

Если спиновые и пространственные переменные независимы

$$\Psi_{ab}(x_1, \sigma_1, x_2, \sigma_2) = \xi_{ab}(\sigma_1, \sigma_2) F_{ab}(x_1, x_2)$$

↑
спиновая часть

↑
координатная часть

ПОЛНАЯ в.ф. фермионов нечётна по перестановке, тогда чётность и нечётность её частей связаны!

$$S=1 : \begin{cases} |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{cases}$$

чётная

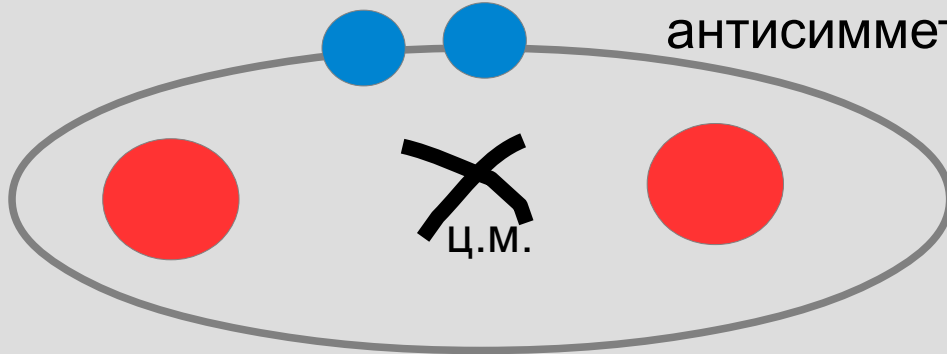
$$S=0 : |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$$

нечётная

Орто- и пара- водород

$$S=0: |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$$

два электрона на одной молекулярной орбитали в антисимметричном спиновом состоянии с $S=0$



Протоны — тоже фермионы!
В.ф. двух протонов должна
быть антисимметрична по
перестановке.

Инверсия отн. ц.м. =
перестановка!
Чётность состояния $(-1)^l$

Запрет Паули

«связывает» полный
спин пары протонов с
полным орбитальным
моментом молекулы

орто

пара

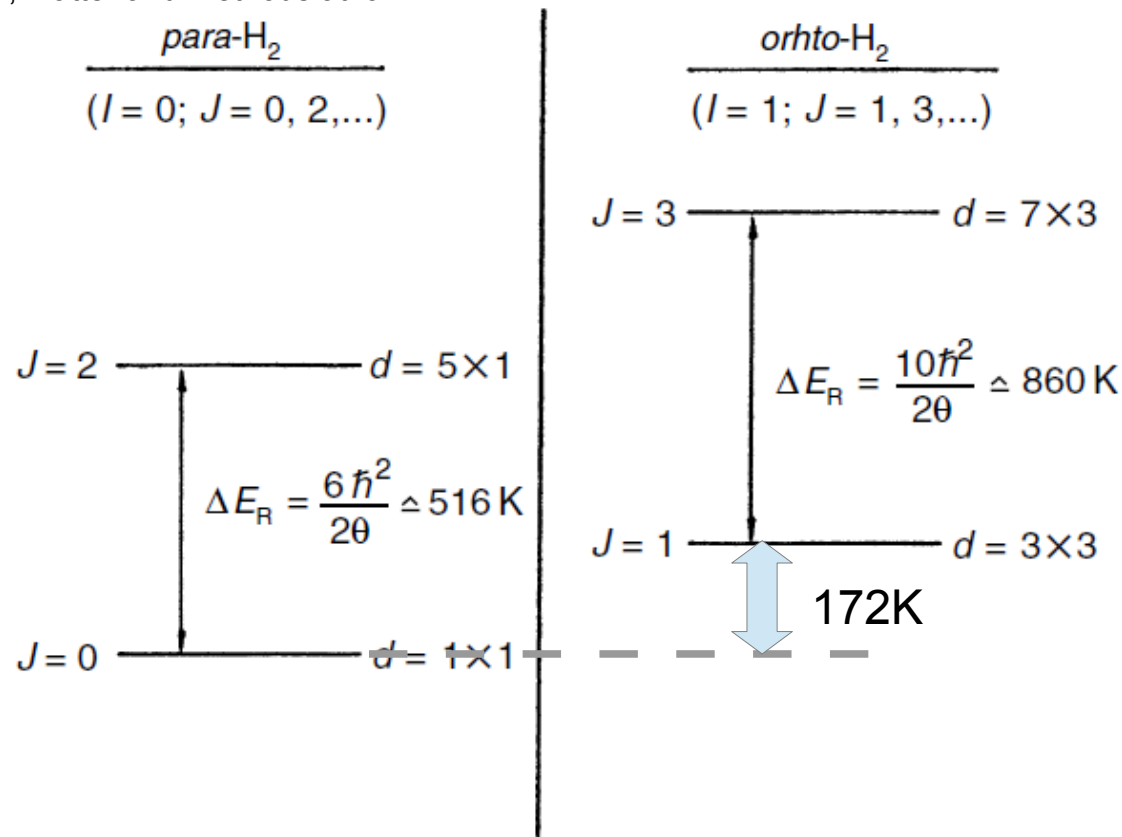
$$I=1$$

$$I=0$$

$$L=1,3,5\dots$$

$$L=0,1,2\dots$$

Pobell, Matter and methods at low T



Д
молекулярной орбитали в
ловом состоянии с $S=0$

Запрет Паули
«связывает» полный
ин пары протонов с
лным орбитальным
оментом молекулы

Спонтанные превращения между
формами водорода требуют
несохранения ядерного момента
импульса - «почти запрещены»

орто

пара

$I=1$

$I=0$

$L=1,3,5...$

$L=0,1,2...$

Обменное взаимодействие

$$\Psi_{ab}^{(\pm)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_a(\vec{r}_1)\psi_b(\vec{r}_2) \pm \psi_a(\vec{r}_2)\psi_b(\vec{r}_1)$$

Для невзаимодействующих частиц энергии этих состояний совпадают. Добавим слабое взаимодействие $U(r_1, r_2)$ (например — кулоновское взаимодействие электронов) и посчитаем средние поправки к энергии

$$E^{\pm} = \frac{\iint (\Psi_{ab}^{\pm})^* U(x_1, x_2) \Psi_{ab}^{\pm} dx_1 dx_2}{\iint (\Psi_{ab}^{\pm})^* \Psi_{ab}^{\pm} dx_1 dx_2} = A \pm J$$

$$J = \iint (\Psi_a(x_1)\Psi_b(x_2))^* U(x_1, x_2) \Psi_a(x_2)\Psi_b(x_1) dx_1 dx_2$$

для отталкивания $J > 0$

(более выгодно состояние, где при $x_1 = x_2$ $\psi = 0$)

Обменное взаимодействие

Если спиновые

$\Psi_{ab}(x_1, x_2)$

Энергии состояний с $S=1$ и $S=0$ будут отличаться из-за взаимодействия $U(x_1, x_2)$

Формально можно описать гамильтонианом Гейзенберга

$$\hat{H} = -J \hat{S}_1 \hat{S}_2 = -\frac{J}{2} (\hat{S}_{\text{полн}}^2 - \hat{S}_1^2 - \hat{S}_2^2) = -\frac{J}{2} (S_{\text{полн}}(S_{\text{полн}} + 1) - 2S(S + 1))$$

есть несколько других, тоже правильных, форм записи (множитель, знак итп.)

ПОЛНОСВЯЗАННОСТЬ: при перестановке, тогда чётность и нечётность её частей связаны!

$$S = 1 : \left\{ \begin{array}{l} |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle \\ |\downarrow\downarrow\rangle \end{array} \right.$$

чётная

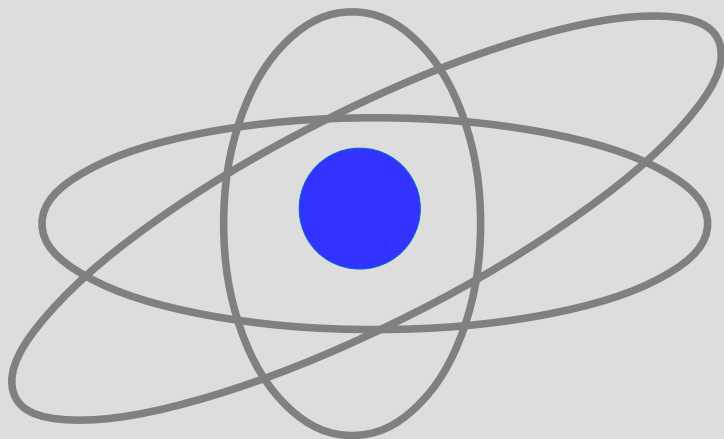
$$S = 0 : |\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle$$

нечётная

Сложный атом. Термы.

В сложном атоме много электронов — нужно учитывать их взаимодействия друг с другом (кулоновское+квантовые эффекты+релятивистские эффекты).

Эти взаимодействия обеспечат некоторое заполнение доступных электронных состояний. В большинстве случаев такое состояние *заметно* выгоднее.



В силу неразличимости электронов, пока внешние воздействия сильно слабее внутриатомных взаимодействий и если спин-орбитальное взаимодействие слабо **«для внешнего мира» свойства атома описываются его ПОЛНЫМИ L, S, J**

Формирование термов. Правила Хунда

Эмпирические!

- 1) Максимально возможный полный спин S
- 2) Для данного полного спина — максимальное L
- 3) если оболочка заполнена менее чем на половину $J=L-S$, если более чем на половину $J=L+S$

$E \sim$ кулоновской!
Обменное взаимодействие «предпочитает» параллельную ориентацию спинов

$E \sim$ спин-орбит., α^2
«Эффект барона Мюнхаузена» + дуализм электронов и «дырок»

Порядок заполнения оболочек. Правила Моделунга-Клечковского.

Эмпирические!

При данном значении главного квантового числа первыми заполняются оболочки с меньшим орбитальным моментом.

Оболочки заполняются в порядке роста $(n+l)$, при равных $(n+l)$ первыми заполняются уровни с меньшим n

Межэлектронное взаимодействие

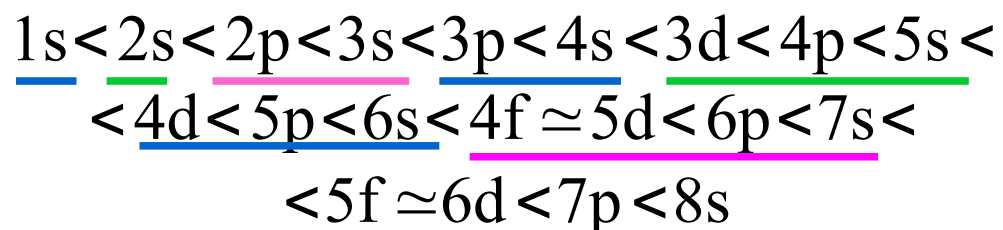


Таблица Менделеева

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА

периоды	группы элементов																
	а I б	а II б	а III б	а IV б	а V б	а VI б	а VII б	а VIII б									
1	H						H водород	He гелий	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> атомный номер <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; text-align: center;"> U 92 уран </div> название </div>								
2	Li литий	Be бериллий	B бор	C углерод	N азот	O кислород	F фтор	Ne неон									
3	Na натрий	Mg магний	Al алюминий	Si кремний	P фосфор	S сера	Cl хлор	Ar аргон									
4	K калий	Ca кальций	Sc скандий	Ti титан	V ванадий	Cr хром	Mn марганец	Fe железо	Co кобальт	Ni никель							
	Cu медь	Zn цинк	Ga галлий	Ge германий	As мышьяк	Se селен	Br бром	Kr криптон									
5	Rb рубидий	Sr стронций	Y иттрий	Zr цирконий	Nb ниобий	Mo молибден	Tc технеций	Ru рутений	Rh родий	Pd паладий							
	Ag серебро	Cd кадмий	In индий	Sn олово	Sb сурьма	Te теллур	I йод	Xe ксенон									
6	Cs цезий	Ba барий	La* лантан	Hf гафний	Ta тантал	W вольфрам	Re рений	Os осмий	Ir иридий	Pt платина							
	Au золото	Hg ртуть	Tl таллий	Pb свинец	Bi висмут	Po полоний	At астат	Rn радон									
7	Fr франций	Ra радий	Ac* актиний	Ku курчатовий	Ns нильсборий												
* ЛАНТАНОИДЫ																	
Ce церий	Pr празеодим	Nd неодим	Pm прометий	Sm самарий	Eu европий	Gd гадолиний	Tb тербий	Dy диспрозий	Ho гольмий	Er эрбий	Tm тулий	Yb иттербий	Lu лютеций				
* АКТИНОИДЫ																	
Th торий	Pa протактиний	U уран	Np нептуний	Pu плутоний	Am амерций	Cm курий	Bk берклий	Cf калифорний	Es эйнштейний	Fm фермий	Md менделевий	No нобелий	Lr лоуренсий				
<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="width: 20px; height: 10px; background-color: red; border: 1px solid black;"></div> - s - элементы </div>																	

Множитель Ланде

Тонкая структура термов: выделяет уровня с определенным J , $(2J+1)$ -кратно вырожденные

Дальнейшее снятие вырождения — магнитным полем.

НО!!! гиромагнитное отношение для спинового движения и орбитального движения отличаются...

$$\hat{\mu} = \mu_B (\hat{L} + 2\hat{S})$$

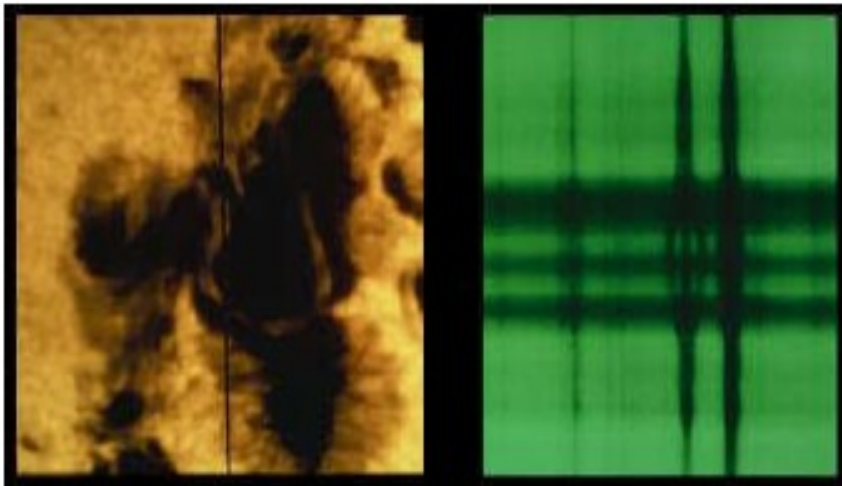
Вырождение снимается по проекции полного момента

$$\Delta E = g \mu_B B J_z, \quad g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}$$

свободный атом,
LS-связь

Как измерить магнитное поле на Солнце

Sunspot with spectrum

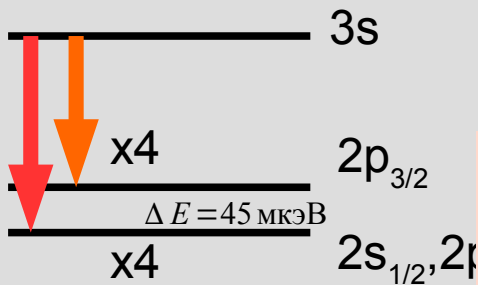


About this image

A complex sunspot picture, taken at 15:30 hours UT on 4th July 1974. The vertical black line on the white light image (left) indicates the location of the slit for the spectrograph which took the spectrum, shown on the right. The division of one spectral line into three parts is a clear demonstration of the Zeeman effect. In fact, the Zeeman splitting of this line, at 5250.2 Angstroms and coming from the element iron, indicates a record field strength of 4130 Gauss. The white light photo

shows a sinuous light bridge which divides the spot's umbra into different magnetic polarities. Twenty minutes before this picture was taken, a major 2B white light flare occurred. This picture was taken at the McMath-Pierce Solar Facility on Kitt Peak.

Основное на лекции

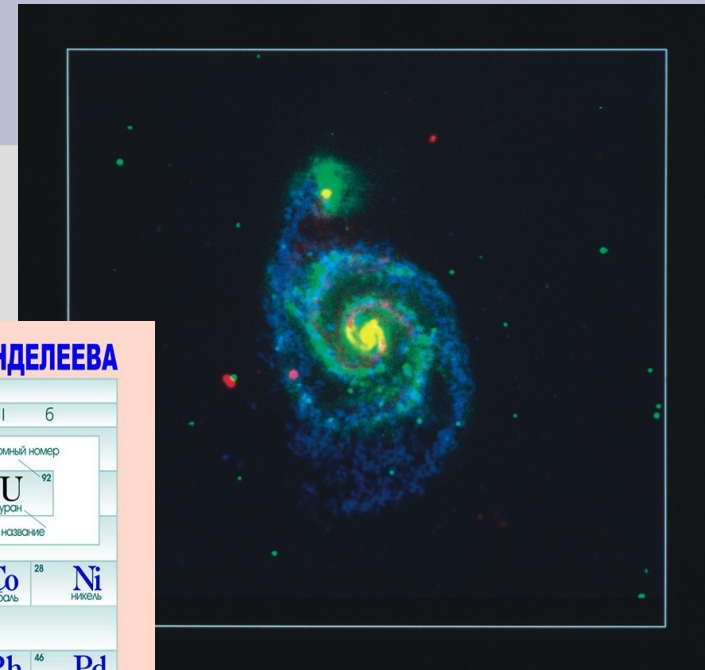


x2

ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ХИМИЧЕСКИХ ЭЛЕМЕНТОВ Д.И. МЕНДЕЛЕЕВА

периоды	группы элементов															
	а I б	а II б	а III б	а IV б	а V б	а VI б	а VII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б	а VIII б
1	H водород							He гелий								
2	Li литий	Be бериллий	B бор	C углерод	N азот	O кислород	F фтор	Ne неон								
3	Na натрий	Mg магний	Al алюминий	Si кремний	P фосфор	S сера	Cl хлор	Ar аргон								
4	K калий	Ca кальций	Sc скандий	Ti титан	V ванадий	Cr хром	Mn марганец	Fe железо	Co кобальт	Ni никель						
5	Rb рубидий	Sr стронций	Y итрий	Zr цирконий	Nb ниобий	Mo молибден	Tc технеций	Ru рутендий	Rh родий	Pd палладий						
6	Cs цезий	Ba барий	La* лантан	Hf гафний	Ta тантал	W вольфрам	Re рений	Os осмий	Ir иридий	Pt платина						
7	Fr франций	Ra радий	Ac* актиний	Ku куричавый	Ns ниоборий											
* ЛАНТАНОИДЫ																
	Ce церий	Pr прозердий	Nd неодим	Pm прометий	Sm самарий	Eu европий	Gd гадолиний	Tb тербий	Dy диэргий	Ho гольмий	Er эрбий	Tm тумий	Yb ytterбий	Lu лютеций		
* АКТИНОИДЫ																
	Th торий	Pa проактиний	U уран	Np нептуний	Pu плутоний	Am амерций	Cm курий	Bk берклий	Cf калifornий	Es эйзенштейний	Fm фермий	Md менделевий	No нобелий	Lr лоуренсий		

■ - s - элементы
 ■ - p - элементы
 ■ - d - элементы
 ■ - f - элементы



$$\hat{H} = J \hat{S}_1 \hat{S}_2 =$$

$$= \frac{J}{2} \left(\hat{S}_{\text{полн}}^2 - \hat{S}_1^2 - \hat{S}_2^2 \right) = \frac{J}{2} \left(S_{\text{полн}} (S_{\text{полн}} + 1) - 2S(S + 1) \right)$$