

Государственное образовательное учреждение высшего  
профессионального образования «Московский физико-технический  
институт (государственный университет)»

---

Кафедра физики и техники низких температур  
выпускная квалификационная работа бакалавра

**«Фотоэмиттер для исследования подвижности  
электронов в газообразном и жидком гелии»**

Студент-дипломник \_\_\_\_\_ Пюръбеева Е.Д.Б.

Научный руководитель

к.ф.-м.н., с.н.с., \_\_\_\_\_ Завьялов В.В.

Москва 2016

# Оглавление

<b>1 Введение</b>	<b>3</b>
1.1 Постановка задачи . . . . .	3
1.2 Виды источников . . . . .	3
1.3 Фотоэмиссия . . . . .	4
1.4 Возможная область исследований . . . . .	4
<b>2 Теория</b>	<b>5</b>
2.0.1 Некоторые параметры . . . . .	5
2.1 Обзор литературы . . . . .	5
2.1.1 Эксперименты с электронными фотоэмиттерами . . . . .	5
2.1.2 Электроны в вакууме и газах . . . . .	7
2.1.3 Электроны в жидком гелии . . . . .	9
<b>3 Эксперимент</b>	<b>12</b>
3.1 Экспериментальная установка . . . . .	12
3.2 Методика измерения . . . . .	14
3.3 LabView-программа измерений . . . . .	15
3.4 Обработка результатов . . . . .	15
<b>4 Результаты</b>	<b>17</b>
4.1 В вакууме . . . . .	17
4.1.1 Физическая модель . . . . .	17
4.1.2 Результаты измерений . . . . .	17
4.2 В газообразном гелии . . . . .	18
4.2.1 Физическая модель . . . . .	18
4.2.2 Результаты измерений . . . . .	19
4.3 В сверхтекучем гелии . . . . .	20
4.3.1 Физическая модель . . . . .	20
4.3.2 Результаты измерений . . . . .	20
<b>5 Заключение</b>	<b>22</b>

<b>А</b>	<b>Примечания</b>	<b>24</b>
А.1	Три вторых . . . . .	24
А.2	Ненулевая начальная скорость . . . . .	25

# Глава 1

## Введение

### 1.1 Постановка задачи

Для проведения многих низкотемпературных экспериментов требуется источник электронов в жидком гелии или над его поверхностью. Такой источник должен испускать необходимое и контролируемое количество электронов на поверхность, в объем гелия, или на другие структуры в его объеме. Энергия электронов не должна быть слишком большой, чтобы избежать ионизации атомов гелия и преодоления электронами потенциального барьера для вхождения в объем, если требуется поверхностный источник. Также энергия должна быть известной и, желательно, легко изменяемой. К тому же, процесс испускания электронов должен подводить минимально возможную мощность в низкотемпературную систему.

В данной работе исследуется возможность использования фотоэффекта в качестве метода получения электронов для низкотемпературных экспериментов, а также свойства фотоэмиттера.

### 1.2 Виды источников

Для напуска электронов чаще всего используются три метода - термоэлектронная эмиссия, газовый разряд и радиоактивный источник с  $\alpha$  ( $^{210}\text{Po}$  или  $^{241}\text{Am}$ ) или  $\beta$ -распадом. Ни один из этих методов не соответствует всем требованиям к идеальному источнику. Термоэлектронная эмиссия разогревает низкотемпературную систему, также, ток эмиссии очень резко зависит от поля вблизи острия, а следовательно и его радиуса кривизны, который может изменяться со временем из-за прогорания иглы, поэтому его сложно контролировать и поддерживать по-

стоянным. Газовый разряд производит высокоэнергетичные электроны, которые необходимо тормозить при помощи дополнительных электродов, также, для его поддержания необходимо достаточно высокое давление, а следовательно и достаточно высокая температура (1-2 К), что может ограничивать проведение экспериментов. Энергию вылета электронов из радиоактивного источника изменить, очевидно, невозможно, и такие источники также используются в более сложной конфигурации электродов, чтобы вначале остановить все эмиттированные электроны, а потом разгонять их дополнительными сетками.

### **1.3 Фотоэмиссия**

В качестве метода получения электронов фотоэмиссия теоретически отвечает почти указанным выше свойствам – число эмиттируемых электронов определяется мощностью источника света, находящегося вне криостата, а энергия электрона определяется длиной волны источника и разгоняющим электрическим полем, то есть ей легко управлять и ее можно сделать сколь угодно малой. Под вопросом остается то, насколько вся система разогревается в результате облучения фотокатода.

Фотоэффект в вакууме и газах - легко наблюдаемое и хорошо описанное явление. Интересным представляется изготовление простого фотоэмиттера, способного давать наблюдаемый ток в жидком гелии, что и являлось целью этой работы, наряду с исследованием работы такого источника.

### **1.4 Возможная область исследований**

Несмотря на кажущуюся простоту описания движения электрона в жидком гелии, в этой области до сих пор есть вопросы, требующие исследования и объяснения, например такие, как происхождение "быстрых" и "экзотических" зарядов. И, хотя эта работа не ставит своей целью описание подобных эффектов, в ней рассматривается возможность применения для их исследования метода, слегка отличающегося от использованных ранее.

# Глава 2

## Теория

### 2.0.1 Некоторые параметры

Для удобства использования разных источников в дальнейшем, опишем связь между различными параметрами, характеризующими движение электрона в веществе, такими, как  $\mu$  - подвижность,  $s$  - сечение рассеяния,  $v_{\text{dr}}$  - дрейфовая скорость,  $\tau$  - время свободного пробега,  $\sigma$  - проводимость и другими.

$$j = nev_{\text{dr}} = \sigma E \quad (2.1)$$

$$v_{\text{dr}} = \mu E \quad (2.2)$$

где  $n$  - концентрация электронов. Откуда

$$\sigma = ne\mu \quad (2.3)$$

$$\tau \sim \frac{1}{L} \sim \frac{1}{ns} \quad (2.4)$$

$$\sigma = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.5)$$

## 2.1 Обзор литературы

### 2.1.1 Эксперименты с электронными фотоэмиттерами

В разное время изучался фотоэффект в жидком гелии и низкотемпературных экспериментах, но, несмотря на то, что первые такие исследования были проведены более сорока лет назад [2], подобные источники как правило не использовались в экспериментах в практическом качестве.

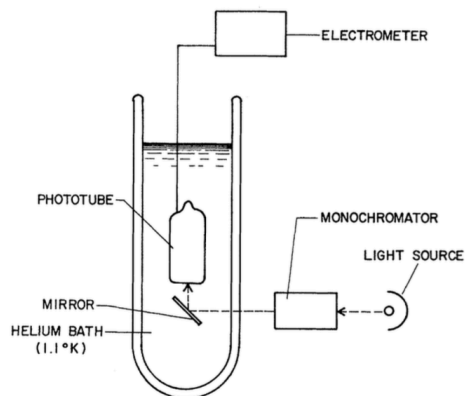


Рис. 2.1: Схема установки эксперимента с фотоумножителем [2]

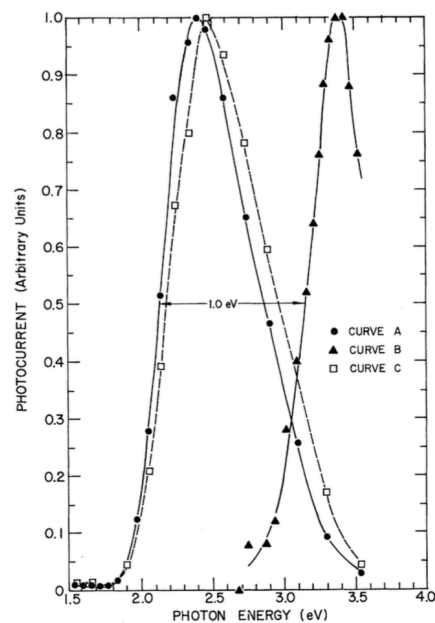


Рис. 2.2: Результаты эксперимента с фотоумножителем [2].

Curve A - спектральный отклик неповрежденного фотоумножителя.

Curve B - в жидком гелии

Curve C - после вакуумной откачки

Все кривые нормированы на единицу по максимальному току.

В эксперименте [2] исследовался спектральный отклик фотоумножителя, после чего трубка фотоумножителя развакуумировалась, и исследовался тот же отклик в жидком гелии и при последующей откачке до 0.01 мм рт. ст. Схема установки и результаты представлены на рисунках 2.1 и 2.2. Заметим также, что наблюдавшийся ток в жидком гелии на шесть порядков меньше тока в вакууме.

Более недавний эксперимент [1] исследует фотоэмиттер как источник электронов, получаемых на поверхности жидкого гелия. В нем в качестве фотокатода используется цинк, напыленный на сапфировую подложку. На рисунке 2.3, представлена схема такого фотоэмиттера.

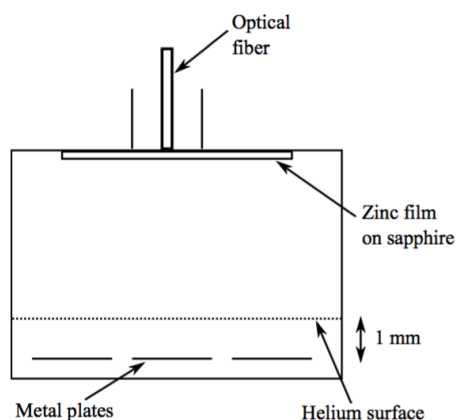


Рис. 2.3: Схема поверхностного фотоэмиттера с цинковым фотокатодом [1]

### 2.1.2 Электроны в вакууме и газах

Как это ни удивительно, даже в самой простой модели электронов, вылетающих с начальной скоростью  $v$  с одной пластины плоского конденсатора с приложенным напряжением  $U$ , задача о зависимости тока от напряжения в вакууме решена только при  $v = 0$  (классический "закон трех вторых").

При  $v \neq 0$  существуют различные решения [3] [4], численные или, например, отбрасывающие некоторые решения дифференциальных уравнений на основании экспериментальных данных.

Для тока в газе существует формула, связывающая фототок в газе с фототоком в вакууме в той же конфигурации [7] [8]:

$$\frac{i}{i_0} = \frac{\sqrt{6\pi\mu E}}{v + \sqrt{6\pi\mu E}} \quad (2.6)$$

где  $i_0$  - ток в вакууме,  $i$  - ток при наличии в зазоре газа,  $E$  - электрическое поле,  $\mu$  - сечение рассеяния электронов на атомах газа,  $v$  - их среднеквадратичная скорость. Однако проблема этой формулы заключается в том, что  $\mu$  может быть функцией как  $v$ , так и  $E$ .

На рисунке 2.4 изображено несколько экспериментальных [9] зависимостей тока от напряжения при разных давлениях, нормированных на ток в вакууме.



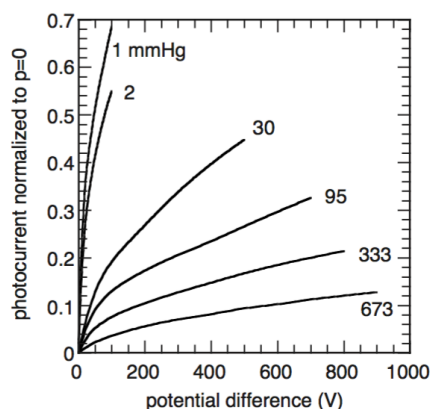


Рис. 2.4: Экспериментально полученные [9] зависимости фототока от напряжения при разных давлениях

А также существуют экспериментально измеренные зависимости сечения рассеяния от поля для некоторых газов [5] (рисунок 2.5):

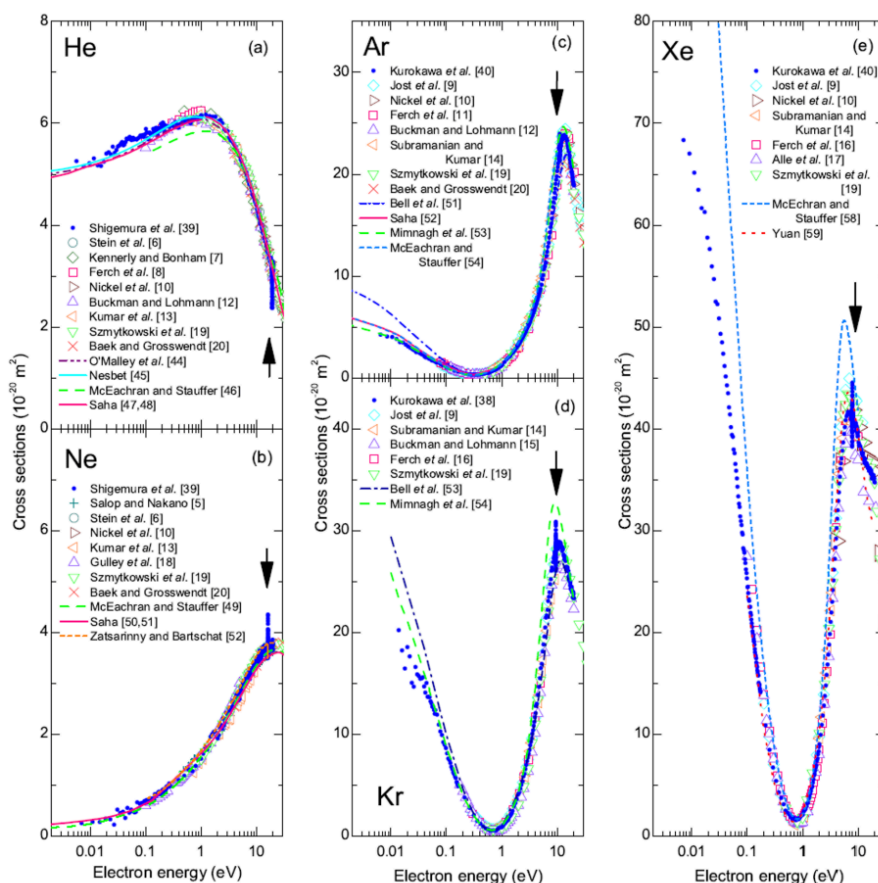


Рис. 2.5: Зависимость сечения рассеяния электрона на атомах различных газов от энергии электрона [5]

### 2.1.3 Электроны в жидком гелии

Кажется, что поведение электрона в жидком гелии должно легко описываться. Так как у гелия заполнены все электронные оболочки, между нейтральным атомом и свободным электроном существует сильное отталкивание, что приводит к тому, что чтобы войти в жидкий гелий, электрону необходимо преодолеть потенциальный барьер порядка 1эВ. Наличие этого барьера, в совокупности с низким поверхностным натяжением гелия  $\alpha$  (0.375 эрг/см<sup>2</sup>) делает для электрона более энергетически выгодным создание небольшой полости в жидкости, чем свободное перемещение внутри нее.

Размер этой полости можно с достаточно хорошей точностью используя выражение для энергии полости:

$$E = \frac{h^2}{8mR^2} + 4\pi R^2\alpha + \frac{4\pi}{3}R^3P \quad (2.7)$$

где  $R$  - радиус пузырька,  $m$  - масса электрона, а последний член отвечает за энергию, которую нужно затратить на образование пузырька в жидкости, к которой прикладывается давление  $P$ .

При  $P = 0$  минимум энергии достигается при

$$R_0 = \left( \frac{h^2}{32\pi m\alpha} \right)^{\frac{1}{4}} \approx 19\text{\AA} \quad (2.8)$$

Подвижность этих пузырьков определяется силой сопротивления со стороны фононов и ротонов. В сверхтекучем гелии-4 при температуре большую часть сопротивления оказывают ротоны и для подвижности [12]

$$\mu \sim \frac{1}{R^2} \cdot e^{\frac{\Delta}{kT}} \quad (2.9)$$

где  $\Delta = 0.743$  мэВ - ротонная щель.

### Баллистические измерения

Еще одним интересным эффектом, связанным с электронами в жидком гелии, и не потерявшим актуальности до настоящего времени являются так называемые "быстрые" и "экзотические" заряды.

Впервые они были обнаружены в 1969 году при измерении подвижности пузырьков в гелии прямым методом [10] - различные источники электронов работали в импульсном режиме, и исследовался отклик системы на единичное возбуждение. В результате был замечен пик, соответствующий наличию в гелии частиц с подвижностью в шесть раз

большей, чем у пузырьков в гелии, причем он наблюдался вне зависимости от типа используемого источника.

С тех пор были описаны еще до восемнадцати пиков (рисунок 2.6) и непрерывный фон, причем эти пики не объясняются примесями в гелии.

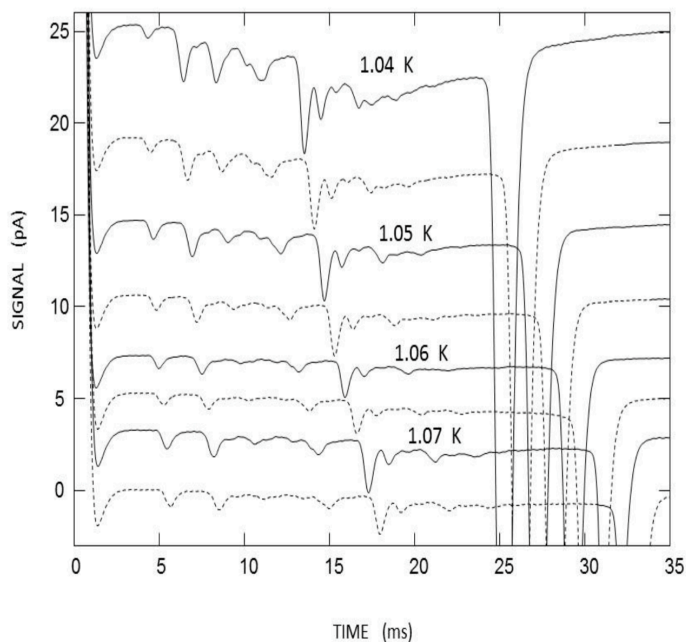


Рис. 2.6: Отклик на один импульс источника [11]

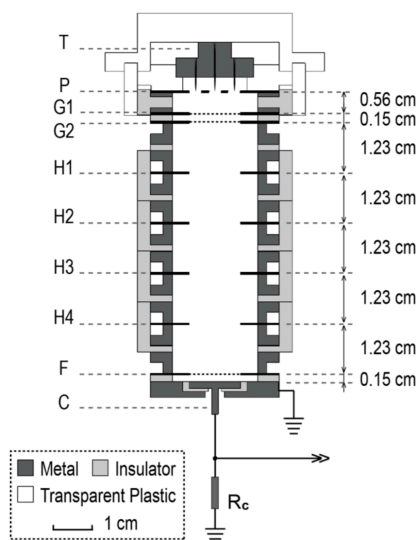


Рис. 2.7: Камера для наблюдения быстрых ионов [11]

Также существуют экспериментальные зависимости установившейся скорости для пузырьков и быстрых ионов от электрического поля и температуры (рисунки 2.8, 2.9)

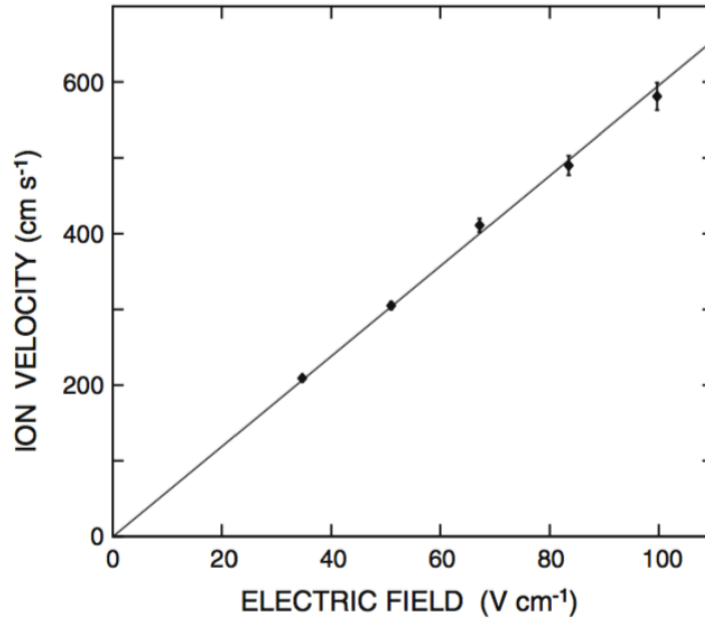


Рис. 2.8: Зависимость предельной скорости ионов от напряженности электрического поля [11]

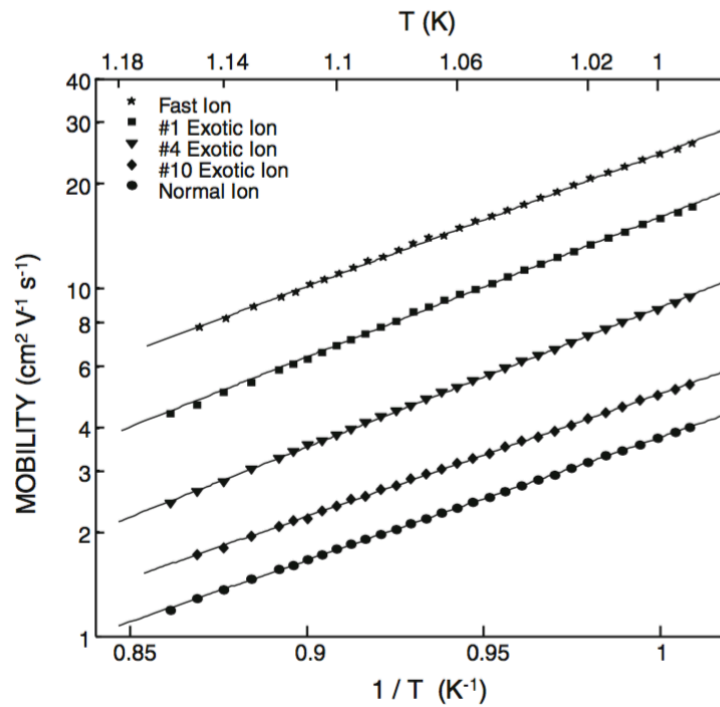


Рис. 2.9: Зависимость подвижности различных ионов от температуры [11]

# Глава 3

## Эксперимент

### 3.1 Экспериментальная установка

В качестве источника излучения использовалась ртутная лампа ПРК. К ней, через объектив с переменным фокусным расстоянием, присоединен световод в металлической оболочке, пропускающий в ультрафиолетовой области интенсивных линий лампы. Второй конец световода отполирован и ведет в криостат через вакуумное уплотнение, где кончается в камере фотоэмиттера. Между лампой и объективом световода находится управляемая заслонка, позволяющая перекрывать поток света из лампы.

Вакуумное уплотнение световода было изготовлено из нескольких силиконовых трубок разного диаметра, но впоследствии оказалось не слишком удачным, зато достаточно мягким, чтобы компенсировать взаимное изменение длин световода и металлической вставки при охлаждении до гелиевых температур, и позволить жестко закреплять нижний конец световода в камере.

Как схематично изображено на рисунке 3.2, излучение, исходящее из конца световода проходит через никелевую сетку с периодом 130 микрон и прозрачностью 70 процентов и попадает на фотокатод, в качестве которого используется капля индия на медной подложке, с плоской защищенной верхней поверхностью. Расстояние между сеткой и фотокатодом - 0.3мм. Электроны, выбитые из индия, утягиваются вверх электрическим полем между никелевой сеткой и подложкой. В процессе измерений выяснилось, что индий достаточно быстро окисляется, и необходимо периодически заново зачищать его поверхность.

Так как световод покрыт проводящей оболочкой и может касаться как внутренней поверхности вставки, как и сетки, то в электрической схе-

ме измерений сетка была заземлена, а управляющее напряжение подавалось на анод коаксиальным кабелем, потенциал экрана которого, во избежание утечек тока, был равен потенциалу внутренней жилы. При этом ток измерялся между землей и фотокатодом прибором Keighley 6430 с чувствительностью  $10^{-16}$  А. Тот же прибор задавал напряжение. При полностью собранной вставке без камеры уровень шума был  $10^{-15}$  А, что приблизительно соответствует минимальному току, который можно измерить в данной установке.

Измерения проводились при комнатной температуре в вакууме и в атмосфере гелия, а также в сверхтекучем гелии, температура которого измерялась емкостным барометром по давлению насыщенных паров.

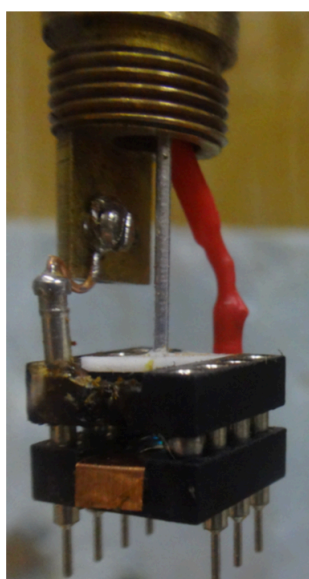


Рис. 3.1: Внешний вид камеры

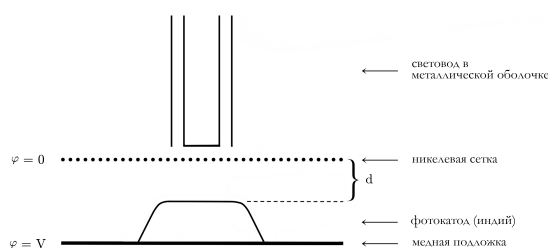


Рис. 3.2: Схема экспериментальной камеры

## 3.2 Методика измерения

Измерение вольт-амперной характеристики фотоэмиттера производилось следующим образом - при каждом напряжении снимался ток при закрытой заслонке, который также может быть связан с утечками в камере, после чего заслонка открывалась и измерялся ток, связанный с ультрафиолетовым излучением. Значением фототока считалась разность между этими двумя показателями. После измерения напряжение переключалось, и в течение некоторого времени происходило установление тока в результате перезарядки внутренних паразитных емкостей.

В предварительных измерениях было замечено, что фототок с индиевого фотокатода при постоянном напряжении меняется со временем, вероятно, из-за неких процессов, происходящих с индием при воздействии на него ультрафиолета.

Характерная зависимость тока от времени изображена на рисунке 3.3. Это процесс, происходящий после открытия заслонки в системе, в которой уже установился ток после выставления постоянного напряжения. Все подобные зависимости хорошо аппроксимируются функциями вида:

$$I(t) = Ae^{\frac{t}{T}} + B \quad (3.1)$$

Для кривой на рисунке 3.3  $T = 898$ с, но время установления также зависит от условий измерения, например, в вакууме или газе, но  $T$  лежит в пределах 500-1500 секунд.

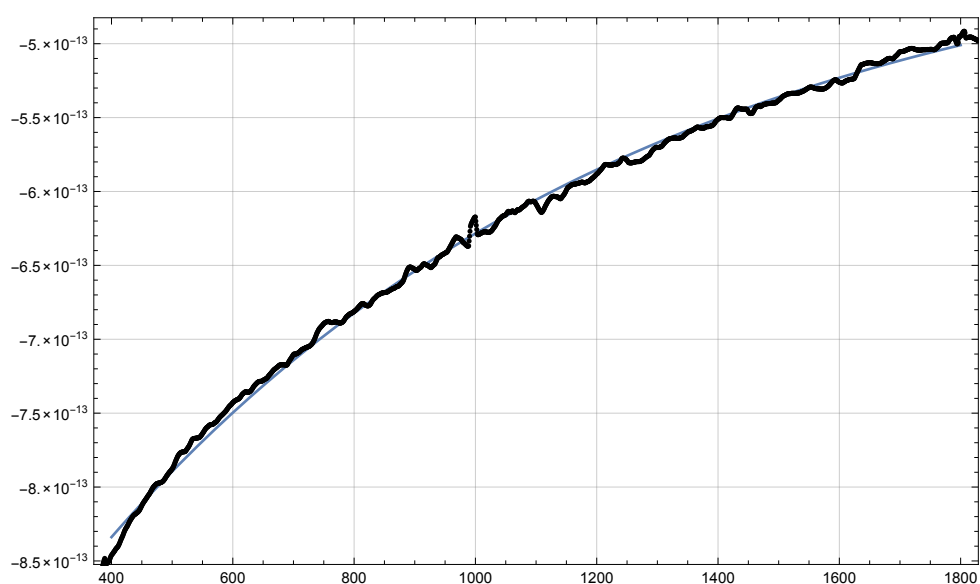


Рис. 3.3: Зависимость фототока в вакууме от времени при постоянном напряжении

### 3.3 LabView-программа измерений

В процессе эксперимента весь цикл измерения исполнялся программой LabView, управлявшей всеми приборами и заслонкой. Цикл измерения был следующим:

- 1 Открыть заслонку
- 2 Снять  $N_o$  измерений тока раз в  $t$  (в большинстве случаев  $t = 1$  с)
- 3 Закрывать заслонку
- 4 Сделать шаг по напряжению
- 5 Снять  $N_c$  точек тока при закрытой заслонке

При этом еще измеряется давление.

Чтобы можно было пренебречь изменениями в индии под воздействием ультрафиолета и считать ток после изменения напряжения установившимся,  $N_o \ll N_c$ .

### 3.4 Обработка результатов

Как было описано выше, численное значение фототока получается как разность между током при открытой и закрытой заслонке.

Если этот ток много больше уровня шума, то для его вычисления достаточно из данных при открытой и закрытой заслонке выбрать точки, ток в которых можно считать установившимся (на рисунке 3.4 эти точки отмечены красным и зеленым), и получить их разность.

Если же шумы имеют тот же порядок величины, что и сигнал, то обработка требует усреднения, при котором измеренный ток аппроксимировался в виде

$$I(t) = \begin{cases} Ae^{-\frac{t}{T}} + B - \text{если заслонка открыта} \\ Ae^{-\frac{t}{T}} + B + I_{ph} - \text{если заслонка закрыта} \end{cases} \quad (3.2)$$

для каждого интервала "закрытая заслонка - открытая заслонка - закрытая заслонка". Обработка нескольких таких интервалов видна на рисунке 3.5.



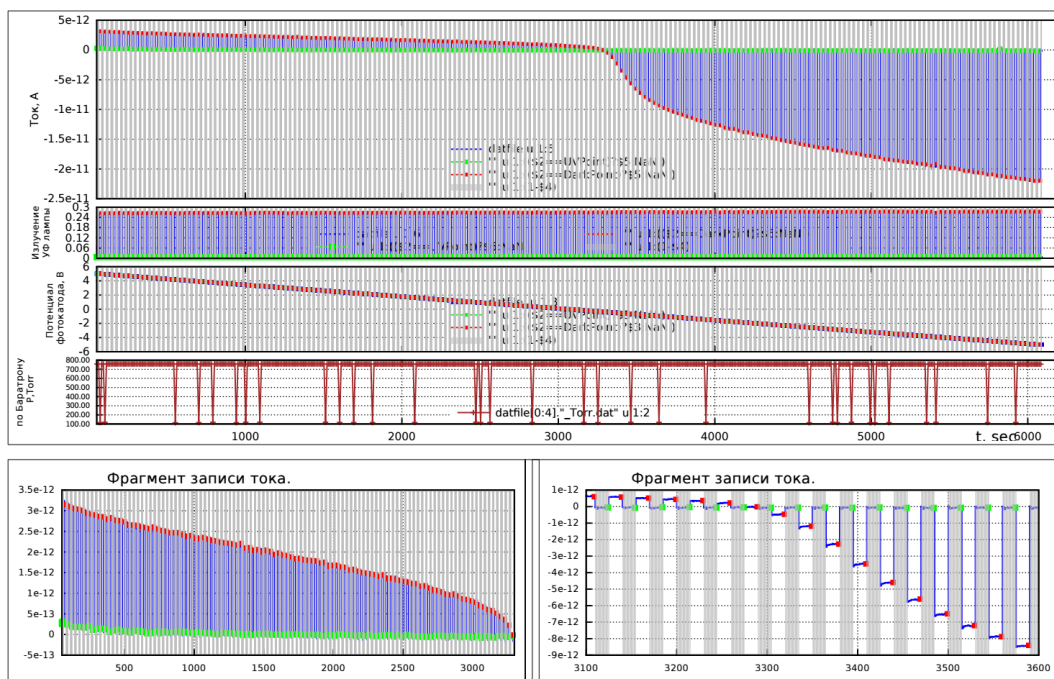


Рис. 3.4: Пример обработки данных без аппроксимации

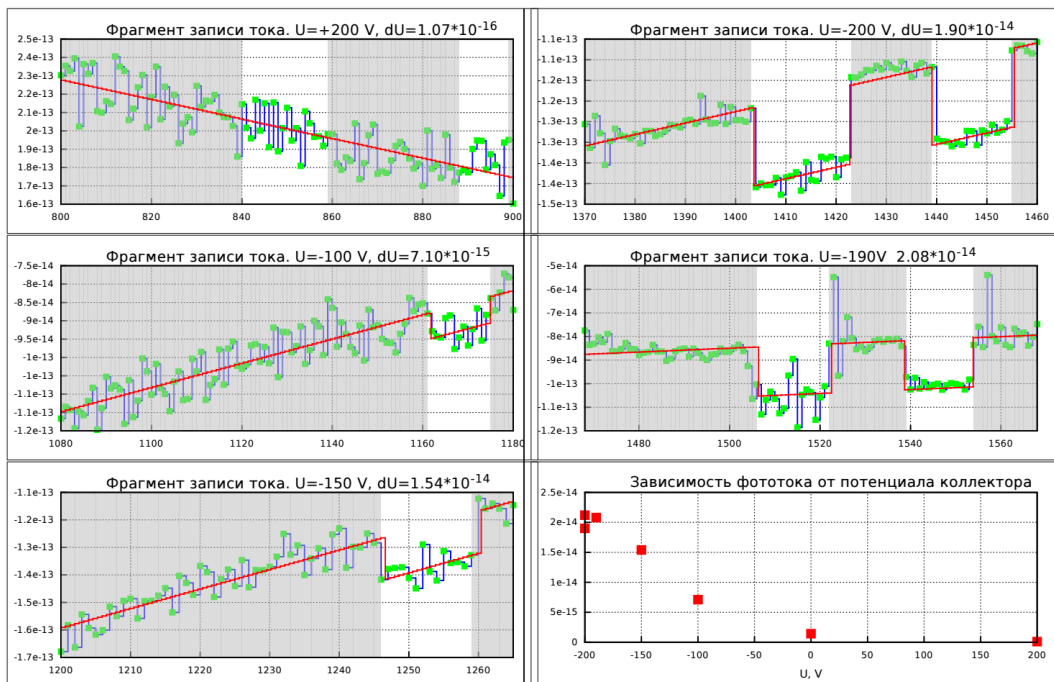


Рис. 3.5: Пример обработки данных с аппроксимацией

# Глава 4

## Результаты

### 4.1 В вакууме

#### 4.1.1 Физическая модель

Для обработки результатов используется то, что вне зависимости от того, как именно ток выходит на насыщение (вид этой функции может изменяться в зависимости от начальной скорости, то есть  $\hbar\omega - A$ , где  $\omega$  - частота фотонов ультрафиолета, а  $A$  - работа выхода), ток насыщения равен:

$$I_{sat} = e\Phi \quad (4.1)$$

где  $\Phi$  - количество фотонов, попадающих в систему в секунду, а  $e$  - заряд электрона.

#### 4.1.2 Результаты измерений

Две разные кривые на рисунке 2.4 соответствуют первому (красная) и второму проходу по напряжению. Видно, что при втором проходе вольт-амперная характеристика оказывается ровно такой, как можно ожидать из теории. Уменьшение тока при втором проходе соответствует процессу установления, который происходит при воздействии ультрафиолета на поверхность индия.

Ненулевой фототок при положительных напряжениях, видимо, соответствует фотоэмиссии из никелевой сетки (работа выхода никеля - 4,5 эВ). При втором, установившемся, проходе ток насыщения оказывается равным

$$I_{sat} = 1,58 \cdot 10^{-10} \text{А} \quad (4.2)$$

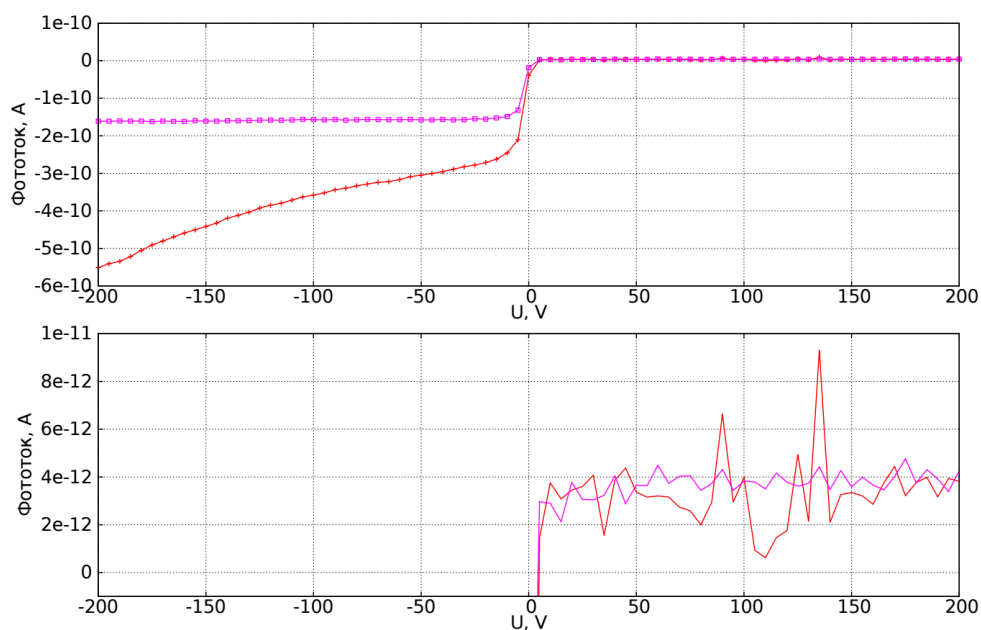


Рис. 4.1: Вольт-амперная характеристика фотоэмиттера при откачке форвакуумным насосом при первом и втором проходе по напряжению

что соответствует потоку фотонов

$$\Phi = 0.99 \cdot 10^9 \frac{\text{шт}}{\text{с}} \quad (4.3)$$

И мощности излучения в камере

$$W_l \sim \cdot 10^{-9} \text{Дж} \quad (4.4)$$

Для сравнения, мощность тепловых потерь:

$$W_q = UI = 3.16 \cdot 10^{-8} \text{Дж} \quad (4.5)$$

то есть по сравнению с ними, нагреванием, связанным с излучением, можно пренебречь.

## 4.2 В газообразном гелии

### 4.2.1 Физическая модель

Рассмотрим следующую модель:  $n_s$  электронов в секунду испускается с одной плоской пластины и движутся к другой в плотном газе, так что

длина свободного пробега  $l \ll d$  - расстояния между пластинами (это предположение верно в экспериментальной установке, где  $d \approx 0.3\text{мм}$ ,  $l \approx 10^{-4}\text{мм}$ ). Разность потенциалов между пластинами равна  $\varepsilon_0$ .

**Важное предположение:** все столкновения, не приводящие к ионизации атома гелия, являются упругими и сохраняют энергию электрона, так как  $m_{\text{He}} \approx 8000m_e$ .

**Модель происходящего:** Под действием электрического поля, электроны диффундируют в газе, испытывая множество столкновений. При этом, так как при каждом столкновении энергия электрона сохраняется, то в постоянном поле

$$E = E_0 + \frac{eU}{d}x \quad (4.6)$$

где  $E_0$  - начальная энергия электрона.

Когда электрон достигает энергии, достаточной для ионизации атома гелия, ионизация обязательно произойдет, так как столкновения частые, и если вероятность ионизации при первом столкновении отлична от единицы, то при нескольких - стремится к ней.

Длина, на которой электрон приобретает энергию ионизации:

$$d_{\text{crit}} = \frac{\varepsilon_0}{eU}d \quad (4.7)$$

После ионизации количество электронов в потоке удваивается, а энергия каждого электрона падает на  $\varepsilon_0$ . Если начальная энергия электрона мала по сравнению с энергией ионизации, то на размер камеры приходится  $\frac{eU}{\varepsilon_0}$  критических размеров, и итоговый ток выглядит как

$$I(U) = I'_0 \cdot 2^{\frac{eU}{\varepsilon_0}} = I_0 e^{\frac{eU}{\varepsilon_0}} \quad (4.8)$$

- так как с этой точностью (в пренебрежение неупругостью столкновений), можно пренебречь и отличаем  $e$  от 2.

$I_0$  может зависеть от концентрации газа, например, но та зависимость не будет экспоненциальной.

## 4.2.2 Результаты измерений

В отличие от вакуума, в газе фототок не выходит на насыщение, а экспоненциально нарастает, в соответствии с описанным ранее, причем при обеих полярностях (но при положительных напряжениях коэффициент при экспоненте на два порядка меньше), что так же соответствует выбиванию фотоэлектронов как из индия, так и из сетки.

На рисунке 4.2 вольт-амперная характеристика построена в логарифмических координатах, что позволяет получить экспериментальное значение энергии ионизации гелия. Оно оказывается равным 26эВ,

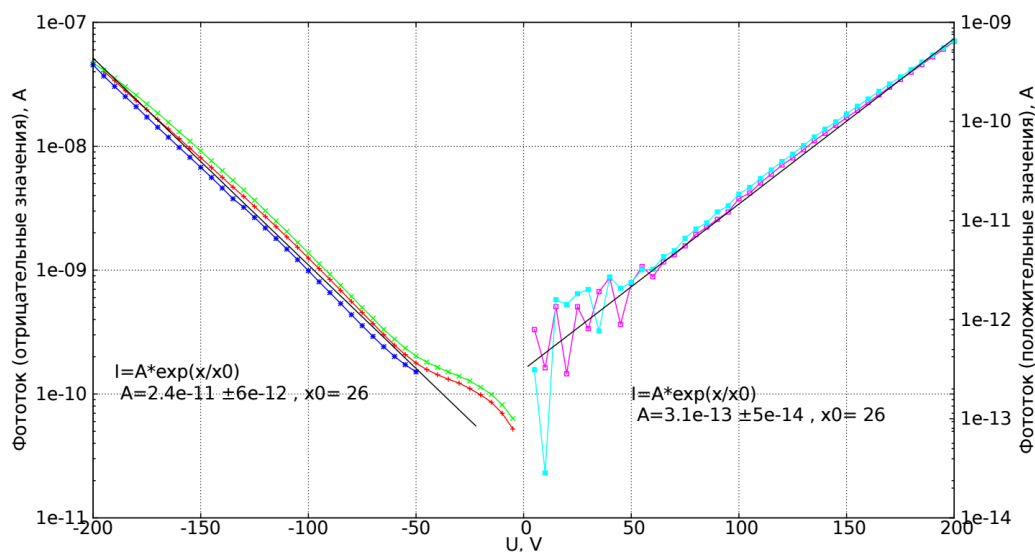


Рис. 4.2: Вольт-амперная характеристика фотоэмиттера в атмосфере гелия в логарифмических координатах

что достаточно хорошо совпадает с табличным значением.

Надо отметить, что в этом случае ионизационный механизм наблюдаемого явления несомненен, так как ток на несколько порядков больше тока насыщения в вакууме.

## 4.3 В сверхтекучем гелии

### 4.3.1 Физическая модель

Простая физическая модель для приближения экспериментальных результатов в жидком гелии мне не известна, так как во всех статьях, где исследовалась зависимость проводимости жидкого гелия от поля [11], поля были существенно меньше, чем в данном эксперименте.

### 4.3.2 Результаты измерений

Нужно отметить, что при измерениях в нормальном гелии из-за его кипения шум слишком велик, поэтому все измерения проводились только

в сверхтекучем гелии.

При таких измерениях максимальный ток, который удавалось получить, был равен  $2 \cdot 10^{-13} \text{А}$ .

В этой системе мощность тепловых потерь равна:

$$W_q = UI = 4 \cdot 10^{-11} \text{Дж} \quad (4.9)$$

что мало по сравнению с мощностью излучения:

$$W_l = 1.07 \cdot 10^{-9} \text{Дж} \quad (4.10)$$

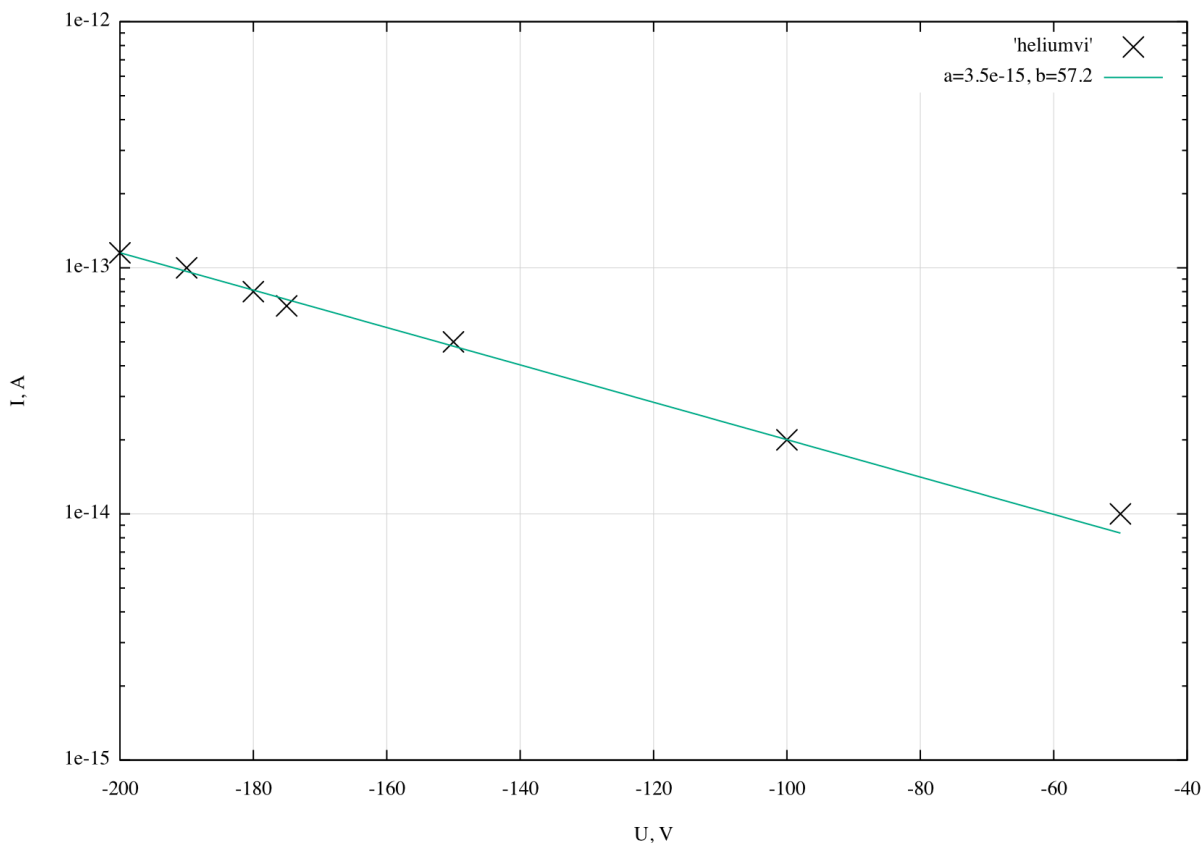


Рис. 4.3: Вольт-амперная характеристика фотоэммиттера в сверхтекучем гелии в логарифмических координатах

При этом, зависимость тока от напряжения также имела экспоненциальный характер. Если приближать ее кривой того же вида, что и в газе, что  $\varepsilon = 57 \text{эВ}$ .

# Глава 5

## Заключение

В результате проделанной работы изготовлен источник, позволяющий напускать низкоэнергетичные электроны в объем жидкого гелия с максимальным током до  $2 \cdot 10^{-13} \text{А}$ .

Такой источник может иметь практическое применение, в частности, в экспериментах по исследованию подвижности электронов в гелии. Однако при достигнутом максимальном токе время ожидания для того, чтобы напустить экспериментально значимое количество электронов слишком велико, чтобы использовать эмиттер в нынешней конфигурации.

Также, имеются экспериментальные данные, требующие дальнейшего рассмотрения (экспоненциальная зависимость фототока от напряжения в жидком гелии, рисунок 4.3), проверки и объяснения.

# Литература

- [1] S. Shankar, G. Sabouret, and S. A. Lyon, *A low power photoemission source for electrons on liquid helium*, Dept. of Electrical Engineering, Princeton University, Princeton, NJ 08544, USA, 2010
- [2] Michael A. Woolf, G. W. Rayfield, *Energy of negative ions in liquid helium by photoelectric injection*, July 1965
- [3] Irving Langmuir, *The effect of space charge and initial velocities on the potential distribution and thermionic current between parallel plane electrodes*, 1923
- [4] Shengyi Liu and Roger A. Dougal, *Initial velocity effect on spacecharge limited currents*
- [5] Kitajima, M.; Shigemura, K.; Hosaka, K.; Odagiri, T.; Hoshino, M. and Tanaka, H. *Total cross sections for electron scattering from noble-gas atoms in near- and below- thermal energy collisions*, Journal of Physics Conference Series, 2015, 635, 012030
- [6] W. Wei, Z. Xie, L.N. Cooper, G.M. Seidel, H.J. Maris, *Study of exotic ions in superfluid helium*
- [7] A.F.G. Wyatt, *Modelling photoelectron currents through gases*, 2007
- [8] J.J. Thomson, *Conduction of electricity through gases*
- [9] N. E. Bradbury, Phys. Rev. 40, 980, 1932
- [10] C.S.M. Doake, P.W.F. Gribbon, Phys. Lett. 30A, 251, 1969
- [11] Wanchun Wei<sup>1</sup>, Zhuolin Xie, George M. Seidel and Humphrey J Maris *Studies of Fast Negative Ions in Superfluid Helium* Department of Physics, Brown University, Providence, Rhode Island 02912, USA
- [12] Humphrey J. Maris *Electrons in Liquid Helium* Department of Physics, Brown University, Providence, RI 02912, U.S.A.



# Приложение А

## Примечания

### А.1 Три вторых

Здесь приводится вывод вольт-амперной характеристики схемы в плоско-параллельной конфигурации в вакууме при токах, много меньших токов насыщения, близкое к классическому.

Пусть электроны выбиваются с нулевой начальной скоростью, камера имеет геометрию плоского конденсатора, так что все функции имеют зависимость только по оси  $Ox$ . Граничные условия:  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi(d) = U$ , а еще:  $\varphi'(0) = \delta_x \varphi(0) = 0$  - если бы это было не так, то у поверхности катода было ненулевое поле, и ток бы всегда был равен току насыщения, а в данном рассмотрении ток меньше тока насыщения.

Два основных факта про потенциал:

$$\nabla \varphi = \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -4\pi\rho = 4\pi ne \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{mv^2}{2} = e\varphi \quad (\text{A.2})$$

где  $e$  - модуль заряда электрона (второй факт верен если пренебрегать столкновениями электронов друг с другом). Переписав это через плотность тока (постоянную во всем "конденсаторе")  $j = nev$  и скорость:

$$v = \sqrt{\frac{2e}{m}} \sqrt{\varphi} \quad (\text{A.3})$$

получим следующее:

$$\frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{j}{\varepsilon_0 v} = a^2 \frac{1}{\sqrt{\varphi}} \quad (\text{A.4})$$

где

$$a^2 = 4\pi j \sqrt{\frac{m}{2e}} \quad (\text{A.5})$$

Проделаем арифметическую операцию:

$$2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} \cdot \frac{d\varphi}{dx} = 4a^2 \frac{1}{2\sqrt{\varphi}} \cdot \frac{d\varphi}{dx} \quad (\text{A.6})$$

Тогда

$$\frac{d}{dx} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = 4a^2 \frac{d}{dx} \sqrt{\varphi} \quad (\text{A.7})$$

Откуда (с учетом  $\varphi'(0) = 0$ ):

$$\left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 = 4a^2 \sqrt{\varphi} \quad (\text{A.8})$$

Так как потенциал всюду неотрицателен и монотонно растет, то

$$\frac{d\varphi}{dx} = 2a\sqrt{\varphi} \quad (\text{A.9})$$

$$\varphi^{-\frac{1}{4}} d\varphi = 2a dx \Rightarrow \frac{4}{3} \varphi^{\frac{3}{4}} = 2ax + C \quad (\text{A.10})$$

И, учитывая, что  $\varphi(0) = 0$  и  $\varphi(d) = U$ :

$$\frac{4}{3} U^{\frac{3}{4}} = 2ad \quad (\text{A.11})$$

Выразив  $j$ , получим:

$$j = \frac{1}{9\pi d^2} \sqrt{\frac{2e}{m}} U^{\frac{3}{2}} \quad (\text{A.12})$$

## A.2 Ненулевая начальная скорость

Так как я могу привести только качественные соображения, то привожу их после основной части текста. Заметим, что в случае нулевой начальной скорости, катод (точка  $x = 0$ ) - является особенностью, потому что с одной стороны ток постоянен в любом сечении, а с другой, в этом месте нулевая скорость и, следовательно, бесконечная плотность заряда. И, так как ток не нулевой и не бесконечный (потому что рассматривается переходный процесс), то всем промежуточным значениям тока соответствует поле на катоде, равное нулю.

Теперь рассмотрим ненулевую начальную скорость. Чтобы ток не был равен току насыщения, поле не может быть все время утягивающим. Сначала (вблизи катода) оно должно действовать в обратную сторону, до тех пор, пока на потенциальной горке у всех электронов не будет нулевая скорость. В этом месте снова будет бесконечная плотность заряда (она обычно называется "виртуальным катодом"), и там отсутствует непрерывность поля.