Сверхпроводимость: физика, химия, техника
1991, т. 4, № 6

# "ПЕРЕХОД АНДЕРСОНА" В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ СВЕРХРЕШЕТКАХ

*И.М.Суслов*
Физический институт АН СССР, 117924, Москва

*Статья поступила в редакцию 31 октября 1990 г.,
принята к печати 5 декабря 1990 г.*

*Ключевые слова:* сверхпроводящие сверхрешетки, температура перехода, локализация параметра порядка, коэффициент прозрачности, фазовый переход.

Рассмотрены сверхпроводящие сверхрешетки, состоящие из чередующихся слоев двух материалов с толщинами $d_0$ и $d_1$, малыми по сравнению с длиной когерентности. Получен аналог формул Де Жена и Купера для случая чистых сверхрешеток из металлов, различающихся эффективными массами и фермиевскими импульсами, при произвольной прозрачности границ раздела. Показано существование при определенных условиях локализации параметра порядка в слоях одного из материалов и возможность "перехода Андерсона" из локализованного состояния в делокализованное при изменении $d_0$ или $d_1$.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

В недавних работах [1,2] при анализе механизма сверхпроводимости плоскостей двойникования и интерпретации "сверхпроводящего взрыва" 1987 года обсуждалась возможность локализации параметра порядка в малых областях координатного пространства и существования "перехода Андерсона" из локализованного состояния в делокализованное при изменении параметров системы. Непосредственное экспериментальное обнаружение этих эффектов, однако, затруднительно, так как в рассмотренных в [1,2] ситуациях требуемое изменение параметров трудно осуществить на практике. Как будет показано ниже, эти эффекты могут быть легко наблюдены в сверхпроводящих сверхрешетках.

Интерес к экспериментальному [3,4] и теоретическому [5—7] исследованию сверхпроводящих сверхрешеток был связан в последнее время с развитием новых технологических методов напыления (молекулярно-лучевой эпитаксии и др.) и особенно возрос после открытия высокотемпературных оксидных сверхпроводников [8], так как, вследствие слоистой структуры последних, сверхрешетки могут использоваться для моделирования их свойств.

Пусть сверхрешетка состоит из чередующихся слоев материалов 0 и 1 с толщинами $d_0$ и $d_1 \equiv d$ и общим периодом $L = d_0 + d_1$; константа четырехфермионного взаимодействия теории БКШ $V$ и плотность электронных состояний на уровне Ферми $N$ принимают внутри слоев значения $V_0$, $N_0$ и $V_1$, $N_1$ соответственно. Дебаевские энергии $\omega_D$ материалов 0 и 1 считаем одинаковыми: такое приближение оправдано в рамках теории слабой связи ввиду сравнительно слабой зависимости температуры перехода сверхрешетки $T_c$ от $\omega_D$.

Если $d_0$ и $d_1$ велики по сравнению с длиной когерентности $\xi_0$, то описание сверхрешетки возможно на основе теории Гинзбурга—Ландау с надлежащими граничными условиями [9]. Нас будет интересовать противоположный случай $d_0$,

$d_1 << \xi_0$ (но $d_0$, $d_1 >> a$, где $a$ — межатомное расстояние). В этом случае $T_c$ сверхрешетки определяется формулой БКШ $T_c \sim \omega_D \exp(-1/\lambda_{eff})$, где $\lambda_{eff}$ при $N_0 = N_1 \equiv N$ дается формулой Купера [10]:

$$\lambda_{eff} = \frac{\lambda_0 d_0 + \lambda_1 d_1}{d_o + d_1}\,;\ \lambda_0 = V_0 N\,;\ \lambda_1 = V_1 N\,, \tag{1}$$

т.е. определяется простым усреднением величины $\lambda = VN$ по пространству; этот результат сохраняется и в случае произвольной зависимости $V$ от координат [11]. Для предельно грязных сверхпроводников формула (1) была обобщена Де Женом [12] на случай $N_0 \neq N_1$*

$$\lambda_{eff} = \frac{V_0 N_0^2 d_0 + V_1 N_1^2 d_1}{N_0 d_0 + N_1 d_1}\,. \tag{2}$$

В настоящей работе рассмотрен случай чистых сверхпроводников с $N_0 \neq N_1$, не описываемый формулами (1), (2). Так же, как в формулах (1), (2), величина $\lambda_{eff}$ оказывается зависящей лишь от отношения $d_0/d_1$ и заключенной между $\lambda_0$ и $\lambda_1$; характер усреднения $\lambda$ сильно зависит от проницаемости границы раздела материалов 0 и 1. Указанный выше эффект локализации параметра порядка проявляется в том, что при определенных условиях $\lambda_{eff}$ не стремится к $\lambda_0$ при $d_1 \to 0$ (в условиях применимости формул $d_1 >> a$). "Переход Андерсона" проявляется в виде излома зависимости $T_c$ от $d_1$ (при $L$ = const) и связан с резкой перестройкой структуры параметра порядка в малом интервале значений $d_1$. Очевидно, эти эффекты отсутствуют в пределах применимости формул (1), (2).

## 2. СВОЙСТВА СВЕРХПРОВОДЯЩЕГО ЯДРА

Направление пространственной неоднородности сверхрешетки примем за ось $z$, так что параметры $V$ и $N$ являются функциями $z$. При вычислении $T_c$ сверхрешетки будем пренебрегать поверхностными эффектами, т.е. игнорировать детали поведения физических величин на расстояниях $\sim a$ от границ раздела. С той же точностью вместо сверхрешетки можно рассматривать двуслойный сэндвич; будем считать, что область $0 < z < d$ заполнена материалом 1, а область $d < z < L$ — материалом 0.

При $L << v_F/\omega_D$ ($v_F$ — фермиевская скорость) ядро $K(z, z')$ в уравнении Горькова

$$\Delta(z) = V(z) \int K(z, z')\, \Delta(z')\, dz' \tag{3}$$

так же, как и функцию $V(z)$, можно считать кусочно-постоянным**

* Строго говоря, в [10,12] рассматривались не сверхрешетки, а двухслойные сэндвичи. Однако, учитывая, что $T_c$ пленки толщиной $d << \xi_0$ с точностью до поверхностных эффектов $\sim a/d$ совпадает с $T_c$ объемного материала [13—15], легко понять, что $T_c$ сверхрешетки с точностью до членов $\sim a/d_0$, $a/d_1$ совпадает с $T_c$ сэндвича. Противоположное утверждение работы [7] ошибочно; в частности, оно противоречит результатам [6,11].

** Утверждение о кусочном постоянстве $K(z, z')$ высказано Де Женом [12] для грязных сплавов при $L << \xi \sim \sqrt{\xi_0 l}$ ($l$ — длина пробега), хотя формально в [12] использовалось более жесткое условие $L << \sqrt{l v_F/\omega_D}$. В чистых сверхпроводниках свойство (4) справедливо при $L << v_F/\omega_D$ (разд.4); при $L \gtrsim v_F/\omega_D$ оно не имеет места, что ясно уже из свойств ядра $K_0(r)$ для однородного сверхпроводника [$K_0(r) \sim r^{-1}$ при $v_F/\omega_D \lesssim r \lesssim \xi_0$]. Тем не менее, в ряде случаев масштаб $v_F/\omega_D$ никак не проявляется, и результаты справедливы в более широкой области $L \lesssim \xi_0$ (сравни с [6]).

$$K(z, z') = \begin{cases} K_{11}, \ 0 < z, z' < d \\ K_{00}, \ d < z, z' < L \\ K_{01}, \ (z-d)(z'-d) < 0 \end{cases} \qquad V(z) = \begin{cases} V_1, \ 0 < z < d \\ V_0, \ d < z < L \end{cases} \tag{4}$$

и искать решение (3) в кусочно-постоянном виде:

$$\Delta(z) = \begin{cases} \Delta_1, \ 0 < z < d \\ \Delta_0, \ d < z < L \, . \end{cases} \tag{5}$$

Температурная зависимость $K_{ij}$ оказывается логарифмической (разд.4)

$$K_{ij} = L_{ij} \ln \frac{1{,}14\,\omega_D}{T} , \tag{6}$$

и уравнение для $T_c$ имеет вид

$$1 - (V_0 L_{00} d_0 + V_1 L_{11} d_1) \ln \frac{1{,}14\,\omega_D}{T} + V_0 V_1 d_0 d_1 \, (L_{00} L_{11} - L_{01}^2) \ln^2 \frac{1{,}14\,\omega_D}{T} = 0. \tag{7}$$

Из правила сумм для ядра $K(z, z')$ [12]

$$\int K(z, z')\, dz' = N(z) \ln \frac{1{,}14\,\omega_D}{T} \tag{8}$$

следуют два соотношения между $L_{00}$, $L_{11}$ и $L_{01}$:

$$L_{00} d_0 + L_{01} d_1 = N_0 \, ; \qquad L_{01} d_0 + L_{11} d_1 = N_1 \, . \tag{9}$$

Для грязных сверхпроводников из уравнения диффузии Де Женом [12] получено третье соотношение между $L_{ij}$, что позволило вывести формулу (2). Для чистых сверхпроводников одну из величин $L_{ij}$ требуется вычислить из микроскопической модели.

## 3. МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Примем для материалов 0 и 1 изотропные квадратичные спектры общего вида

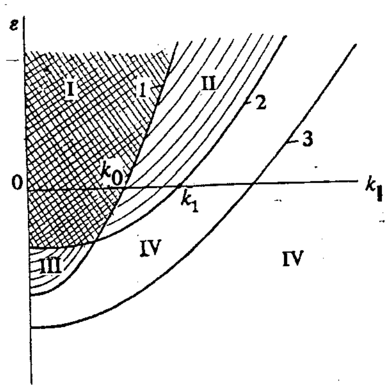
$$\varepsilon_0(\mathbf{k}) = U_0 + \frac{k^2}{2m} \equiv \frac{k^2 - k_0^2}{2m} \, ; \quad \varepsilon_1(\mathbf{k}) = U_1 + \frac{k^2}{2m_1} \equiv \frac{k^2 - k_1^2}{2m_1} \, . \tag{10}$$

Энергию отсчитываем от уровня Ферми, так что $k_0$ и $k_1$ — соответствующие фермиевские импульсы. Ввиду разделения переменных в уравнении Шредингера одночастичные волновые функции имеют вид $\varphi(z) \exp(i k_\| r_\|)$; $r_\| = (x,y)$; $k_\| = (k_x, k_y)$. При одинаковости объемов элементарных ячеек материалов 0 и 1 граничные условия на поверхности раздела (плоскости $z = d$ для сэндвича) имеют вид [16]

$$\varphi(d+0) = \varphi(d-0); \quad \varphi'(d+0) - \frac{m}{m_1} \varphi'(d-0) = \varkappa \varphi(d) \, . \tag{11}$$

Параметр $\varkappa$ является характеристикой границы раздела и определяет коэффициент прохождения $D$ через нее:

Рис.1. Спектр сверхрешетки для $m$, $m_1 > 0$. Кривая 1, $\varepsilon = (k_\parallel^2 - k_0^2)/2m$, и кривая 2, $\varepsilon = (k_\parallel^2 - k_1^2)/2m_1$ разбивают плоскость ($\varepsilon$, $k_\parallel$) на 4 области: I — непрерывный спектр (не показана его структура, связанная с делением на минизоны); II и III — квазидискретный спектр (состоит из набора двумерных зон); IV — область вне спектров материалов 0 и 1, в которой лежат поверхностные состояния (кривая 3)




$$D \sim k_F^2/\varkappa^2 \text{ при } \varkappa^2 \gtrsim k_F^2;$$
$$D \sim 1 \qquad \text{при } \varkappa^2 \lesssim k_F^2 \tag{12}$$

(в оценках считаем $k_0 \sim k_1 \sim k_F \sim a^{-1}$, $m \sim m_1$); пренебрегаем зависимостью $\varkappa$ от $k_\parallel$, что оправдано вблизи края зоны.

Одночастичные собственные функции $\varphi_{sk_\parallel}(z)$ и собственные значения $\varepsilon_s(k_\parallel)$ классифицируются поперечным квантовым числом $s$ и продольным квазиимпульсом $k_\parallel$. При фиксированном $k_\parallel$ состояния сверхрешетки, перечисляемые индексом $s$, могут принадлежать к непрерывному, квазидискретному и дискретному спектрам. В общем случае можно выделить четыре области спектра (рис.1): область I, состояния которой принадлежат непрерывному спектру и распространяются по всей сверхрешетке; область II, состояния которой локализованы внутри слоев материала 1 и вследствие размерного квантования образуют квазидискретный спектр (без учета перекрытия волновых функций, соответствующих соседним слоям материала 1); область III, содержащую состояния квазидискретного спектра, локализованные в слоях материала 0; область IV, в которой лежат принадлежащие к дискретному спектру поверхностные (таммовские) состояния, локализованные вблизи границ раздела. Для определенности считаем $k_1 > k_0$.

Для двухслойного сэндвича с нулевыми граничными условиями в точках $z = 0$ и $z = L$ выражения для $\varphi_{sk_\parallel}(z)$ и $\varepsilon_s(k_\parallel)$ в области I имеют вид:

$$\varphi_{sk_\parallel}(z) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{2}\,\sin k_s d_0}{\sqrt{d \sin^2 k_s d_0 + d_0 \sin^2 q_s d}} \sin q_s z\,, & 0 < z < d\,; \\[2ex] \dfrac{-\sqrt{2}\,\sin q_s d}{\sqrt{d \sin^2 k_s d_0 + d_0 \sin^2 q_s d}} \sin k_s (z - L)\,, & d < z < L\,; \end{cases} \tag{13}$$

$$\varepsilon_s(k_\parallel) = (k_s^2 + k_\parallel^2 - k_0^2)/2m = (q_s^2 + k_\parallel^2 - k_1^2)/2m_1\,; \tag{14}$$

$$2k_s d_0 = 2\pi s + \pi + 2\,\mathrm{Arctg}\left(\frac{\varkappa}{k_s} + \frac{m}{m_1}\frac{q_s}{k_s}\,\mathrm{ctg}\, q_s d\right). \tag{15}$$

## 4. ВЫЧИСЛЕНИЕ $L_{01}$

Ядро $K(z, z')$ выражается через $\varphi_{sk_\parallel}(z)$ и $\varepsilon_s(k_\parallel)$:

$$K(z, z') = T \sum_{|\omega| < \omega_D} \int \frac{d^2 k_\parallel}{(2\pi)^2} \sum_{ss'} \frac{\varphi_{sk_\parallel}(z)\, \varphi^*_{sk_\parallel}(z')}{i\omega - \varepsilon_s(k_\parallel)} \frac{\varphi^*_{s'k_\parallel}(z)\, \varphi_{s'k_\parallel}(z')}{-i\omega - \varepsilon_{s'}(k_\parallel)}\,. \tag{16}$$

Как показано Киржницем и Максимовым [11], при $L << v_F/\omega_D$ в (16) можно отбросить члены с $s \neq s'$. В этом можно убедиться, замечая, что при $s \neq s'$ $|\varepsilon_s(k_\|) - \varepsilon_{s'}(k_\|)| >> \omega_D$, и оценивая слагаемые в сумме по $s$, $s'$ в пренебрежении зависимостью $\varphi_{sk_\|}(z)$ от $k_\|$. Учет последней не изменяет оценки членов с $s = s'$ и может лишь уменьшить члены с $s \neq s'$. Вычислим для примера $K_{01}$. Полагая в (16) $0 < z < d$, $d < z' < L$ и считая $z$ и $z'$ удаленными от границ раздела на расстояния, большие по сравнению с межатомными, убеждаемся, что вклад дает лишь область I. Подставляя (13—15) и замечая, что вклад в сумму по $s$ возникает от окрестности точек $q_s = q_f$, $k_s = k_f$, где

$$q_f = \sqrt{k_1^2 - k_\|^2}\ ; \quad k_f = \sqrt{k_0^2 - k_\|^2}\ , \tag{17}$$

разложим по $q_s - q_f$ и $k_s - k_f$ медленно меняющиеся функции. Выражая $\sin k_s d_0$ через $\operatorname{ctg} q_s d$ с помощью уравнения (15), получим сумму по волновым векторам $q_s$, которые являются решениями уравнения $W(q_s) = s$ со следующей функцией $W(q)$:

$$2\pi W(q) = \pi + 2d_0\left[-k_f + \frac{m}{m_1}\frac{(q_f - q)q_f}{k_f}\right] + 2\operatorname{Arctg}\left[\frac{\varkappa}{k_f} + \frac{mq_f}{m_1 k_f}\operatorname{ctg} qd\right]. \tag{18}$$

Применяя преобразование

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} F(q_s) = \int_{-\infty}^{\infty} dq\, F(q) \sum_{s=-\infty}^{\infty} |W'(q_s)|\, \delta\Big(W(q) - s\Big) =$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} dq\, F(q)|W'(q)| \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi s W(q)}, \tag{19}$$

получим $(v_f = q_f/m_1)$:

$$K_{01}(z, z') = T\sum_{\omega} \int_{|k_\||<k_0} \frac{d^2k_\|}{(2\pi)^2} \int dq \frac{q_f}{\pi k_f} \left|\frac{m}{m_1}\right| \times$$

$$\times \frac{4\sin^2 qz \sin^2\left[\left(k_f + \dfrac{m}{m_1}\dfrac{(q - q_f)q_f}{k_f}\right)(z' - L)\right]}{\Big[d + d_0 f(qd)\Big]\Big[\omega^2 + v_f^2(q - q_f)^2\Big]} \sum_{s=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi s W(q)}\ , \tag{20}$$

где

$$f(qd) = \sin^2 qd + \left[\frac{\varkappa}{k_f}\sin qd + \frac{m}{m_1}\frac{q_f}{k_f}\cos qd\right]^2. \tag{21}$$

Разложим в ряд Фурье периодические функции от $qd$, произведем сдвиг $q \to q + q_f$ и опустим члены, содержащие быстро осциллирующие множители $e^{i2sq_f d}$, $e^{isk_f d_0}$ с $s \neq 0$, $e^{i2q_f z}$ и т.д., которые исчезают при интегрировании по $k_\|$. В результате в (20) остается лишь член с $s = 0$ и исчезает зависимость от $z$, $z'$:

$$K_{01} = \ln\frac{1{,}14\,\omega_D}{T}\int\limits_{|k_{\parallel}|<k_0}\frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2}\frac{|m|}{\pi^2 k_f}\int\limits_0^{\pi}\frac{dy}{d + d_0 f(y)}\,. \tag{22}$$

Вычисляя оставшиеся интегралы, придем к следующему выражению для $L_{01}$:

$$L_{01} = \frac{|m_1|}{2\pi^2 d_0}\times$$

$$\times\frac{\sqrt{k_1^2 + \frac{d}{d_0}\,[k_1^2 + \frac{m_1^2}{m^2}(k_0^2 + \varkappa^2)] + \frac{d^2}{d_0^2}\frac{m_1^2}{m^2}k_0^2} - \sqrt{(k_1^2 - k_0^2) + \frac{d}{d_0}(k_1^2 - k_0^2 + \frac{m_1^2}{m^2}\varkappa^2)}}{1 + \frac{d}{d_0}\left(1 + \frac{m_1^2}{m^2}\right) + \frac{d^2}{d_0^2}\frac{m_1^2}{m^2}}\,. \tag{23}$$

Выражение (23) совместно с (7) и (9) дает полное решение задачи о вычислении $T_c$ сверхрешетки.

## 5. ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛУЧЕННЫХ ФОРМУЛ

Из (7, 9, 23) легко видеть, что $T_c$ определяется формулой БКШ $T_c = 1{,}14\,\omega_D \exp(-1/\lambda_{eff})$, где $\lambda_{eff}$ является функцией лишь отношения $d/d_0$, а не каждого из $d$, $d_0$ по отдельности. При $m = m_1$, $k_0 = k_1$, $\varkappa = 0$ выражение для $\lambda_{eff}$ переходит в формулу Купера (1).

При $k_1 \sim k_0 \sim k_1 - k_0$, $m \sim m_1$ структура радикалов в (23) выделяет три области $d/d_0 << D$, $D << d/d_0 << D^{-1}$, $d/d_0 >> D^{-1}$, (при $D \sim 1$ вторая область отсутствует), в которых могут быть получены простые асимптотики. Полагая $\lambda_0 = V_0 N_0$, $\lambda_1 = V_1 N_1$ и вводя обозначение

$$T^* = 1{,}14\,\omega_D e^{-1/\lambda^*}\,;\quad \lambda^* = V_1 N^*\,, \tag{24}$$

где $N^*$ — плотность состояний, на уровне Ферми, соответствующая области II квазидискретного спектра:

$$N^* = \int\limits_{k_1>|k_{\parallel}|>k_0}\frac{d^2k_{\parallel}}{(2\pi)^2}\frac{1}{d}\sum_s \delta\left(\varepsilon - \frac{q_s^2 + k_{\parallel}^2 - k_1^2}{2m_1}\right)\Bigg/_{\varepsilon=0} = \frac{|m_1|}{2\pi^2}\sqrt{k_1^2 - k_0^2}\,, \tag{25}$$

получим в области $d/d_0 << D$:

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = \frac{V_0(N_1 - N^*)(V_1N_1 - V_0N_0)}{(V_0N_0)^2(V_0N_0 - V_1N^*)}\frac{d}{L}\,,\quad T_{c0} > T^*\,; \tag{26}$$

$$T_c = T^* + O\left(T^*\frac{d}{DL}\right)\,,\quad T_{c0} < T^*\,. \tag{27}$$

В области $D << d/d_0 << D^{-1}$:

$$\frac{T_c - T_{c0}}{T_{c0}} = -\frac{1}{2V_0N_0}\sqrt{\frac{d}{d_0}\frac{k_0^2}{\varkappa^2}}, \quad T_{c0} > T_{c1};$$

$$\frac{T_c - T_{c1}}{T_{c1}} = -\frac{V_1N_0}{2(V_1N_1)^2}\sqrt{\frac{d_0}{d}\frac{k_0^2}{\varkappa^2}}, \quad T_{c0} < T_{c1}.$$

В области $d/d_0 >> D^{-1}$:

$$\frac{T_c - T_{c1}}{T_{c1}} = \frac{V_1N_0(V_0N_0 - V_1N_1)}{(V_1N_1)^3}\frac{d_0}{L}. \tag{28}$$

Зависимости $T_c$ от $d$ при постоянном $L$ и различных соотношениях между $T_{c0}$, $T_{c1}$ и $T^*$ (с учетом, что всегда $T^* < T_{c1}$) показаны на рис. 2. Наиболее характерные черты этих зависимостей следующие: а) при $D \to 0$ $T_c = \max(T_{c1}, T_{c0})$, что и должно быть из физических соображений, так как в этом случае слои материалов 0 и 1 становятся независимыми; б) $T_c$ лежит между температурами перехода $T_{c0}$ и $T_{c1}$ исходных материалов 0 и 1; в) в случае $T^* > T_{c0}$ (см. рис.2,а) $T_c$ не стремится к $T_{c0}$ при $d \to 0$ (в области применимости $d >> a$), что связано с эффектом локализации параметра порядка в слоях материала 1. Аналогичный эффект имеет место для плоского дефекта в сверхпроводнике [1,2], где он обусловлен наличием таммовских уровней; в рассматриваемом случае роль таммовских уровней играют состояния квазидискретного спектра локализованные в слоях материала 1; г) в случае $T_{c0} > T^*$ (см. рис.2,б) в точке $d = d_c \sim DL$ происходит "переход Андерсона" от режима локализации параметра порядка в слоях материала 1 к делокализованному режиму, в котором параметр порядка распространяется по всей сверхрешетке; следствием перехода является излом в зависимости $T_c(d)$. Для исследования этого перехода положим

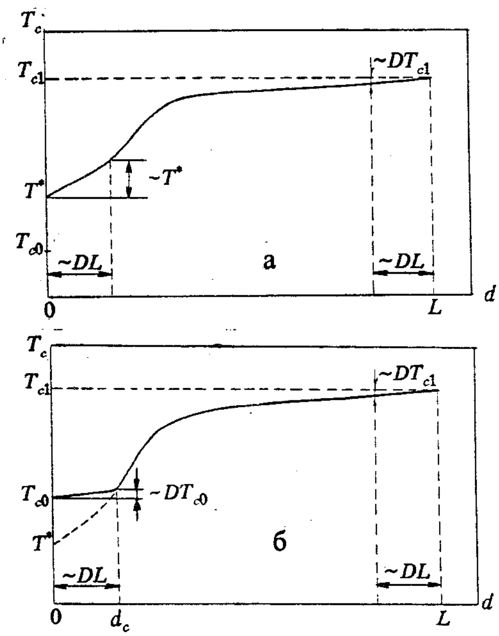



Рис. 2. Зависимость $T_c$ сверхрешетки от $d$ при постоянном $L$: а — $T_{c1} > T^* > T_{c0}$, б — $T_{c1} > T_{c0} > T^*$. Случай $T_{c0} > T_{c1}$ аналогичен случаю б с $T^* = 0$ и перестановкой материалов 0 и 1

$$L_{01} \equiv \frac{N_1 - N_d}{d_0}; \quad T_d = 1{,}14\,\omega_D e^{-1/V_1N_d}, \tag{29}$$

выразим $L_{00}$ и $L_{11}$ через $L_{01}$ согласно (9) и подставим в (7). В области $d << d_0$ можно опустить члены $\sim d/d_0$ и получить $T_c = \max(T_{c0}, T_d)$. Так как $N_d$ при увеличении $d$ меняется от $N^*$ до $N_1$, то $T_d$ меняется от $T^*$ до $T_{c1}$ и в некоторой точке

$d_c$ пересекает $T_{c0}$. Следовательно, в этом приближении в зависимости $T_c(d)$ имеется излом при $d = d_c$. Из уравнения Горькова (3) с ядром (4) легко получить:

$$\Delta_1 = \Delta_0 \frac{V_1 K_{01} d_0}{1 - V_1 K_1 d} = \Delta_0 \frac{V_1 (N_1 - N_0) N_d \ln (1{,}14\, \omega_D / T_c)}{1 - V_1 N_d \ln (1{,}14\, \omega_D / T_c)}. \qquad (30)$$

При $d < d_c$ $T_c = T_{c0}$ и $\Delta_1 \sim \Delta_0$; при $d > d_c$ знаменатель обращается в нуль и $\Delta_1/\Delta_0 = \infty$. При учете опущенных членов $\sim d/d_0$, которые вблизи перехода имеют порядок $D$, излом в зависимости $T_c(d)$ сглаживается на масштабе $\delta d \sim D^{1/2} d_c$, а отношение $\Delta_1/\Delta_0$ в области $d > d_c$ имеет порядок $D^{-1}$; при малых $D$, которые можно создать, напыляя между материалами 0 и 1 тонкий слой диэлектрика, переход оказывается резким. Если вносить вглубь слоев материала 0 магнитные примеси, то зависимость $T_c(d)$ будет меняться только в области $d < d_c$: это свойство можно использовать для регистрации перехода.

При $T_{c0} > T_{c1}$ аналогичный переход имеется в области $d_0 \sim DL$; этот случай аналогичен предыдущему с $T^* = 0$ и перестановкой материалов 0 и 1.

Автор признателен А.Ф.Андрееву за обсуждение результатов работы.

## Список литературы

1. Суслов И.М. — ЖЭТФ, 1989, т. 95, с. 949.
2. Суслов И.М. — ФТТ, 1989, т. 31, с. 278.
3. Kanoda K., Mazaki H., Hosoito N., Shinjo T. — Phys. Rev. B, 1987, v. 35, p. 6736.
4. Lowe W.P., Geballe T.H. — Phys. Rev. B, 1984, v. 29, p. 4961;
   Banerjee I., Yang Q.S., Falko C.M., Shuller I.K. — Sol. St. Comm., 1982, v. 41, p. 805.
5. Takahashi S., Tachiki M. — Phys. Rev. B, 1986, v. 33, p. 4620.
6. Баранов М.В., Буздин А.И., Булаевский Л.Н. — ЖЭТФ, 1986, т. 91, с. 1063.
7. Kobes R.L., Whitehead J.R., Yuan B.J. — Phys. Let. A., 1988, v. 132, p. 182.
8. Bednorz J.C., Müller K.A. — Z. Phys. B, 1986, v. 64, p. 189; Wu M.K. et al. — Phys. Rev. Let., 1987, v. 58, p. 908.
9. Зайцев Р.О. — ЖЭТФ, 1966, т. 50, с. 1051.
10. Cooper L.N. — Phys. Rev. Let, 1961, v. 6, p. 689.
11. Киржниц Д.А., Максимов Е.Г. — Письма в ЖЭТФ, 1965, т. 2, с. 442; ФММ, 1966, т. 22, с. 520.
12. De Gennes P.G. — Rev. Mod. Phys., 1964, v. 36, p. 225.
13. Шаповал Е.А. — Письма в ЖЭТФ, 1967, т. 5, с. 57.
14. Овчинников Ю.Н. — ЖЭТФ, 1973, т. 64, с. 719.
15. Каган Ю., Дубовский Л.Б. — ЖЭТФ, 1977, т. 72, с. 647.
16. Соколов И.М. — ЖЭТФ, 1985, т. 89, с. 566.